

学習型ファジィによる倒立振子の安定化制御

Stabilizing an Inverted Pendulum by Learning Fuzzy

○鈴木和則, 大久保重範

○ Kazunori Suzuki, Shigenori Okubo

山形大学

Yamagata University

キーワード: 学習型ファジィ (Learning Fuzzy), ファジィ・ニューラルネットワーク (Fuzzy Neural Network), クーロン摩擦 (Coulomb friction)

連絡先: 〒992 米沢市城南四丁目3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室
鈴木和則, Tel.: (0238)26-3246, Fax.: (0238)24-6445, E-mail: suzukika@mip3470.yz.yamagata-u.ac.jp

1. はじめに

ファジィ制御系の設計を行う場合、if-then型の制御ルール及びそのメンバシップ関数を決定することが困難である場合が多い。また、制御対象である倒立振子にはクーロン摩擦が働いているのだが、クーロン摩擦を考慮した制御系¹⁾の設計例は少ない。そこで本研究では、ファジィ・ニューラルネットワーク^{2, 3)}を用いた学習型ファジィによりメンバシップ関数のパラメータを決定し、倒立振子の安定化制御の改善を試みる。さらに、クーロン摩擦補償の一方法を提案し、その有効性をシミュレーションを行うことにより検証する。

2. 倒立振子モデル

今回考慮する倒立振子モデル⁴⁾を Fig.1 に、そのパラメータを Table 1 に示す。

このモデルは、倒立振子本体の中にモータやおもりなどを内蔵した構造になっており、スライディング機構 (おもり、チェーン・スプロケット系) 部にクーロン摩擦が

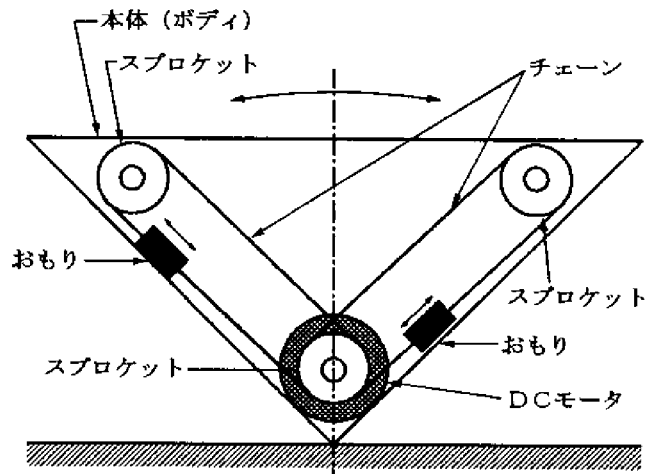


Fig.1 倒立振子モデル

働いているものとし、ここで用いるクーロ

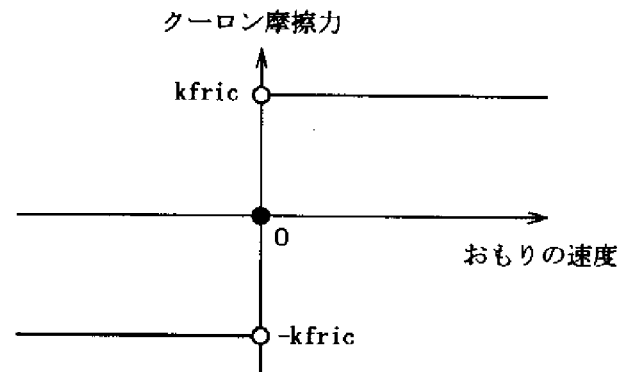


Fig.2 クーロン摩擦力

Table 1 倒立振子のパラメータ

m_1	ボディ (倒立振子本体) の質量	20 [kg]
m_2	おもり一個の質量	10 [kg]
J_1	ボディの回転中心 (接地点) 回りの慣性モーメント	2 [kgm ²]
J_2	チェーン sprocket 系の慣性モーメント	0.002 [kgm ²]
h	ボディの重心高さ	0.25 [m]
l_1	おもりの中心位置からモータまでの距離	0.28 [m]
l_2	モータの高さ	0.1 [m]
α	おもりの移動方向の傾き角度	60 [deg]
k_s	sprocket の半径	0.02 [m]
k_t	モータのトルク定数	0.288 [Nm/A]
k_{bemf}	モータの誘起電圧定数	0.288 [V/(rad)]
k_r	モータの電機子抵抗	0.74 [Ω]
k_{da}	D/A変換定数	0.003 [V/count]
k_{pa}	パワーアンプゲイン	1 [-]
g	重力加速度	9.80665 [m/s ²]
k_{fric}	スライディング機構の抵抗力 (クーロン摩擦力)	20 [N]
θ	ボディの傾き角度	[deg]
x	モータの変位	[m]

摩擦は、近似的に Fig.2 に示すようなものとする。

倒立振子の運動方程式を求めると、次式のようになる。

