計測自動制御学会東北支部 第163回研究集会 (1996.10.18,19)
資料番号 163-21

多変数ファジィ制御とその応用

Application of the Multivariable Fuzzy Control

○小沼 裕一, 大久保 重範

○Yuichi Konuma, Shigenori Okubo

山形大学

Yamagata University

キーワード： ファジィ制御 (Fuzzy Control), 多変数 (Multivariable), メンバーシップ関数 (Membership Function),
学習 (learning), フィードバック制御 (Feedback Control)

連絡先： 〒992 山形県米沢市城南 4-3-16
山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室 小沼 裕一
Tel.: (0238)26-3246, Fax.: (0238)24-6445, E-mail: konumayu@mip3470.yz.yamagata-u.ac.jp

1. はじめに

ファジィ制御 [1] において、制御器の設計を行う際に試行錯誤を伴う場合が多い。これは制御ルールやメンバーシップ関数の形状を同定するときなど設計者の経験などに頼らざるを得ないからである。そのため、設計者に頼らないような制御手法の研究が盛んに行われている。最近ではファジィ推論を多層型ニューラルネットワーク (以下 NN) のような構造にすることで、ファジィ制御ルールの自動生成 [2] やメンバーシップ関数のパラメータを学習させる手法 [3)~5)] がいくつか提案されている。

本研究では、制御対象を倒立振子としてそのメンバシップ関数を On-Line 学習させるファジィ制御とファジィ制御を補償器として用いた場合の結果を示す。

2. ファジィ推論

2.1 Product-Sum 重心法を用いたファジィ推論

本研究では、以下に示すような Puroduct-Sum 重心法を用いる。

$$Rule\ i\ :\ if\ x_1\ is\ A_{i1}\ and\ x_2\ is\ A_{i2}\ and\ \cdots$$
$$and\ x_m\ is\ A_{im}\ then\ y\ is\ B_i\ (i=1,\cdots,n) \quad (1)$$

(1) 式で、 A_{ij} は前件部メンバーシップ関数を示し、 B_i は後件部メンバシップ関数、添字 i はルール番号、添字 j は入出力変数の番号を示す。

1) 各規則の適合度 ω_i を計算する。

$$\omega_i = \mu_{A_{i1}}(x_1{}^*) \times \mu_{A_{i2}}(x_2{}^*) \times \cdots \times \mu_{A_{im}}(x_m{}^*) \quad (2)$$

2) 各規則の後件部の推論結果 $B_i{}^*$ を計算する。

$$\mu_{B_i}{}^*(y) = \omega_i \times \mu_{B_i}(y) \quad (3)$$

3) 各規則の推論結果を統合して、規則全体の推論結果 B^* を計算する。

$$\mu_B{}^*(y) = \Sigma \mu_{B_i}{}^*(y) \qquad (4)$$

4) 推論結果 B^* の重心を計算する。

$$y^* = \frac{\int y \mu_B{}^*(y) dy}{\int \mu_B{}^*(y) dy} \qquad (5)$$

(ここで、$x_1{}^*, x_2{}^*, \cdots, x_m{}^*, y^*$は、非ファジィ値とする。)

2.2 三角型メンバーシップ関数

Fig. 1 にファジィ推論ルールでよく用いられる二等辺三角型メンバーシップ関数を示す。

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 - \frac{2|x_j - a_{ij}|}{b_{ij}} & , a_{ij} - \frac{b_{ij}}{2} < x_j < a_{ij} + \frac{b_{ij}}{2} \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases} \qquad (6)$$

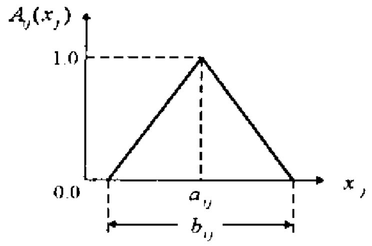

Fig. 1 Isosceles Triangular Membership Function

3. NN による学習

3.1 Product-Sum 重心法の NN 表現

本研究では、ファジィ推論ルールの調整において、NN 学習機能を利用するために、(1) ~ (5) 式で示されたファジィ推論の各演算を NN の各機能に割り当てることで、ファジィ推論の過程を NN のように表現できる。この過程を、Fig. 2 に示す。

