

## NN補償器を持つ非線形モデル追従形制御系の設計

### A Design of Nonlinear Model Following Control System Using a Neural Network

○佐々木段, 大久保重範

○Dan Sasaki, Shigenori Okubo

山形大学

Yamagata University

キーワード: 非線形モデル追従形制御系 (Nonlinear Model Following Control System) ニューラルネットワーク (Neural Network) モデル誤差 (Model Error)

連絡先: 〒992 山形県米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室 佐々木段  
Tel.: (0238)26-3246, Fax.: (0238)24-6445, E-mail: sasaki@mipultra.yz.yamagata-u.ac.jp

#### 1. はじめに

あるプラントに対して制御系を設計する際に、プラントのモデリングを行なわなければならない。しかし実際にはプラントが未知であったり正確なモデリングが難しかったりする場合が多い。まず未知プラントを扱う場合には、ニューラルネットワーク (以後NN) を用いた様々な制御法<sup>1,2,3)</sup>が提案されているが、汎用的な手法はない。次に正確なモデリングが難しい場合には近似した数式を用いて制御系を設計する事になる。ただしこの場合、数式を近似することで実際のプラントとの間に誤差が生じてしまう。この誤差はモデル誤差、あるいはモデル化誤差と呼ばれている。本論文で扱うのは後者の場合であり、近似した数式を使うことにより発生したモデル誤差をNN補償器が吸収する制御系を設計していく。

ただしバックプロパゲーション学習則を用いたNNで制御系を設計する場合に、一般に求めること

ができないプラントの入力 $u(t)$ に関する出力 $y(t)$ の微分係数 $\partial y(t)/\partial u(t)$ の情報が必要になる。例えば未知プラントをNN制御で扱う場合、当然、プラントの特性は未知なため本来は微分係数 $\partial y(t)/\partial u(t)$ を計算できない。したがって上記の論文や他の同じ問題を扱った論文では、NNで未知プラントを同定したり、NNからの情報を利用することによって、微分係数 $\partial y(t)/\partial u(t)$ を求め、NNの学習に用いている。ただしこのような制御系では一般に安定性の点で問題が残る場合が多い。本論文では公称値のある非線形プラントについて扱っているため、大久保により提案された非線形制御法<sup>4)</sup>にNN補償器を組み込むことで1入力1出力系では微分係数 $\partial y(t)/\partial u(t)$ の問題を解決している。また多入力多出力系においてもNNが学習できるように制御系の情報を用いて微分係数を計算する手法をあわせて提案する。

本制御系の有効性については、モデル誤差を持

つ非線形プラントに対して外乱を考慮に入れて計算機シミュレーションを行なうことにより示した。

## 2. 制御系の設計と構成

プラントは(1)~(4)式, モデルは(5),(6)式の形をとるものとする。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) \\ &+ (B_f + \Delta B_f)(f(v(t)) + \Delta f(v(t))) + d(t) \quad (1) \end{aligned}$$

$$v(t) = (C_f + \Delta C_f)x(t) \quad (2)$$

$$y(t) = (C + \Delta C)x + d_0(t) \quad (3)$$

$$u(t) = u_M(t) + u_N(t) \quad (4)$$

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r_m(t) \quad (5)$$

$$y_m(t) = C_m x_m(t) \quad (6)$$

各ベクトルの次元は,  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^l$ ,  $v(t) \in R^{l_f}$ ,  $y(t) \in R^l$ ,  $f(v(t)) \in R^{l_f}$ ,  $d(t) \in R^n$ ,  $d_0(t) \in R^l$ ,  $x_m(t) \in R^{n_m}$ ,  $r_m(t) \in R^{l_m}$ ,  $y_m(t) \in R^l$ とする。ここで $y(t)$ はプラント出力, $v(t)$ は補助出力, $u(t)$ は制御入力,  $f(v(t))$ は非線形部である。 $u(t) \in R^l$ は(4)式に示すように, NMFCsからの制御入力 $u_M(t) \in R^l$ と, NNからの制御入力 $u_N(t) \in R^l$ の和である。また $y_m(t)$ はモデル出力, $r_m(t)$ はモデル入力であり,  $d(t)$ ,  $d_0(t)$ は有界な外乱である。 $A, B, C, B_f, C_f, A_m, B_m, C_m$ は定数行列であり, 同じく定数行列である $\Delta A, \Delta B, \Delta B_f, \Delta C, \Delta C_f, \Delta f(\cdot)$ はモデル誤差とし, 当然未知である。ただし $(C, A, B), (C_m, A_m, B_m)$ は可制御・可観測とし,  $C(pI - A)^{-1}B$ の零点は左半平面に存在し, モデルは安定とする。また非線形関数 $f(v(t))$ は既知であり,  $\|f(v(t))\| \leq \alpha + \beta\|v(t)\|^\gamma$  ( $\alpha \geq 0, \beta \geq 0, \gamma \geq 0$ )が成り立つものとする。以上のような条件が成り立つことを前提として, NMFCs制御系の設計を行なう。ここで未知情報であるモデル誤差は考えずに, また $u_N(t) = 0$ として $u_M(t)$ を求めていく。