$$\{J_1 + 2m_2l_1^2 + 2m_2l_2^2 + 4m_2l_1l_2 \cos(\alpha) + 2m_2x^2\}\ddot{\theta} = -4m_2x\dot{\theta} + 2m_2l_2 \sin(\alpha)\ddot{x} - 2m_2g \sin(\alpha)x \cos(\theta) + \{m_1h + 2m_2l_1 \cos(\alpha) + 2m_2l_2\}g \sin(\theta) \quad (1)$$

$$\left(2m_2 + \frac{J_2}{k_s^2}\right)\ddot{x} = 2m_2l_2 \sin(\alpha)\ddot{\theta} + 2m_2x\dot{\theta}^2 - 2m_2g \sin(\alpha)\sin(\theta) - \frac{k_t k_{bemf}}{k_s^2 k_r} \dot{x} + \frac{k_t k_{da} k_{pa}}{k_s k_r} u - k_{fric} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (2)$$

$$\operatorname{sgn}(\dot{x}) = \begin{cases} 1 & (\dot{x} > 0) \\ 0 & (\dot{x} = 0) \\ -1 & (\dot{x} < 0) \end{cases}$$

3. ファジィ制御系の設計

3.1 ファジィ推論法

今回は前件部をファジィ数で、後件部を実数値で表現する簡略推論法⁵⁾を用い、入

力変数は倒立振子の角度・角速度、及びおもりの位置・速度の4つとする。

今回用いたルール、ルール表、及びメンバシップ関数を以下に示す。ただし、 A_{i1} , A_{i2} はファジィラベル (PB, PS, ZO, NS, NB) であり、 a_i は実数値である。

ルール i ($i=1\sim 25$):

$$\text{if } \theta \text{ is } A_{i1} \text{ and } \dot{\theta} \text{ is } A_{i2} \text{ then } u \text{ is } a_i \quad (3)$$

ルール j ($j=26\sim 50$):

$$\text{if } x \text{ is } A_{j1} \text{ and } \dot{x} \text{ is } A_{j2} \text{ then } u \text{ is } a_j \quad (4)$$

Table 2 ルール表

$u \times 10^5$		θ				
		NB	NS	ZO	PS	PB
θ	NB	$a_1 = -4$	$a_2 = -3$	$a_3 = -2$	$a_4 = -1$	$a_5 = 0$
	NS	$a_6 = -3$	$a_7 = -2$	$a_8 = -1$	$a_9 = 0$	$a_{10} = 1$
	ZO	$a_{11} = -2$	$a_{12} = -1$	$a_{13} = 0$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 2$
	PS	$a_{16} = -1$	$a_{17} = 0$	$a_{18} = 1$	$a_{19} = 2$	$a_{20} = 3$
	PB	$a_{21} = 0$	$a_{22} = 1$	$a_{23} = 2$	$a_{24} = 3$	$a_{25} = 4$

