

マルチレート適応デジタルフィルタに関する基礎的検討 A Study on Multirate Adaptive Digital Filter

○工藤憲昌*, 田所嘉昭**
○Norimasa Kudoh*, Yoshiaki Tadokoro**

*八戸高専

**豊橋技術科学大学

*Hachinohe National College of Tech., **Toyohashi University of Tech.

キーワード: 適応デジタルフィルタ (adaptive digital filter), マルチレート (multirate), 不等間隔サンプリング (non-uniformly sampling), メービュース関数 (Möbius function), スペクトル平坦度 (Spectral Flatness measure),

連絡先: 〒039-11 八戸市田面木上野平16-1 八戸高専 電気工学科

tel:0178-27-7281, fax:0178-27-9379, e-mail:kudohk-e@hachinohe-ct.ac.jp

1. はじめに

マルチレート信号処理では、演算量削減のためにマルチレートする場合と、もともとの信号がマルチレートになっている（或いはマルチレート化した方が信号の性質を良く表現する）場合の2つのケースがある。前者の例としては、帯域分割型のエコーキャンセラ¹⁾がある。拡声通話系のため同定する音響反射路が長く適応フィルタの次数が非常に高くなり、その結果として、適応パラメータ算出の演算量、回路規模が増加してしまう。複数のサブバンドに分割しサブバンド毎に適応処理を行うことで、この問題を低減化する研究²⁾が報告されている。

後者は、時間的に不等間隔でサンプリングした信号を取り扱う場合であり、その例としては、コンピュータ・トモグラフィ等の画像再構成、パルス位置変調信号、無線通信環境における多経路からの反射波などがあげられる。従来から(1)何らかの内挿関数を用いて等間隔サンプリングのデータ系列に変換した後処理を行う³⁾、(2)不等間隔のデータ系列を直接取り扱う⁴⁾、の2つのアプローチが試みられているが、主として周波数解析に適用しており適応フィルタに関する検討は少ない。

本稿では、時間的に不等間隔にサンプリングされたデータ系列を、複数の等間隔サンプリングのデータ系列の和に近似し、各等間隔サンプリング系列に対して適応フィルタを構成することに関して基礎的な検討を行ったので報告する。尚、近似は各等間隔サンプリング系列のスペクトルの平坦度を用いて行う。

2. 準備

図1に本稿の適用対象のシステムを示す。入力 $x(t)$ 、未知系の出力 $d(t)$ 、推定系の出力 $y(t)$ 、誤

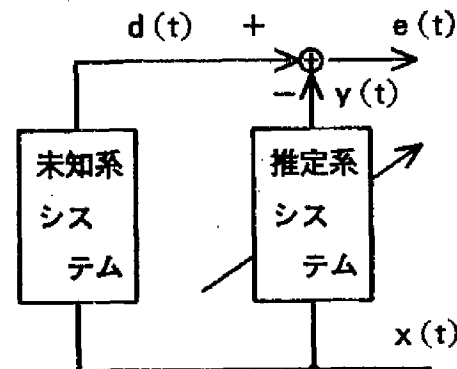


図1. 検討対象のシステム

差 $e(t)$ とする。時刻 t_k でサンプリングしたこれらの信号を、それぞれ、 $x(t_k), d(t_k), y(t_k), e(t_k)$ とする。ここで、不等間隔サンプリングであるため、サンプリング点の間隔 $(t_{k+1}-t_k)$ は k に関して一定ではない。この条件下で、 $e(t_k)=d(t_k)-y(t_k)$ を小さくするように推定系のパラメータを適応的に調整することが目的である。

間隔 T で等間隔にサンプリングしたデータ系列の場合、このパラメータ推定は(1)式に示す誤差信号の電力 J を最小化する問題となる。ここで、 $E[\cdot]$ は期待値演算子を示す。

$$J = E[e^2(nT)] = E[d(nT)] - 2E[d(nT)y(nT)] + E[y^2(nT)] \quad (1)$$

推定系を係数 $h(nT)$ ($n=0 \cdots N-1$)のFIR型で構成すると、最適ベクトル \mathbf{h}_{opt} は(2)式で求められる。