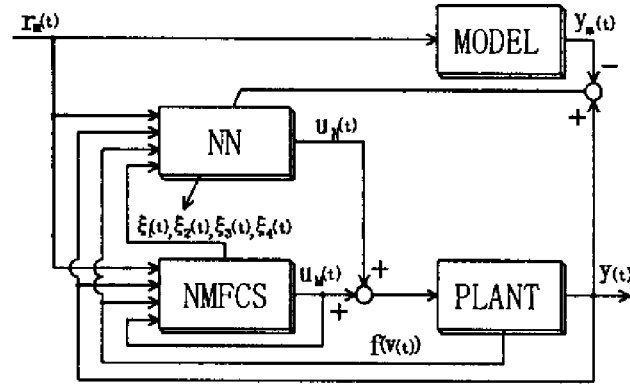


Fig. 1 Block diagram of proposed NMFCs + NN

いま微分演算子  $p = t/dt$  を用いて  $y(t), y_m(t)$  の伝達関数表示を行なう。 $(C, A, B), (C_m, A_m, B_m)$  について,

$$C(Ip - A)^{-1}B = N(p)/D(p) \quad (7)$$

$$C_f(Ip - A_f)^{-1}B_f = N_f(p)/D(p) \quad (8)$$

$$C_m(Ip - A_m)^{-1}B_m = N_m(p)/D_m(p) \quad (9)$$

と記述すると, (7)~(9)式より  $y(t), y_m(t)$  は以下のようなになる。ここで  $D(p) = |Ip - A|, D_m(p) = |Ip - A_m|$  である。

$$\begin{aligned} D(p)y(t) &= N(p)u_M(t) + N_f(p)f(v(t)) \\ &+ w_d(t) \quad (10) \end{aligned}$$

$$D_m(p)y_m(t) = N_m(p)r_m(t) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} w_d(t) &= C \operatorname{adj}(Ip - A)d(t) + D(p)d_0(t) \quad (12) \end{aligned}$$

また  $N(p), N_f(p)$  について,

$$N(p) = \operatorname{diag}(p^{\sigma_i})N_r + \tilde{N}(p) \quad (13)$$

$$N_f(p) = \operatorname{diag}(p^{\sigma_{f_i}})N_{f_r} + \tilde{N}_f(p) \quad (14)$$

と分解でき,  $\partial_{r_i} N(p) = \sigma_i, \partial_{r_i} N_f(p) = \sigma_{f_i}$ ,  $N(p)$  は行プロパー ( $N_r \neq 0$ ) であるとする。外乱  $d(t), d_0(t)$  は,  $D_d(p)$  を既知でモニックな多項式としたときに,

$$D_d(p)d(t) = 0, D_d(p)d_0(t) = 0, \partial D_d(p) = n_d \quad (15)$$

を満たすものとする。これより,

$$D_d(p)w_d(t) = 0 \quad (16)$$

が成り立つ。次に $\rho$ 次のモニックかつ安定な多項式 $T(p)$ を選んで、次式より $R(p)$ ,  $S(p)$ を求める。 $\rho$ は $\partial D_m = n_m$ ,  $\partial D(p) = n$ ,  $\partial R(p) = \rho + n_m - n_d - n$ ,  $\partial S(p) \leq n_d + n - 1$ としたとき, $\rho \geq n_d + 2n - n_m - 1 - \sigma_i$ を満たすように決定する。

$$T(p)D_m(p) = D_d(p)D(p)R(p) + S(p) \quad (17)$$

出力誤差 $e(t) = y(t) - y_m(t)$ は(11),(17)式より,

$$T(p)D_m(p)e(t) = D_d(p)D(p)R(p)y(t) + S(p)y(t) - T(p)N_m(p)r_m(t) \quad (18)$$

ここで $|Q_s(p)|$ が安定多項式であるような多項式行列 $Q_s(p)$ を考える。ただし式内で $\partial_{r_i} \tilde{Q}_s(p) < \rho + n_m - n + \sigma_i$ とする。

$$Q_s(p) = \text{diag}(p^{\rho+n_m-n+\sigma_i}) + \tilde{Q}_s(p) \quad (19)$$

$Q_s(p)$ を使うと(18)式は以下のように記述できる。

$$e(t) = \frac{Q_s(p)N_r}{T(p)D_m(p)} [u_M(t) + N_r^{-1}Q_s(p)^{-1} \times \{D_d(p)R(p)N(p) - Q_s(p)N_r\}u_M(t) + N_r^{-1}Q_s(p)^{-1}S(p)y(t) + N_r^{-1}Q_s(p)^{-1}D_d(p)R(p)N_f(p)f(v(t)) - N_r^{-1}Q_s(p)^{-1}T(p)N_m(p)r_m(t)] \quad (20)$$