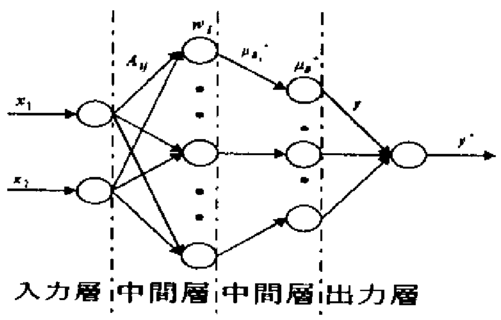

Fig. 2 Neural Network Description of Fuzzy Inference

3.2 学習アルゴリズム I

本研究では、ファジィ推論ルールの調整に、NN の学習則である最急降下法を使用する。最急降下法とは、評価関数の値が最も小さくなる方向に学習を繰り返し最適に近い解を得る方法である。ここで、前件部と後件部のメンバーシップ関数の学習は、 Fig. 1 に示すような形状を決定するパラメータを学習させることである。

最急降下法において、学習方向を決定する評価関数を以下に示す。

$$E = \frac{1}{2}(T - y^*)^2 \qquad (7)$$

$$T = y^* + \Delta f_\theta + \Delta f_x \qquad (8)$$

$$\Delta f_\theta = f_1 \tanh\left(\frac{\theta + c_1 \dot{\theta}}{d_1}\right) \qquad (9)$$

$$\Delta f_x = f_2 \tanh\left(\frac{x + c_2 \dot{x}}{d_2}\right) \qquad (10)$$

T は評価基準、y^* はファジィ出力値であり、$f_1, f_2, c_1, c_2, d_1, d_2$ は定数である。(8) ~ (10) 式は、教師なしアルゴリズムを示している。この教師なしアルゴリズムは、倒立振子独自のアルゴリズムであり NN の On-Line 学習に用いられるものである。これを、メンバーシップ関数のパラメータ学習に適応させるものとする。

次に、メンバーシップ関数の各学習手順におけるパラメータの学習式を以下に示す。

$$y(t+1) = y(t) - K_y \cdot \frac{\partial E}{\partial y} \qquad (11)$$

$$a_{ij}(t+1) = a_{ij}(t) - K_a \cdot \frac{\partial E}{\partial a_{ij}} \quad (12)$$

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) - K_b \cdot \frac{\partial E}{\partial b_{ij}} \quad (13)$$

(11) ~ (13) 式の K_y, K_a, K_b は学習係数である。(2) ~ (6) 式を使用して $\partial E/\partial y, \partial E/\partial a_{ij}, \partial E/\partial b_{ij}$ を計算すると、

$$\frac{\partial E}{\partial y} = (T - y^*) \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\int y\mu_B{}^*(y)dy}{\int \mu_B{}^*(y)dy}\right\} \quad (14)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_{ij}} = (T - y^*) \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_B^*}\left\{\frac{\int y\mu_B{}^*(y)dy}{\int \mu_B{}^*(y)dy}\right\} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{b_{ij}} mzp(x_j - a_{ij}) \quad (15)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_{ij}} = (T - y^*) \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_B^*}\left\{\frac{\int y\mu_B{}^*(y)dy}{\int \mu_B{}^*(y)dy}\right\} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1 - A_{ij}}{b_{ij}} \quad (16)$$

となる。(14) ~ (16) 式をそれぞれ (11) ~ (13) 式に代入すると、

$$y(t+1) = y(t) - K_y \cdot (T - y^*) \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\int y\mu_B{}^*(y)dy}{\int \mu_B{}^*(y)dy}\right\} \quad (17)$$

$$a_{ij}(t+1) = a_{ij}(t) - K_a \cdot (T - y^*) \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_B^*}\left\{\frac{\int y\mu_B{}^*(y)dy}{\int \mu_B{}^*(y)dy}\right\} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{b_{ij}} mzp(x_j - a_{ij}) \quad (18)$$

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) - K_b \cdot (T - y^*) \cdot \frac{\partial}{\partial \mu_B^*}\left\{\frac{\int y\mu_B{}^*(y)dy}{\int \mu_B{}^*(y)dy}\right\} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1 - A_{ij}}{b_{ij}} \quad (19)$$

となる。ここで、mzp は次のような関数である。

$$mzp(q) = \begin{cases} q < 0 & -1 \\ q = 0 & 0 \\ q > 0 & 1 \end{cases} \quad (20)$$