$u \times 10^5$		\dot{x}				
		NB	NS	ZO	PS	PB
x	NB	$a_{26} = 4$	$a_{27} = 3$	$a_{28} = 2$	$a_{29} = 1$	$a_{30} = 0$
	NS	$a_{31} = 3$	$a_{32} = 2$	$a_{33} = 1$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = -1$
	ZO	$a_{36} = 2$	$a_{37} = 1$	$a_{38} = 0$	$a_{39} = -1$	$a_{40} = -2$
	PS	$a_{41} = 1$	$a_{42} = 0$	$a_{43} = -1$	$a_{44} = -2$	$a_{45} = -3$
	PB	$a_{46} = 0$	$a_{47} = -1$	$a_{48} = -2$	$a_{49} = -3$	$a_{50} = -4$

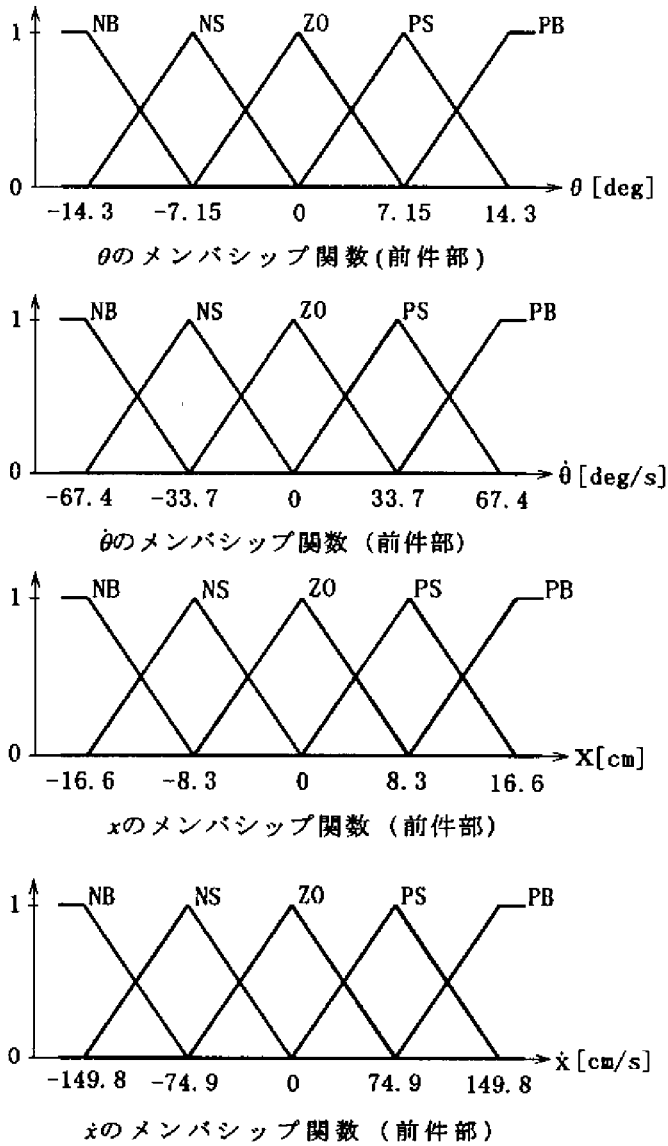


Fig.3 メンバシップ関数

各ルールの前件部適合度は、各入力変数 $(\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x})$ の適合度の代数積 (μ_i, μ_j) とし、ファジィ推論の結果は次式により求める。

$$u = \frac{\sum_{i=1}^{25} (\mu_i \times a_i) + \sum_{j=26}^{50} (\mu_j \times a_j)}{\sum_{i=1}^{25} (\mu_i) + \sum_{j=26}^{50} (\mu_j)} \quad (5)$$

3.2 ファジィの学習

ファジィ推論の学習法として、今回はファジィ・ニューラルネットワークを用いる。ファジィ・ニューラルネットワークとは、ファジィ推論の過程をニューラルネットワークの様に表現して推論結果の導出、