いま(20)式の伝達関数行列項を以下のように状態空間表示で表すと,

$$N_r^{-1}Q_s(p)^{-1}\{D_d(p)R(p)N(p) - Q_s(p)N_r\} = H_1(Ip - F_1)^{-1}G_1 \quad (21)$$

$$N_r^{-1}Q_s(p)^{-1}S(p) = E_2 + H_2(Ip - F_2)^{-1}G_2 \quad (22)$$

$$N_r^{-1}Q_s(p)^{-1}D_d(p)R(p)N_f(p) = E_3 + H_3(Ip - F_3)^{-1}G_3 \quad (23)$$

$$N_r^{-1}Q_s(p)^{-1}T(p)N_m(p) = E_4 + H_4(Ip - F_4)^{-1}G_4 \quad (24)$$

となる。ここで $|pI - F_i| = |Q_s(p)| (i = 1 \sim 4)$ とする。(20)式において $T(p)D_m(p)e(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ で

あるので、制御入力 $u_M(t)$ は内部状態を使うと以下のように記述できる。

$$u_M(t) = -H_1\xi_1(t) - E_2y(t) - H_2\xi_2(t) - E_3f(v(t)) - H_3\xi_3(t) + E_4r_m(t) + H_4\xi_4(t) \quad (25)$$

$$\dot{\xi}_1(t) = F_1\xi_1(t) + G_1u_M(t) \quad (26)$$

$$\dot{\xi}_2(t) = F_2\xi_2(t) + G_2y(t) \quad (27)$$

$$\dot{\xi}_3(t) = F_3\xi_3(t) + G_3f(v(t)) \quad (28)$$

$$\dot{\xi}_4(t) = F_4\xi_4(t) + G_4r_m(t) \quad (29)$$

ただし(25)式内の $u_M(t)$ に $y(t)$ ,  $f(v(t))$ ,  $r_m(t)$ の時間微分が含まれないように次数について $n_m - \sigma_{mi} \geq n - \sigma_i (i = 1 \sim l)$ ,  $\sigma_i \geq \sigma_{fi} (i = 1 \sim l)$ ,  $\rho \geq n_d + 2n - n_m - 1 - \sigma_i (i = 1 \sim l)$ を満たしているものとする。

内部状態の有界性については文献3)を参考にされたい。本論文で提案するNMFCS+NN制御系のブロック線図をFig. 1に示す。

### 3. NNの学習

本論文で用いるNNは3層階層型であり、バックプロパゲーション学習則によって学習を行う。以下NNの数学的な学習プロセスを本制御系の構成に従って説明していく。ここで各層のニューロン数は入力層N, 中間層M, 出力層lとする。ある時刻tにおける, NNへの入力を $I_{Ni}(t) (i = 1 \sim N)$ とし, NNの入力層i番目のニューロンから中間層j番目のニューロンへの結合荷重を $\omega_{ji}(t)$ , 中間層j番目のニューロンから出力層k番目のニューロンへの結合荷重を $\nu_{kj}(t)$ とすると, NNの内部は次のように表現できる。ただし(34),(35),(36)式内において $X_g$ と $[a_1, \dots, a_l]$ は定数とする。

$$U_j(t) = \sum_i \omega_{ji}(t) \cdot I_{Ni}(t) \quad (30)$$

$$P_j(t) = g_P(U_j(t)) \quad (31)$$

$$S_k(t) = \sum_j \nu_{kj}(t) \cdot P_j(t) \quad (32)$$

$$O_k(t) = g_{O_k}(S_k(t)) \quad (33)$$

$$g_P(z) = \frac{X_g}{2} \cdot \frac{1 - \exp(-4z/X_g)}{1 + \exp(-4z/X_g)} \quad (34)$$

$$g_{O_k}(z) = \lambda_{O_k} \cdot \frac{1 - \exp(-4z/X_g)}{1 + \exp(-4z/X_g)} \quad (35)$$

$$\lambda_{O_k} = \frac{a_k \cdot X_g}{2} \quad [k = 1 \sim l] \quad (36)$$

$g_P(\cdot), g_{O_k}(\cdot)$  [ $k = 1 \sim l$ ] はシグモイド関数であり, それぞれ  $-X_g/2$  から  $X_g/2$ ,  $-\lambda_{O_k}$  から  $\lambda_{O_k}$  までの値しかとらない. また  $O_k(t)$  は  $u_N(t) = [O_1(t), O_2(t), \dots, O_l(t)]^T$  のようにまとめられる. 次に出力層全ニューロンからの出力に対する評価関数  $J(t)$  は以下のように表せる.