3.3 学習アルゴリズム II

次に、On-Line 学習の 2 番目として評価関数を以下のようにした NN 表現ではない形の最急降下法を使用する。

$$J = K_1 \cdot x_1^2 + K_2 \cdot x_2^2 + \cdots + K_n \cdot x_n^2 \quad (21)$$

ここで、 $K_1, K_2, \cdots, K_n$ は学習係数である。(6) 式を変形させると、

$x_j > a_{ij}$ の場合

$$x_j = a_{ij} - \frac{b_{ij}(A_{ij} - 1)}{2} \quad (22)$$

$x_j = a_{ij}$ の場合

$$0 = 0 \quad (23)$$

$x_j < a_{ij}$ の場合

$$x_j = a_{ij} + \frac{b_{ij}(A_{ij} - 1)}{2} \quad (24)$$

となる。

メンバーシップ関数の各学習手順におけるパラメータの学習式を以下に示す。

$$a_{ij}(t+1) = a_{ij}(t) - K_a \cdot \frac{\partial J}{\partial a_{ij}} \quad (25)$$

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) - K_b \cdot \frac{\partial J}{\partial b_{ij}} \quad (26)$$

(25) , (26) 式の K_a, K_b は学習定数である。(21) , (24) 式から、 $\partial J/\partial a_{ij}, \partial J/\partial b_{ij}$ を計算すると、

$x_j > a_{ij}$ の場合

$$\frac{\partial J}{\partial a_{ij}} = 2 \cdot K_j \cdot x_j \quad (27)$$

$$\frac{\partial J}{\partial b_{ij}} = K_j \cdot x_j \cdot (A_{ij} - 1) \quad (28)$$

$x_j = a_{ij}$ の場合

$$\frac{\partial J}{\partial a_{ij}} = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial J}{\partial b_{ij}} = 0 \quad (30)$$

$x_j < a_{ij}$ の場合

$$\frac{\partial J}{\partial a_{ij}} = 2 \cdot K_j \cdot x_j \quad (31)$$

$$\frac{\partial J}{\partial b_{ij}} = K_j \cdot x_j \cdot (A_{ij} - 1) \quad (32)$$

(27) ~ (32) 式を (25) , (26) 式に代入すると、

$x_j > a_{ij}$ の場合

$$a_{ij}(t+1) = a_{ij}(t) - 2 \cdot K_a \cdot K_j \cdot x_j \quad (33)$$

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) - K_b \cdot K_j \cdot x_j \cdot (A_{ij} - 1) \quad (34)$$

$x_j = a_{ij}$ の場合

$$a_{ij}(t+1) = a_{ij}(t) \quad (35)$$

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) \quad (36)$$

$x_j < a_{ij}$ の場合

$$a_{ij}(t+1) = a_{ij}(t) - 2 \cdot K_a \cdot K_j \cdot x_j \quad (37)$$

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) - K_b \cdot K_j \cdot x_j \cdot (A_{ij} - 1) \quad (38)$$

となる。

4. プラントの概要

4.1 倒立振子の構成

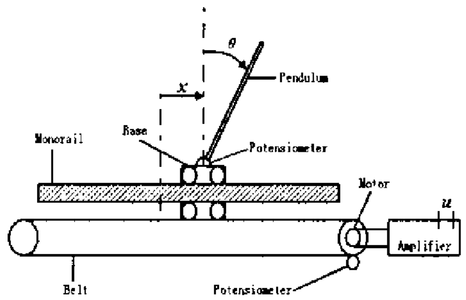

Fig. 3 Inverted pendulum

倒立振子を Fig. 3 に示す。倒立振子の運動方程式は、ラグランジュの方程式により次のように表される。

$$(M+m)\ddot{x} + F\dot{x} + ml\cos\theta\ddot{\theta} - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = Gu \quad (39)$$

$$ml\ddot{x}\cos\theta + (J+ml^2)\ddot{\theta} + C\dot{\theta} - mlg\sin\theta = 0 \quad (40)$$

各記号の物理的意味は、

- M ： 台車の質量
- m ： 振子の質量
- x ： 台車の移動距離
- l ： 振子重心と支点間の距離
- θ ： 振子の振れ角
- F ： プーリ等の摩擦係数
- G ： 電力増幅器の利得係数
- u ： 制御入力電圧
- J ： 振子の慣性モーメント
- C ： 振子の回転軸摩擦係数
- g ： 重力加速度