$$\mathbf{h}_{opt} = \Phi_{nT}^{-1} \theta_{nT} \quad (2)$$

ここで、 Φ_{nT} および θ_{nT} は、それぞれ、入力信号 $x(nT)$ の自己相関行列、未知系の出力系列 $d(nT)$ と $x(nT)$ の相互相関ベクトルであり、 Φ_{nT} は正定値と仮定している。この時の誤差電力 J_{min} は

$$J_{min} = E[d^2(nT)] - \theta'_{nT} \mathbf{h}_{opt} \quad (3)$$

となる。'は転置を示す。不等間隔でサンプリングする場合は、推定系は図2のように構成される。ここで、 z_k^{-1} は $(t_k - t_{k-1})$ に相当する遅延を示す。推定系の出力 $y(t_k) = \sum_{n=0, \dots, (N-1)} \{h(t_n)x(t_k - t_n)\}$ を

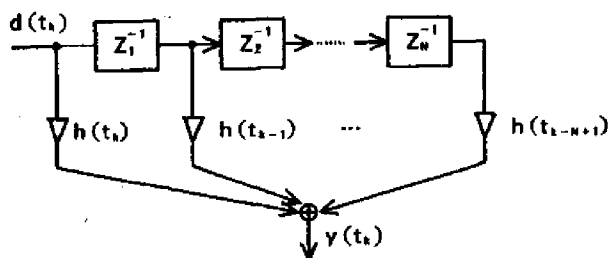


図2. 推定系の構成 (不等間隔サンプリング)

算出する際の時刻のサンプリング値 $x(t_k - t_n)$ が必ずしも存在するとは限らないので、等間隔の場合と同様の定式化ができない。このため、文献4)にあるように、サンプリング時刻 t_k を $kT + \Delta T$ (ΔT は確率変数)で表すと、

$$J_{min}(\Delta T) = E[d^2(t_k)] - \theta'_{nT}(t_k) \mathbf{h}_{opt} \quad (4)$$

となると考えられる。(4)式より誤差電力の最小値がサンプリング時刻 t_k の系列に依存することが分かる。

3. データ系列の分解

文献5), 6)では、メービュース関数 μ を用い、不等間隔のサンプリング系列を複数の等間隔サンプリング系列の和に置き換え、少ない演算量で周波数分析を行うことを提案している。等間隔サンプリングで提案されている優れた適応アルゴリズムを用いることができるようにデータ系列の分解を行う。

メービュース関数 $\mu(n)$ は以下のように定義される。

$$\mu(n) = \begin{cases} 1 & n=1 \\ (-1)^m & n \text{ が } m \text{ 個 } (m \geq 1) \text{ の異なった素数の積で表される} \\ 0 & n \text{ が素数のべき乗の因数を持つ} \end{cases} \quad (5)$$

$\mu(n)$ を用いることにより、サンプリング時刻の集合 $T_k = \{0, \dots, t_{k-1}, t_k, t_{k+1}, \dots\}$ を以下のように表現する。尚、加算および減算は、それぞれ、同一の値を持つ集合の要素を加える或いは削除することを示し、 τ は隣合ったサンプリング時刻間の差の最小値、 q は正整数を示す。

$$T_k = - \sum_{n=2}^{\infty} \mu(n) \{ \dots, n(q-1)\tau, nq\tau, n(q+1)\tau, \dots \} \quad (6)$$

$n=2, 3, 5, 6, 10, 15$ の場合の例を図3に示す。図中、上向き矢印は該当する系列の加算を示し、下向き矢印は減算を示す。不等間隔のサンプリング系列が複数の等間隔のサンプリング系列に分解できていることが分かる。