$$J(t) = \sum_{k=1}^l \frac{1}{2} (y_k(t) - y_{mk}(t))^2 \quad (37)$$

(37)式において  $y_{mk}(t)$ ,  $y_k(t)$  はそれぞれ2章で述べた,  $y(t) \in R^l, y_m(t) \in R^l$  の  $k$  番目の要素とする. NNはこの評価関数  $J(t)$  を最小にするように学習を行う. 学習において結合荷重  $\omega_{ji}(t), \nu_{kj}(t)$  の更新は以下の式によって行なわれる ( $\eta > 0$  は学習速度を決定するパラメータ).

$$\omega_{ji}(t + \Delta t) = \omega_{ji}(t) - \eta \frac{\partial J(t)}{\partial \omega_{ji}(t)} \quad (38)$$

$$\nu_{kj}(t + \Delta t) = \nu_{kj}(t) - \eta \frac{\partial J(t)}{\partial \nu_{kj}(t)} \quad (39)$$

ここで(38),(39)式内の  $\partial J(t)/\partial \omega_{ji}(t), \partial J(t)/\partial \nu_{kj}(t)$  は次のように展開される.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(t)}{\partial \omega_{ji}(t)} &= \sum_{k=1}^l \left( \sum_{r=1}^l \left( \frac{\partial J(t)}{\partial y_r(t)} \frac{\partial y_r(t)}{\partial O_k(t)} \right) \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\partial O_k(t)}{\partial S_k(t)} \frac{\partial S_k(t)}{\partial P_j(t)} \right) \frac{\partial P_j(t)}{\partial U_j(t)} \frac{\partial U_j(t)}{\partial \omega_{ji}(t)} \quad (40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(t)}{\partial \nu_{kj}(t)} &= \sum_{r=1}^l \left( \frac{\partial J(t)}{\partial y_r(t)} \frac{\partial y_r(t)}{\partial O_k(t)} \right) \\ &\quad \times \frac{\partial O_k(t)}{\partial S_k(t)} \frac{\partial S_k(t)}{\partial \nu_{kj}(t)} \quad (41) \end{aligned}$$

上の式で偏微分項  $\partial y_r(t)/\partial O_k(t)$ , つまり NN からの入力  $u_N(t)$  に対するプラントの出力  $y(t)$  の微分係数を求めなければならない. ただしこの微分係数を厳密に求めることは一般に難しい. そこで次の章では1入力1出力系の場合における微分係数を必要としない結合荷重の更新方法を示す.

## 4. 安定性に関する考察

本論文では, ある時刻  $t$  におけるプラントの出力  $y(t)$  とモデルの出力  $y_m(t)$  の出力誤差  $e(t) \in R^l$  はモデル誤差がある場合には(1),(20), (25)より次のように表される.

$$\begin{aligned} e(t) &= y(t) - y_m(t) \\ &= Q(p)[u_M(t) + u_N(t) \\ &\quad + (M + \Delta M)I_M(t)] \quad (42) \end{aligned}$$

$$Q(p) = \frac{Q_s(p)N_r}{T(p)D_m(p)} \quad (43)$$

$$M = [H_1, H_2, H_3, H_4, E_2, E_3, E_4] \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \Delta M &= [\Delta H_1, \Delta H_2, \Delta H_3, \Delta H_4, \\ &\quad \Delta E_2, \Delta E_3, \Delta E_4] \quad (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_M(t) &= [\xi_1^T(t), \xi_2^T(t), \xi_3^T(t), -\xi_4^T(t), \\ &\quad y^T(t), f^T(v(t)), -r_m^T(t)]^T \quad (46) \end{aligned}$$

(43)式内の  $Q_s(p)N_r, T(p), D_m(p)$  は, モデル追従形制御系の設計において安定行列または安定多項式であり, 伝達関数  $Q(p)$  は安定かつ厳にプロパーである. (44)式内の  $M$  の各要素は, 未知であるモデル誤差を考えずに設計し得られた定数行列である.(45)式内の  $\Delta M$  の各要素はモデル誤差により生じた誤差を表す定数行列であり, 当然未知である.(42)式内において  $u_M(t)$  は  $MI_M(t)$  を消去するように設計されるため, 出力誤差は,

$$e(t) = Q(p)[u_N(t) + \Delta MI_M(t)] \quad (47)$$

と記述できる. そのため(47)式において  $|\cdot|$  内が零であれば出力誤差  $e(t)$  は零となる. これは利用可能である  $I_M(t)$  を NN への有界な入力と仮定するとき, NN が線形関数  $-\Delta MI_M(t)$  を写像できれば, システムの安定化制御が実現することを意味している. 本論文で使用しているような3層非線形 NN は十分なニューロン数さえあれば任意の非線形関数を写像できる事が知られており<sup>5)</sup>, NN の学習は容易と思われるが, その解析的な証明は難しい. ただ

し3層階層型NNによる1入力1出力系の線形部が支配的なプラントの制御について、条件付きながらNN制御器の局所的安定性について論じているいくつかの論文<sup>3, 6, 7)</sup>がある。本システムにおいてもNN補償器は線形プラントの安定化制御を達成できればよいと考えられるため、以下NN補償器の安定性について上の文献に倣い論じていく。ここでプラントは $l=1$ ,つまり1入力1出力系について扱う。