である。

4.2 二重倒立振子の構成

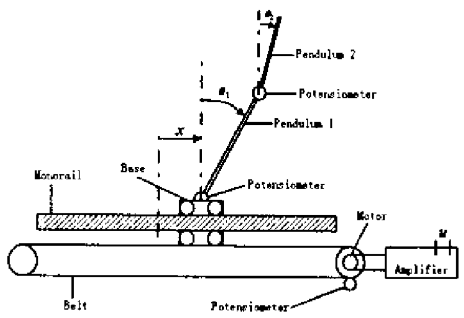

Fig. 4 Series-type Double Inverted pendulum

二重倒立振子を Fig. 4 に示す。二重倒立振子の運動方程式は、ラグランジュの方程式により次のように表される。

$$(M+m_1+m_2)\ddot{x} + (m_1+2m_2)l_1\cos\theta_1\ddot{\theta}_1 + m_2 l_2\cos\theta_2\ddot{\theta}_2 - (m_1+2m_2)l_1\sin\theta_1\dot{\theta}_1^{\,2} - m_2 l_2\sin\theta_2\dot{\theta}_2^{\,2} + F\dot{x} = Gu \quad (41)$$

$$m_2 l_2\cos\theta_2\ddot{x} + 2m_2 l_1 l_2\cos(\theta_1-\theta_2)\ddot{\theta}_1 - m_2 g l_2\sin\theta_2 - 2m_2 l_1 l_2\dot{\theta}_1^{\,2}\sin(\theta_1-\theta_2) + \frac{4}{3}m_2 l_2^{\,2}\ddot{\theta}_2 + C_2(\dot{\theta}_2-\dot{\theta}_1) = 0 \quad (42)$$

$$(m_1+2m_2)l_1\cos\theta_1\ddot{x}+4{l_1}^2(\frac{1}{3}m_1+m_2)\ddot{\theta_1}$$
$$+2m_2l_1l_2\cos(\theta_1-\theta_2)\ddot{\theta_2}+(C_1+C_2)\dot{\theta_1}$$
$$+2m_2l_1l_2\dot{\theta_2}^2\sin(\theta_1-\theta_2)-C_2\dot{\theta_2}$$
$$-(m_1+2m_2)gl_1\sin\theta_1=0 \quad (43)$$

l_1 : 振子 1 重心と支点間の距離

l_2 : 振子 2 重心と支点間の距離

θ_1 : 振子 1 の振れ角

θ_2 : 振子 2 の振れ角

C_1 : 振子 1 の回転軸摩擦係数

C_2 : 振子 2 の回転軸摩擦係数

これ以外の記号は倒立振子の記号と同じとする。

4.3 ルールベース

ファジィのルールベースを Fig. 5 に示す。

u_1 \ u_2	U	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
		θ		x		u_1		
$\dot{\theta}$	PB	ZO	PS	PM	PB	PBB	PBB	PBB
	PM	NS	ZO	PS	PM	PB	PBB	PBB
	PS	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PBB
$\dot{x}$	ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
	NS	NBB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
u_2	NM	NBB	NBB	NB	NM	NS	ZO	PS
	NB	NBB	NBB	NBB	NB	NM	NS	ZO

Fig. 5 Rule Base

4.4 メンバーシップ関数

メンバーシップ関数を Fig. 6 に示す。前件部を 7 分割、後件部を 9 分割とする。

4.5 線形フィードバック制御

倒立振子、二重倒立振子の各パラメーターを、Table. 1 , 2 に示す。フィードバックは倒立振子の運動方程式 θ , θ_1 , θ_2 まわりで線形近似して状態方程式を作り疋田の方法より求めた。ここで、状態方程式は出力 $u(t)$ 、状態変数 $x(t)$ とすると (44) 式のようになる ($x(t)=[x,\theta,\dot{x},\dot{\theta}]^T$, $x(t)=[x,\theta_1,\theta_2,\dot{x},\dot{\theta}_1,\dot{\theta}_2]^T$, A , B は定形数行列)。

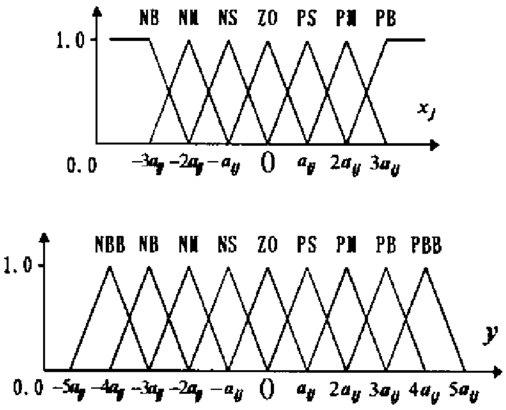

Fig. 6 Membership Function

M	0.628 (kg)	m	0.1735 (kg)
l	0.2465 (m)	F	4.01 (kg/s)
G	3.18 (N/V)	g	9.8 (m/s^2)
C	0.00378 (kgm^2/s)		