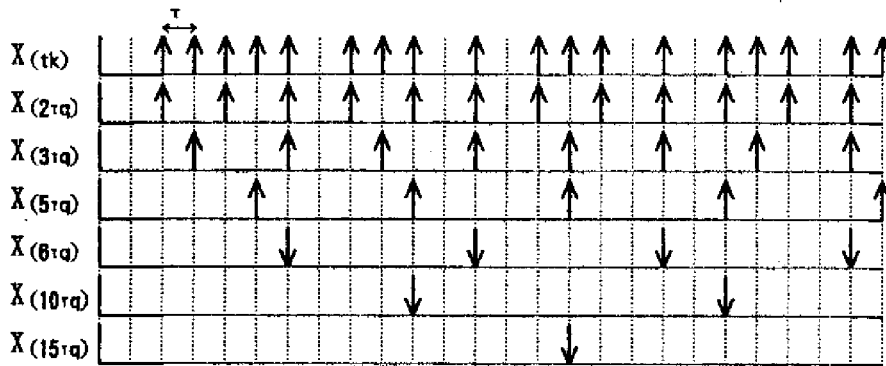


図3. データ系列の分解の例

4. 適応フィルタの構成

図4に3. で述べた分解を行ったデータ系列に対し適応動作を行う構成を示す。↓nは1/nのダウンサンプリング、↑nはn倍のアップサンプリングである。分割した各データ系列は等間隔サンプリングであるため、LMSや学習同定法等のサンプル値毎に適応動作する簡易なアルゴリズムを使用することができ、また、各適応フィルタ(ADF)は独立であるため、高速動作を目的にして並列に動作させることが可能である。

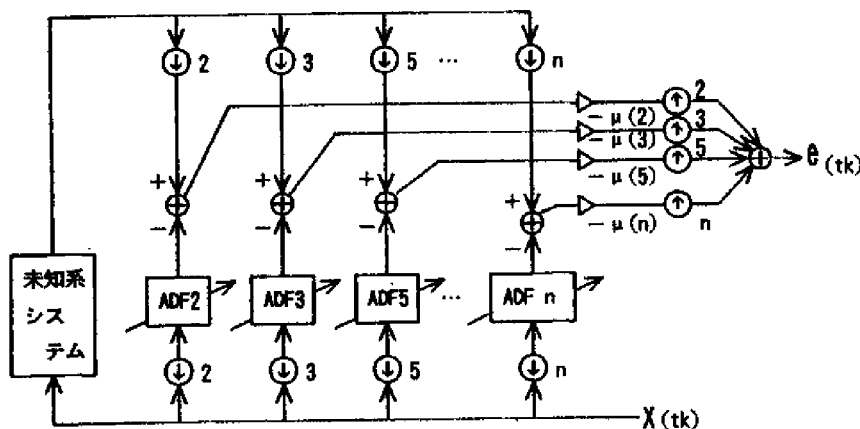


図4. 適応フィルタの構成

5. 各データ系列の予測ゲイン

分解を細かく行うに従って、つまりnを大きくするに従って、以下に示すような問題が生じる。
(1)この分解は帯域制限を行わないでダウンサンプリングを行っている。分割したデータ系列に折

り返し歪みを発生させないためには、元々の不等間隔サンプリングに対してオーバーサンプリングを要求することになる。

(2)適応フィルタの数が増加し、回路規模が増える。

そこで、どの程度までデータ系列を分解すれば良いか考えてみる。各適応フィルタでは過去のサンプル値から未知系の出力を適切に予測することで誤差を小さくすることができる。逆に、適切な予測

ができないならば、図4の全体の誤差e(tk)の低減に貢献しないため、該当するデータ系列の適応フィルタを設ける意義がなくなってくる。

予測の可能性を示す予測ゲインG_pはスペクトルの平坦度γ²の逆数で与えられる⁷⁾。γ²は対象とする信号のパワースペクトルS(e^{jω})の全周波数帯域にわたる算術平均と幾何平均の比であり、(7)式のようになる。

$$\gamma^2 = \frac{\exp\left\{\int_{-\pi}^{\pi} \ln S(e^{j\omega}) d\omega\right\}}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S(e^{j\omega}) d\omega} \quad (7)$$

平均の対象となるデータが全て等しい場合に算術平均と幾何平均の比は1になる。白色雑音のように、パワースペクトルの分布が一様であればγ²は1になり、全く予測の効果がないことになり、逆に、γ²が1より小さくなると予測の効果ができることになる。

データ系列を分解していくに従い等価的なサンプリング周波

数が低くなるため、パワースペクトルが平坦になっていく。よって、γ²を算出することにより効果的な分割数の概数の決定を試みる。

6. シミュレーション

未知系システムを規格化周波数で0.025に遮断周波数をもつ4次のチェビシェフ型のフィルタとし、

入力 $x(t)$ を白色雑音として、シミュレーションを行った。ダウンサンプリングおよびアップサンプリングの比 n は、2,3,5,6,10,15であり、未知系の出力系列をこれらの値でダウンサンプリングし、求めた個々の系列の γ^2 を表1に示す。尚、 γ^2 は512点のFFTを行って8周波数成分にブロック化したパワースペクトル S_i を求め、(8)式のように近似して求めた。