本制御系では出力誤差 $e(t) = y(t) - y_m(t) \in R^1$ は(47)式であるので、(37)式の評価関数に対して(38),(39)式内の $\partial J(t)/\partial \omega_{ji}(t)$ ,  $\partial J(t)/\partial \nu_{kj}(t)$ は以下のようになる。

$$\frac{\partial J(t)}{\partial \omega_{ji}(t)} = e(t) \times Q(p) \left[ \frac{\partial u_N(t)}{\partial \omega_{ji}(t)} \right] \quad (48)$$

$$\frac{\partial J(t)}{\partial \nu_{kj}(t)} = e(t) \times Q(p) \left[ \frac{\partial u_N(t)}{\partial \nu_{kj}(t)} \right] \quad (49)$$

この更新方法では前章で述べたように、微分係数が結合荷重の更新過程に現れないことがわかる。ここで $l=1$ であるため以下NNの出力層に関する添字 $k$ は省略する。また式内のスカラー関数 $u_N(t)$ は $u_N(t) = O(t)$ であることに注意されたい。次に(34),(35)式において $X_g \geq 20$ の場合、シグモイド関数は線形関数に近づくことが知られている<sup>8)</sup>。また非線形要素の小さいプラントに対して飽和関数を用いると、かえってNNの学習精度が劣化する場合があるため<sup>3)</sup>、以下 $X_g \geq 20$ とする。また(36)式において $a_1 = 1$ とする。このとき本システムにおける3層非線形NNは3層線形NNとして近似的に扱えるので、NNの出力 $u_N(t)$ は以下のように表記できる。NNは入力層 $N$ ,中間層 $M$ ,出力層 $1$ であり、式中で $I_M(t) \in R^{N \times 1}$ とする。

$$u_N(t) = V^T(t)W(t)I_M(t) \quad (50)$$

$$V^T(t) = [\nu_1(t), \nu_2(t), \dots, \nu_N(t)] \quad (51)$$

$$W(t) = \begin{bmatrix} \omega_{11}(t) & \omega_{12}(t) & \dots & \omega_{1N}(t) \\ \omega_{21}(t) & \omega_{22}(t) & \dots & \omega_{2N}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{M1}(t) & \omega_{M2}(t) & \dots & \omega_{MN}(t) \end{bmatrix} \quad (52)$$

ここで入力層の数 $N$ は1入力1出力系においてNM-FCSの設計により $4(\rho+n_m-n+\sigma_1)+l_f+l_m+1$ と決まる。次に結合荷重 $W(t), V(t)$ の更新は(38),(39),(48),(49)式に基づいて行われ以下のようになる。

$$\begin{aligned} W(t+\Delta t) &= W(t) - \eta \frac{\partial J(t)}{\partial W(t)} \\ &= W(t) - \eta \cdot e(t) Q(p) \left[ \frac{\partial u_N(t)}{\partial W(t)} \right] \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} V(t+\Delta t) &= V(t) - \eta \frac{\partial J(t)}{\partial V(t)} \\ &= V(t) - \eta \cdot e(t) Q(p) \left[ \frac{\partial u_N(t)}{\partial V(t)} \right] \end{aligned} \quad (54)$$

ここで出力誤差 $e(t)$ の2乗は十分に小さいものとして零に近似すると $V^T(t+\Delta t)W(t+\Delta t)$ は、

$$\begin{aligned} V^T(t+\Delta t)W(t+\Delta t) \\ \approx V^T(t)W(t) - \eta \cdot e(t)\Omega(t) \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \Omega(t) &= Q(p) [I_M^T(t)W^T(t)W(t) \\ &\quad + V^T(t)V(t)I_M^T(t)] \in R^{1 \times N} \end{aligned} \quad (56)$$

と記述される。また(47)式は(50)式により、以下のようにまとめられる。

$$e(t) = Q(p) [\varphi^T(t)I_M(t)] \quad (57)$$

$$\varphi^T(t) = V^T(t)W(t) + \Delta M \in R^{1 \times N} \quad (58)$$

(57)式において $Q(t)$ は安定な伝達関数であり $I_M(t)$ は有界と仮定したので、 $\varphi^T(t)$ の安定性が証明できれば、出力誤差 $e(t)$ の漸近安定性が保証される。そこでリアプノフ関数の候補としてスカラー関数 $\Psi(t) = \varphi^T(t)\varphi(t) > 0$ を考える。まず(55),(58)式より $\varphi^T(t+\Delta t)$ は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \varphi^T(t+\Delta t) &= V^T(t+\Delta t)W(t+\Delta t) + \Delta M \\ &= \varphi^T(t) - \eta e(t)\Omega(t) \end{aligned} \quad (59)$$