及びファジィ推論で用いるパラメータの学習をする方法である。ニューラルネットワーク表現を Fig.4 に示す。

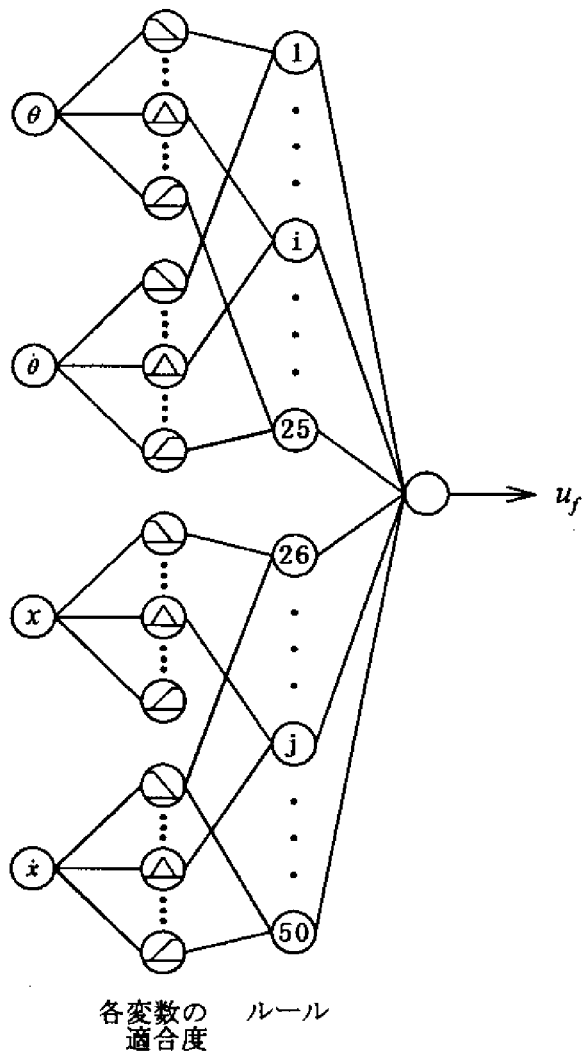


Fig.4 ニューラルネットワーク表現

この方法では、前件部メンバシップ関数のパラメータと後件部の実数値の両方とも学習させることができるが、前件部の学習の効果が少なかったため、ここでは後件部のみの学習をさせることにする。学習はニューラルネットワークで用いられているバックプロパゲーション法によって行い、パラメータ (a_i, a_j) の変化量 $(\Delta a_i, \Delta a_j)$ は次式のようになる。

$$\Delta a_i = -k_i \frac{\partial E}{\partial a_i} \quad (6)$$

$$\Delta a_j = -k_j \frac{\partial E}{\partial a_j} \quad (7)$$

ただし、

$$k_i, k_j : \text{学習係数}$$

$$E = \frac{1}{2} (u_f - u_f^*)^2 : \text{評価関数 (誤差)}$$

$$u_f^* : \text{教師信号}$$

である。

式(6)、(7)の偏微分の部分を計算すると式(8)、(9)のようになる。

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = \frac{\partial E}{\partial u_f} \frac{\partial u_f}{\partial a_i} = (u_f - u_f^*) \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^{25} \mu_i + \sum_{j=26}^{50} \mu_j} \quad (8)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = \frac{\partial E}{\partial u_f} \frac{\partial u_f}{\partial a_j} = (u_f - u_f^*) \frac{\mu_j}{\sum_{i=1}^{25} \mu_i + \sum_{j=26}^{50} \mu_j} \quad (9)$$

以上により学習パラメータ (a_i, a_j) は次式のように学習する。

$$a_{i(st+1)} = a_{i(st)} - k_i (u_f - u_f^*) \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^{25} \mu_i + \sum_{j=26}^{50} \mu_j} \quad (10)$$

$$a_{j(st+1)} = a_{j(st)} - k_j (u_f - u_f^*) \frac{\mu_j}{\sum_{i=1}^{25} \mu_i + \sum_{j=26}^{50} \mu_j} \quad (11)$$

ただし、

st : サンプルングタイム

である。

学習は、シミュレーションの実行時にオンラインで行い、それを数回～数十回行って、パラメータの最終値を決定する。その値を用いて評価のためのシミュレーションを行う。また、倒立振子モデルが左右対称なので、パラメータも左右対称になるように学習させる。