表1.スペクトルの平坦度

n	2	3	5
γ^2	0.000067	0.000104	0.000345
G_p	15036.1	9573.7	2900.7
n	6	10	15
γ^2	0.000672	0.014526	0.716289
G_p	1487.3	68.8	1.4

(注)ブロック数は32

$$\gamma^2 = \frac{\left(\prod_{i=0}^{31} S_i\right)^{1/32}}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{31} S_i} \quad (8)$$

表1より n が10,15の系列は他に比べ予測ゲインが著しく小さく省略が可能であることが分かる。図5に、予測ゲインが高い系列のみ($n=2,3,5,6$)を用いて適応フィルタを構成した特性を示す。図示しないが、 $n=10,15$ の系列を加えてもほぼ同等の特性となるため、この例では、 $n=10,15$ の処理を省略可能である。尚、各適応フィルタの次数は16、パラメータ更新アルゴリズムは学習同定法(ステップサイズ:0.1)とし、ERLEは未知系の出力と誤差の電力の比を対数表示したものである。

$n=10,15$ による系列を省略したことにより、 n が2と5の間で、また、 n が3と5の間でサンプル点が重なる場合、サンプル間隔が小さい方がより良く予測しているとして、シミュレーションでは、 n が大きい系列の予測値を廃棄している。

7. まとめ

不等間隔にサンプリングされたデータ系列を、複数の等間隔サンプリングのデータ系列の和に近似し、各等間隔サンプリング系列に対する適応フ

ィルタの構成の基礎検討を行った。また、スペクトルの平坦度を用いることにより分割数の概数を決定する方法を示した。元々のサンプリングがオーバーサンプリングとなるため、今後は、本方式について、内挿関数との組合せ、固定の帯域制御フィルタとの組合せを検討していく予定である。

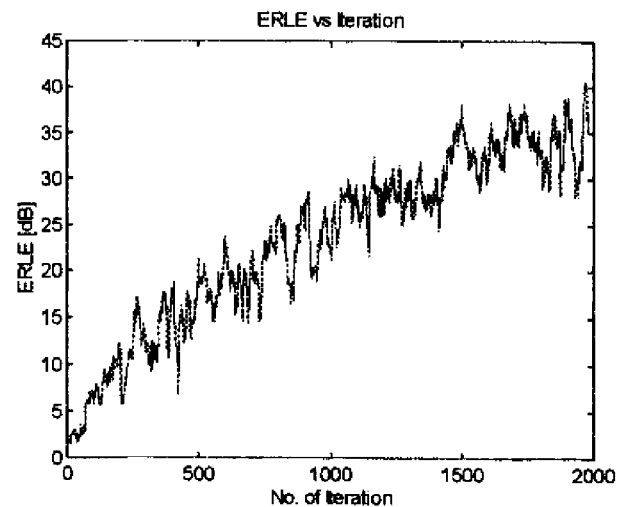


図5.適応フィルタの特性

参考文献:

- 1)古川,安川:帯域分割型エコーキャンセラの一解析,信学論B Vol.J70-B No.12,1489/1500(1987)
- 2)貴家,山崎,芦原:有理数間引きをもつオーバーサンプリングサブバンド適応フィルタ,信学論A Vol.J77-A No.8,1129/1136(1994)
- 3)木田,赤川:内挿関数のスペクトルが連続で帯域制限された不等間隔標本化定理,信学論A Vol.J71-A No.3,686/695(1988)
- 4)阿部,田所:ランダムサンプリングデータに対する離散フーリエ変換の検討,信学技報C A S 89-143(1990-3)
- 5)工藤,田所:マルチレート離散ハートレー変換(MR-DHT),電気学会全国大会予稿集3-140(1995-3)
- 6)工藤,田所:基底関数のピーク位相標本化による正弦的ユニタリ変換の特性と一応用,SICE東北支部研究集会資料158-13(1995-12)
- 7)N.S.Jayant,P.Noll:Digital Coding of Waveforms,253/260,Prentice-Hall(1984)