よって1サンプリングタイムにおける $\Psi$ の偏差は

$$\begin{aligned} \Delta \Psi &= \Psi(t+\Delta t) - \Psi(t) \\ &= -\eta [2e(t)\Omega(t)\varphi(t) - \eta e^2(t)\Omega(t)\Omega^T(t)] \end{aligned} \quad (60)$$

となるので、 $[\cdot] > 0$ になるような学習速度係数 $\eta$ を選べば $\Delta \Psi < 0$ となる。ただしこのままでは具体的

な $\eta$ の値を求めるのは難しいので次の手順で近似を行い $\eta$ を求めていく。 $e^2(t) \approx 0$ が成り立つ局所的な場合において、 $e(t)$ の要素である $\varphi^T(t)$ の変化は小さく定数的であると考え、(56)式より以下の近似が考えられる。

$$\Omega(t)\varphi(t) \approx Q(p)[\{I_M^T(t)W^T(t)W(t) + V^T(t)V(t)I_M^T(t)\}\varphi(t)] \quad (61)$$

更に行列 $W^T(t)W(t)$ の各要素に対してスカラー関数 $V^T(t)V(t) = \sum_{i=1}^N v_i^2$ は十分に大きいと仮定すると以下の形式に変換できる。

$$W^T(t)W(t) + V^T(t)V(t) \cdot I \approx \zeta(t) \cdot I \quad (62)$$

ここで $\zeta(t)$ は正のスカラー関数、 $I \in R^{N \times N}$ は単位行列である。よって(61)式内において、

$$[I_M^T(t)W^T(t)W(t) + V^T(t)V(t)I_M^T(t)]^T \approx \zeta(t)I_M(t) \quad (63)$$

局所的な場合においては $\varphi^T(t)$ の要素である $W(t)$ 、 $V(t)$ は定数的であるため、 $\zeta(t)$ も定数的であるとすると(61),(63)式により、

$$\begin{aligned} e(t)\Omega(t)\varphi(t) &= e(t)[\Omega(t)\varphi(t)]^T \\ &\approx e(t)Q(p)[\varphi^T(t)\zeta(t)I_M(t)] \\ &= \zeta(t)e^2(t) \end{aligned} \quad (64)$$

となるため(60)式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta\Psi &\approx -\eta\zeta(t)e^2(t)(2 - \eta\zeta(t)Q(p)[I_M^T(t)] \\ &\quad \times Q(p)[I_M(t)]) \end{aligned} \quad (65)$$

$\eta, \zeta(t)$ は正であるので上式の $(\cdot)$ 内を正にするには、

$$0 < \eta \leq \frac{2}{\sigma_{\max}} \quad (66)$$

$$\sigma_{\max} = \zeta(t) \cdot \max\{Q(p)[I_M^T(t)]Q(p)[I_M(t)]\} \quad (67)$$

を満たす学習速度係数 $\eta$ を選べばNN補償器の局所的安定性が保証される。(67)式における $\zeta(t)$ の値は、NNの学習が進み $\zeta(t)$ が近似的に定数と見なせ

るような段階の値を使う。またここで $\sigma_{\max}$ は $\zeta(t)$ や $I_M(t)$ により構成されているため、NNの学習以前にその値を求めることはできないことに注意されたい。そのため最初の $\eta$ は十分に小さい正の値として決定し、何回か試行することで(66)式に基づき適切な $\eta$ の値を求めていくこととする。 $\eta$ の値が大きければNNの学習が速やかに行われるため、なるべく大きな値であればそれだけ望ましいことになる。

## 5. 微分係数の計算法

前章で述べたように1入力1出力系における結合荷重 $\omega_{ji}(t), \nu_{kj}(t)$ の更新において微分係数は必ずしも必要ではない。しかし多入力多出力系においての(48)式に基づく結合荷重 $\omega_{ji}(t)$ の更新では $\partial J(t)/\partial \omega_{ji}(t)$ の計算ができない。つまり(48)式内の $Q(p)[\partial u_N(t)/\partial \omega_{ji}(t)]$ が微分オペレーターにより(40)式の形には分解できないからである。そこで一般に議論されているように微分係数 $\partial y(t)/\partial u_N(t)$ を以下のように求めていく。

いま(1)~(4),(25)~(29)式において未知情報であるモデル誤差および外乱を消去すると、プラントの状態、出力、補助出力方程式は以下のような形をとる。

$$\dot{x} = Ax + B \cdot (u_M + u_N) + B_f f(v) \quad (68)$$

$$v = C_f x \quad (69)$$

$$y = Cx \quad (70)$$

$$\begin{aligned} u_M &= -H_1 \xi_1 - E_2 y - H_2 \xi_2 - E_3 f(v) \\ &\quad - H_3 \xi_3 + E_4 r_m + H_4 \xi_4 \end{aligned} \quad (71)$$