3.3 クーロン摩擦補償

クーロン摩擦は、速度がゼロ以外の時常に働いている。そのため、今回の倒立振子モデルでは制御入力小さいとき、クーロン摩擦によって入力が打ち消されてしまいおもりを動かせなくなってしまうことがある。

クーロン摩擦は、(おもりの)速度方向と逆方向に働くので、クーロン摩擦補償を u_c 、制御入力を u とすると制御入力は

$$u = \begin{cases} u_f + u_c & (\dot{x} > 0) \\ u_f - u_c & (\dot{x} < 0) \end{cases} \quad (12)$$

とする。クーロン摩擦補償 u_c は初期値をゼロとし、以下に示すルールによって学習するものとする。

$$\left. \begin{aligned} & \text{if } u > 0 \text{ and } \dot{x} = 0 \text{ then } \Delta u_c = k_c \cdot u \\ & \text{if } u < 0 \text{ and } \dot{x} = 0 \text{ then } \Delta u_c = -k_c \cdot u \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$u_{c(st+1)} = u_{c(st)} + \Delta u_{c(st)} \quad (14)$$

ただし、

k_c : 学習係数

st : サンプルングタイム

である。

式(13)の2つの式は、制御入力働いているにも関わらずおもりの速度がゼロの場合で、このような場合、クーロン摩擦によって制御入力が打ち消されていて、その大きさが制御入力とほぼ等しいと考えられる。よって摩擦補償を制御入力に比例した値だけ増加させている。

4. シミュレーション結果

Fig.5,6に学習前のシミュレーション結果を、Fig.7,8に学習後のシミュレーション結果を、Fig.9,10に学習後のクーロン摩擦補償つきシミュレーション結果を示す。

シミュレーションは倒立振子に初期角度 (5 [deg]) を与えてコンピュータ上で行った。シミュレーションのサンプリングタイムは1 [ms]、制御入力と学習、摩擦補償のサンプリングタイムは10 [ms] とし、学習係数は $k_1=2$ 、 $k_2=10$ 、 $k_3=0.5$ とし、外乱

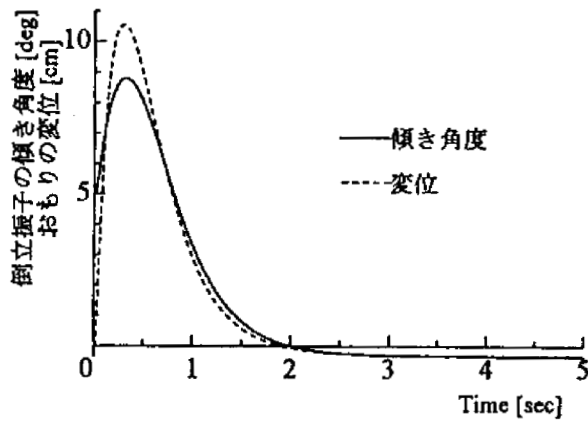


Fig. 5 応答 (学習前)

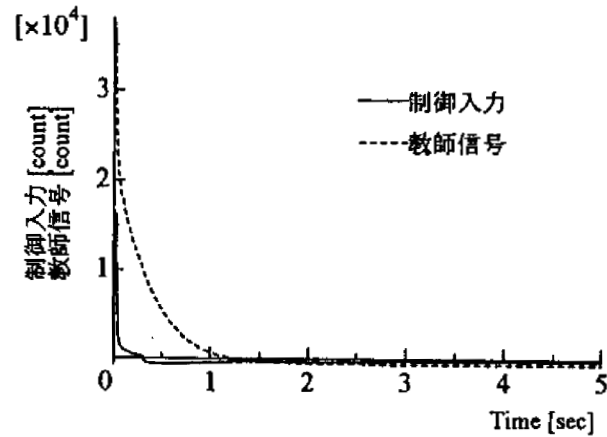


Fig. 6 制御入力, 教師信号 (学習前)