Table 1 Parameters of Inverted pendulum

$$\frac{d}{dt}x(t)=Ax(t)+Bu(t) \quad (44)$$

倒立振子の閉ループ系の極を [-1,-2,-3,-4] に配置したとき、フィードバック係数 $F(u(t)=Fx(t))$ は (45) 式となる。

$$F=[0.1699, 4.987, 1.616, 0.7885] \quad (45)$$

二重倒立振子の閉ループ系の極を [-3,-4,-5,-6,-7,-8] に配置したとき、フィードバック係数 $F(u(t)=Fx(t))$ は (46) 式となる。

$$F=[-109.003, 15.790, -365.311$$
$$, -84.962, -58.758, -54.285] \quad (46)$$

M	0.42 (kg)	m_1	0.4 (kg)
m_2	0.2 (kg)	l_1	0.3 (m)
l_2	0.2 (m)	g	9.8 (m/s^2)
G	29 (N/V)	F	1.87 (kg/s)
C_1	0.0054 (kgm^2/s)	C_2	0.00368 (kgm^2/s)

Table 2 Parameters of Series-type double Inverted pendulum

4.6 ブロック線図

Fig. 7 に On-Line 学習アルゴリズムのブロック線図を示す。

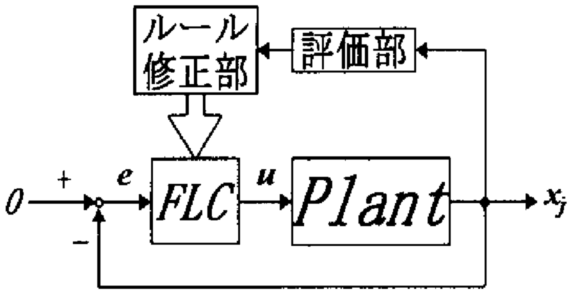

Fig. 7 Block Diagram of Learning Fuzzy Control System

Fig. 8 にファジィ・フィードバック制御のブロック線図を示す。

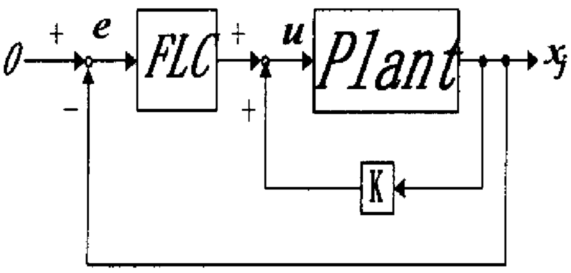

Fig. 8 Block Diagram of Fuzzy and Feedback Control System

5. シミュレーション結果

Fig. 9 ～ 13 にシミュレーション結果を示す。サンプリングタイムは 0.01 としシミュレーションを行った。

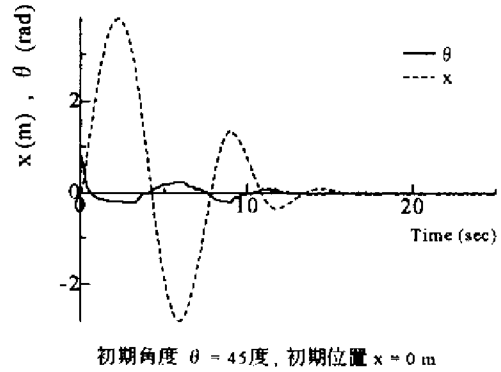

Fig. 9 only Fuzzy Control

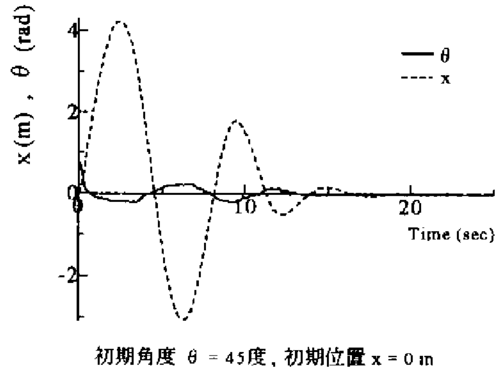

Fig. 10 Learning Fuzzy Control I

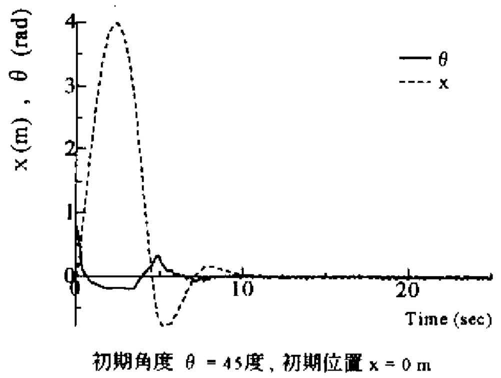

Fig. 11 Learning Fuzzy Control II

Fig. 9 では、ファジィ制御のみの応答を示した。

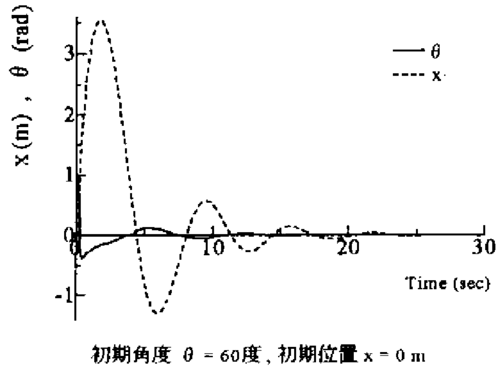

Fig. 12 Fuzzy and Feedback Control