$$\dot{\xi}_1 = F_1 \xi_1 + G_1 u_M \quad (72)$$

$$\dot{\xi}_2 = F_2 \xi_2 + G_2 y \quad (73)$$

$$\dot{\xi}_3 = F_3 \xi_3 + G_3 f(v) \quad (74)$$

$$\dot{\xi}_4 = F_4 \xi_4 + G_4 r_m \quad (75)$$

次に平衡点からの変化量に着目して、(68)~(75)式

を各変数の微小変化分のみで表わす. 例えば(70)式において平衡点を $y_s, x_s$ , 微小変化分を $\Delta y, \Delta x$ とすると,

$$y_s + \Delta y = C(x_s + \Delta x) \quad (76)$$

と記述される. 定常状態においては $y_s = Cx_s$ であるので,

$$\Delta y = C\Delta x \quad (77)$$

の関係式が導かれる. 各変数についても微小変化分のみで表し, まとめると以下ようになる.

$$A\Delta x + B\Delta u_M + B\Delta u_N + B_f \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v = 0 \quad (78)$$

$$\Delta v = C_f \Delta x \quad (79)$$

$$\Delta u_M = -H_1 \Delta \xi_1 - E_2 \Delta y - H_2 \Delta \xi_2 - E_3 \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v - H_3 \Delta \xi_3 \quad (80)$$

$$\Delta \xi_1 = -F_1^{-1} G_1 \Delta u_M \quad (81)$$

$$\Delta \xi_2 = -F_2^{-1} G_2 \Delta y \quad (82)$$

$$\Delta \xi_3 = -F_3^{-1} G_3 \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v \quad (83)$$

ただし $\Delta \dot{x} = \Delta \dot{\xi}_1 = \Delta \dot{\xi}_2 = \Delta \dot{\xi}_3 = \Delta \dot{\xi}_4 = 0$ とした. これはNNの出力による制御系への影響は緩慢に作用するため, 1サンプリング間でのNNの学習による制御系の状態の変化速度は無視できるほど僅かなためである. また $r_m$ と $\xi_4$ は他の変数から独立なため消去した. 以上の式をまとめると $\partial y / \partial u_N \in R^{l \times l}$ は,

$$\frac{\partial y}{\partial u_N} = \frac{-C \text{adj}(L_1) B}{\mu + |L_1|} \quad (84)$$

$$L_1 = (A + B \cdot L_2 + B_f \frac{\partial f}{\partial v} C_f) \quad (85)$$

$$L_2 = (I - H_1 F_1^{-1} G_1)^{-1} (-E_2 C - E_3 \frac{\partial f}{\partial v} C_f + H_2 F_2^{-1} G_2 C + H_3 F_3^{-1} G_3 \frac{\partial f}{\partial v} C_f) \quad (86)$$

となる. 式中の $I$ は単位行列とする. また $\mu$ は $|L_1|$ に対して十分小さな定数として選ぶ.

## 6. 数値例

次のモデル誤差のない数式モデルに対してNM-FCSを設計する. その際, 外乱 $d(t)$ ,  $d_0(t)$ はステップ外乱として設計を行う. また各ベクトルの次元は各行列に添うものとする.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_M(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} f(v(t)) + \begin{bmatrix} 0 \\ d(t) \end{bmatrix} \quad (87)$$

$$v(t) = [6 \quad 1] x(t) \quad (88)$$

$$y(t) = [5 \quad 1] x(t) + d_0(t) \quad (89)$$

$$f(v(t)) = v(t) + v^2(t) + 3v^3(t) - 0.1v^5(t) \quad (90)$$

$$\dot{x}_m(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} x_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_m(t) \quad (91)$$

$$y_m(t) = [2 \quad 1] x_m(t) \quad (92)$$

$$r_m(t) = 4 \sin(0.5t) + 8 \quad (93)$$

実際には(87)~(90)式は以下のようなモデル誤差を持つ.

$$\Delta A = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.2 \\ -0.2 & -0.3 \end{bmatrix} \quad \Delta B = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta B_f = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad \Delta C = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.2 \end{bmatrix} \quad \Delta C_f = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta f(v(t)) = v^3(t) + \sin(v(t))$$

以上の数値を使い数値実験を行った.

NMFCS制御系の応答をFig. 2, NMFCS+NN制御系の応答をFig. 3に示す. ここでプラントの応答を実線, モデルの応答を破線で表した. また数値実験においては系の刻み幅を0.0025, NNのサンプリングタイムを0.02とし,  $u_N(t)$ は0次ホールドで入力した. プラントの状態変数 $x(t)$ は(-0.1, -0.5)から始めている. シグモイド関数は(34)~(36)式において $X_g = 20, a_1 = 2$ とした.