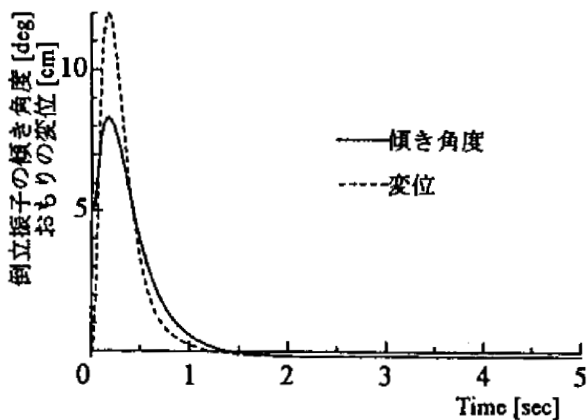


Fig. 7 応答 (学習後)

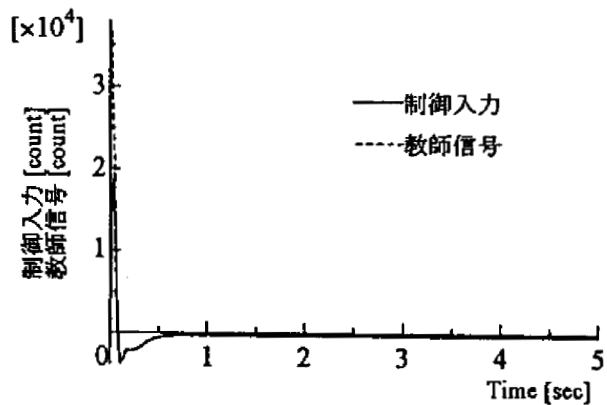


Fig. 8 制御入力, 教師信号 (学習後)

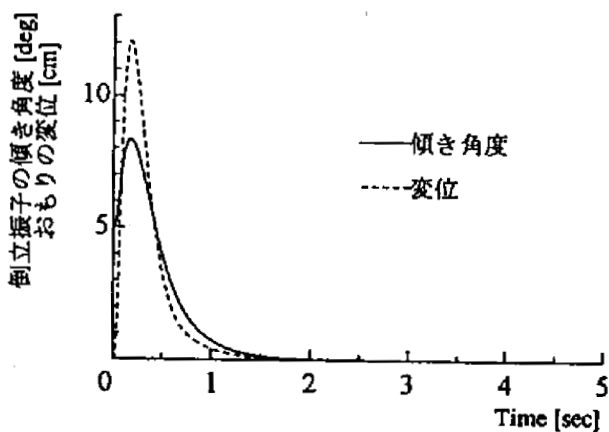


Fig. 9 応答 (学習後、摩擦補償有り)

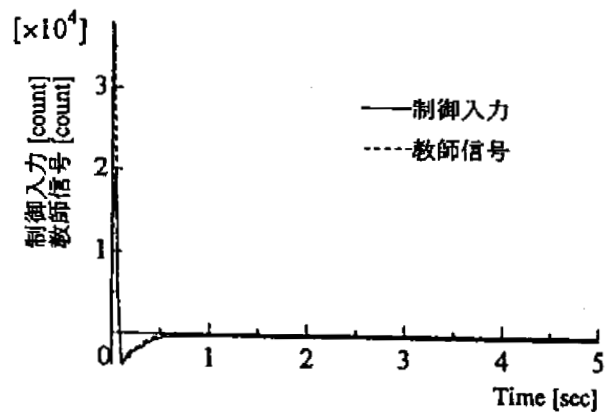


Fig. 10 制御入力, 教師信号 (学習後、摩擦補償有り)

は無視した。また、モータに流れる最大電流を 60 [A] に制限して行った。

Fig.6 と Fig.8 を比較すると Fig.6 では、時間が 0~1 秒の間制御入力と教師信号との間に大きな誤差があるが、Fig.8 では、制御入力と教師信号の誤差がほとんどなくなっている。また、Fig.5,7,9 を比較すると、Fig.5,7 では定常誤差があるが、Fig.9 では定常誤差がなくなっている。

以上により、今回のモデルに対しては、ファジィの学習とクーロン摩擦補償は有効に働いているといえる。

なお、今回用いた倒立振り子モデルを線形近似し、そのモデルに対して設計した最適レギュレータ⁶⁾の入力を教師信号として用いた。以下に、教師信号と、学習後のパラメータを示す。

$$u_f^* = 410580\theta - 522070\dot{x} + 90180\ddot{\theta} - 52650\dot{x} \quad (15)$$