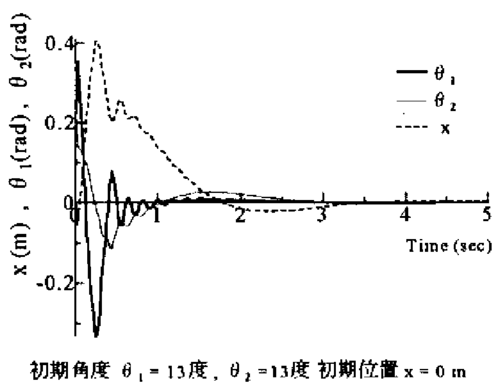

Fig. 13 Fuzzy and Feedback Control

これにより Fig. 10 , 11 とを比較してみると、学習アルゴリズム I の方ではファジィ制御のみの場合の応答よりも位置、角度ともに収束が遅くなっている。NN の場合と同じ評価関数を使用したわけだが学習係数やパラメータを変えた場合に発散がしばしば確認された。グラフを拡大させてみると、応答の振動がファジィ制御のみの応答に比べて大きいことが分かる。

学習アルゴリズム II の方は、ファジィ制御のみの場合と比べるとかなりの早さで位置、角度とも収束している。しかし、応答の振動を抑えることまではできなかった。

Fig. 12 は、線形フィードバックとファジィ制御を融合させた系での応答であり、線形フィードバックだけでは制御できない角度からの収束が可能である。しかし、ファジィ制御の入力が 0 近傍でかなりの影響を与えるため収束に時間がかかる欠点も見られた。

二重倒立振子の制御系において、ファジィ制御のみの場合、 $\theta_1 = \theta_2 = 1$ 度からも制御することができず、 On-Line 学習は不可能であった。Fig. 13 は、線形フィードバックとファジィ制御の融合による制御系であり、収束性の改善が確認された。。

6. おわりに

3 通りのファジィ制御に関するシミュレーションを行ったわけだが、学習係数もメンバシップ関数同様に試行錯誤を必要とした。本研究で提案した制御系は改善の余地がある。

今後は、学習アルゴリズム I に関して、評価関数のパラメータの選定法、見直しを課題としたい。

学習アルゴリズム II に関しては応答の振動をより抑えられるような学習係数が必要であると思われる。

線形フィードバックとファジィ制御を融合する方法については、十分に補償器として使用できる可能性があることが認められた。しかし、角度が大きくなるほど大きな後件部メンバーシップ関数を必要とするため収束に時間がかかりすぎる欠点が挙げられる。

参考文献

1) 藤吉 敏生: ファジィ制御, 日刊工業新聞社 (1993)
2) 石丸 伊知朗: ファジィニューラルネットワークの構築法とファジィルールの自動生成, 電気学会論文誌 C , 964/972, (1996)
3) 山口 亨: 連想記憶によるファジィルールの推論・学習, 電気学会論文誌 C , 207/215, (1990)
4) 増田 達也: ファジィ・ニューラルネットワークによるメンバシップ関数および推論ルールの獲得手法, 電気学会論文誌 C , 1185/1193, (1994)
5) 大木 誠: 折れ線型メンバーシップ関数を用いたファジィルールの自動チューニング, 電気学会論文誌 C , 776/784, (1996)