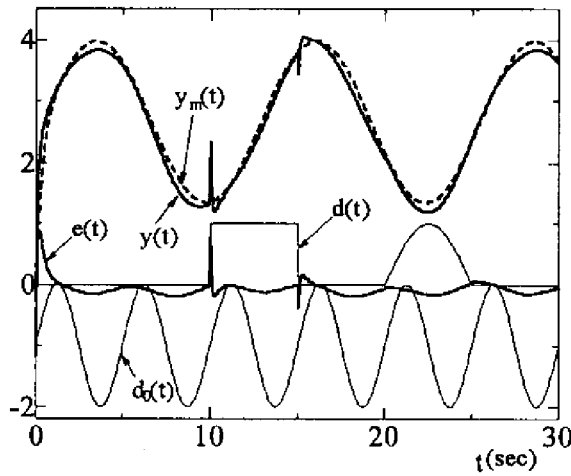


Fig. 2 Simulation results of NMFCS

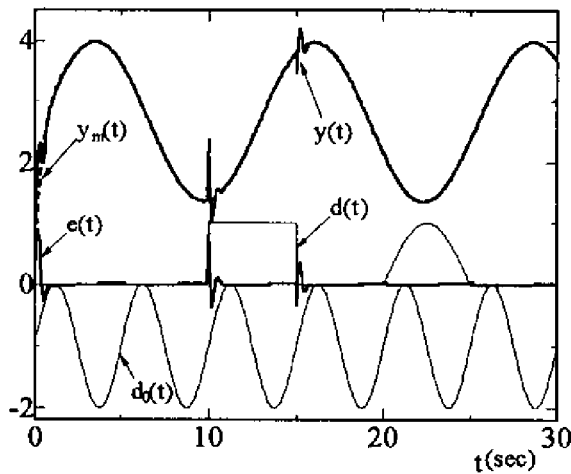


Fig. 3 Simulation results of NMFCS + NN

## 7. おわりに

本論文では、大久保により提案された外乱を考慮した非線形モデル追従型制御系の設計法にNNの補償器を加え、モデル誤差を補償するより効果的な設計法を提案した。本設計法において1つのポイントとなるのが、NNからの制御入力に対するプラント出力の微分係数の計算法である。数値実験により、提案した計算法により得た微分係数を使うことは有効な場合があることを示した。ただしプラントによっては(84)~(86)式内の逆行列が存在しない可能性もあり、また幾つかの仮定の上で計算を進めたため、必ずしも広い汎用性を持つとは言い切れない。

本論文における数値実験では系の刻み幅とNNのサンプリングタイムを異なるものとしたが、これ

は本システムが連続時間系と離散時間系を組み合わせた制御系であることを考慮したためである。ここで系の刻み幅とNNのサンプリングタイムが大きく異なる場合には、(42)式の $\Delta M$ は定数とはみなせない。つまりNNには非線形関数の写像が要求されるのである。また本数値実験のようにステップ外乱を想定して制御系を設計し、非線形外乱を外乱とした場合にも同様である。このような場合に備えてシグモイド関数を線形化せずに使い、非線形関数をより写像しやすくする方法も考えられたが、数値実験の結果かえって学習速度係数 $\eta$ の選定が難しくなった。これはNNの写像対象の関数が、本制御系においては常に線形部が支配的な性質を持つからだと推定される。そのため本制御系ではシグモイド関数は線形で充分であると思われる。

本研究の有効性については、数値実験により示した。本論文で提案した制御系において、NN補償器は設計の段階では未知であるモデル誤差や非線形外乱をすみやかに吸収し優れた追従性を保有していることがわかる。今後は多入力多出力系におけるNN補償器の安定性の解析や、より有効な微分係数の獲得について研究を進めることで、この論文の補足としていきたい。

## 参考文献

- 1) 辻, 大森, 佐野: ニューラルネットワークを併用した適応制御, 計測自動制御学会論文集, 30-3, 295/302 (1994)
- 2) 岩田, 北村: ニューラルネットワークによる順方向モデルを用いた入力追従制御系と入力推定系の構成, 計測自動制御学会論文集, 30-3, 303/309 (1994)
- 3) 山田, 藪田: 離散時間プラントを対象としたニューラルネットワーク学習型同定器, 計測自動制御学会論文集, 29-7, 800/809 (1993)
- 4) 大久保: 外乱を考慮した非線形のモデル追従型制御系の設計, 計測自動制御学会論文集, 21-8, 792/799 (1985)
- 5) 船橋: 3層ニューラルネットワークによる恒等写像の近似的実現についての理論的考察, 電子情報通信学会論文誌, A Vol. J73-A, 1, 139/145 (1990)
- 6) 除, 辻, 金子: ニューラルネットを利用したモデル化誤差を含むプラントの同定と制御, 計測自動制御学会論文集, 32-4, 510/516 (1996)



- 7) 山田, 藪田 : ニューラルネットワークを用いた適応型フィードフォワードフィードバックコントローラ, 計測自動制御学会論文集, 30-10, 1234/1241 (1994)
- 8) T. Yabuta and T. Yamada : Neural Network Controller Characteristics with Regard to Adaptive Control , IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics, SMC-22-1 , 170/176 (1992)