$a_1 = -400000.784947$	$a_{26} = 385814.951794$
$a_2 = -306004.049779$	$a_{27} = 250289.748151$
$a_3 = -201119.339640$	$a_{28} = 162436.190409$
$a_4 = -100000.000000$	$a_{29} = 100000.000000$
$a_5 = 0.000000$	$a_{30} = 0.000000$
$a_6 = -303723.362551$	$a_{31} = 252437.111675$
$a_7 = -216235.995426$	$a_{32} = 170343.811739$
$a_8 = -105156.470033$	$a_{33} = 83268.757904$
$a_9 = -4888.934582$	$a_{34} = -3652.376514$
$a_{10} = 100284.205376$	$a_{35} = -93357.287298$
$a_{11} = -203242.145202$	$a_{36} = 170587.481411$
$a_{12} = -102847.861359$	$a_{37} = 90105.308023$
$a_{13} = 0.000000$	$a_{38} = 0.000000$
$a_{14} = 102847.861359$	$a_{39} = -90105.308023$
$a_{15} = 203242.145202$	$a_{40} = -170587.481411$
$a_{16} = -100284.205376$	$a_{41} = 93357.287298$

$a_{17} = 4888.934582$	$a_{42} = 3652.376514$
$a_{18} = 105156.470033$	$a_{43} = -83268.757904$
$a_{19} = 216235.995426$	$a_{44} = -170343.811739$
$a_{20} = 303723.362551$	$a_{45} = -252437.111675$
$a_{21} = 0.000000$	$a_{46} = 0.000000$
$a_{22} = 100000.000000$	$a_{47} = -100000.000000$
$a_{23} = 201119.339640$	$a_{48} = -162436.190409$
$a_{24} = 306004.049779$	$a_{49} = -250289.748151$
$a_{25} = 400000.784947$	$a_{50} = -385814.951794$

$$u_c = 343.0$$

5. おわりに

クーロン摩擦を有する倒立振り子の安定化制御系を学習型ファジィを用いて設計し、コンピュータシミュレーションを行った。その結果、ファジィのパラメータが適切に学習し、ファジィ推論の出力（制御入力）と教師信号の誤差がほとんどなくなり、その有効性が確認できた。また、クーロン摩擦補償も適切に学習し倒立振り子の定常誤差がなくなり、こちらの方もその有効性が確認できた。

また、クーロン摩擦補償の値をおもりに加わる力に変換すると 20.02 [N] となり、クーロン摩擦力の 20 [N] とほぼ等しい値になっていることから学習が適切であることがいえる。

今回は、制御入力の教師信号を用いてファジィのパラメータを学習させたが、適切な入力値が明らかでないシステムに対してはこの方法は使えない。また、クーロン摩擦補償について、その値が増加する方向にだけ学習するようになっているので、大

きくなってしまう可能性が残っている。以上の2点を今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 木口 量夫, 福田 敏男 : ファジィ・ニューラルネットワークを利用した未知環境に対するハイブリッド制御, 電気学会論文集C, 116-7, 785/793 (1996)
- 2) 岸田 一也, 宮島 廣美, 福元 伸也, 村島 定行 : 学習アルゴリズムによるファジィモデルの構成, 日本ファジィ学会誌, 7-3, 123/131 (1995)
- 3) 増田 達也, 太田 俊彦 : ファジィ・ニューラルネットワークによるメンバシップ関数および推論ルールの獲得手法, 電気学会論文集C, 114-11, 1185/1193 (1994)
- 4) Ping Hsu : Dynamics and Control Design Project Offers Taste Real World, IEEE Control Systems, 31/38 (1992)
- 5) 村上 周太 (編) : 講座ファジィ⑤ファジィ制御, 17/18, 日刊工業新聞社 (1993)
- 6) 古田 勝久, 川路茂保, 美多 勉, 原辰次 : メカニカルシステム制御 7/64, オーム社 (1984)