計測自動制御学会東北支部　第165回研究集会（1996.12.13）
資料番号 165-14

スプール弁内流れの動特性のモデル化

Modeling of Transient Characteristic through a Spool Valve

○夏　毓鵬*，早瀬　敏幸*，林　叡*

○Yupeng XIA*, Toshiyuki HAYASE*and Satoru HAYASHI*

*東北大学　流体科学研究所
*Institute of Fluid Science, Tohoku University

キーワード：数値解析 (Numerical Analysis), 流体過渡現象 (Fluid Transients), スプール弁 (Spool Valve), QUICK スキーム (QUICK Scheme), 時定数 (Time Constant).

連絡先：〒980-77 仙台市青葉区片平　東北大学流体科学研究所　流動場制御研究室
Tel: (022) 217-5255, Fax: (022) 217-5311, E-mail: g0014@reynolds.ifs.tohoku.ac.jp

---

1. はじめに

油圧制御機器の基本的構成要素であるスプール弁は，従来より機械工学の分野で実験的，理論的研究が盛んに行われている．最近のスプール弁内の流れの数値解析においては，定常流に限らず，非定常流の数値解析も行われている[1]．築地らは，スプール弁の開口に伴う流れ場の変化を離散渦法により解析し，噴流と渦領域の形成に関する知見を得た[2]．また大路らは，スプール弁移動時の流体力の変化に注目して，数値解析を行い，弁の移動と流体力，噴流角度の関係を明らかにした[3]．

さて、油圧制御系のモデリングにおいて，スプール弁は，通常静的要素としてモデル化されるが，近年の油圧制御機器の高速化・高精度化の要求に伴い，その動特性が実際上無視できない場合も多い．そこで本研究では，実験が困難な高圧下における非定常流れ場の数値解析の結果に基づいて，スプール弁動特性のモデル化を行うことを目的とする．著者らは既に，基本的な管オリフィスの動特性が二つの時定数によって記述できることを示し，その数学モデルを与えた[4]．さらに単純化した形状のスプール弁について，実際の使用条件に比べて小さな圧力範囲内で，その動特性が上述した管オリフィスの数学モデルを拡張して説明できることを示した[5]．

本研究では，スプール形状及び動作圧力範囲ともに，実際の使用条件に近い場合について非定常数値解析を行う．まず，得られた数値解析結果に基づき，スプール弁内流れの動特性を表す数学モデルについて，すでに得られている低い圧力範囲での結果と比較して検討する．

おもな記号

A_z ： スプールの流路面積 $=\pi(r_o^2-r_i^2)$

A_r ： $=2\pi r\, l$

A_ζ ： スプールの開口面積 $=2\pi r_o\zeta$

c_d ： 流量係数

$\tilde{D}_h$ ： 水力直径 $=2(\tilde{r}_o-\tilde{r}_i)$

h_r, h_z ： r,z 方向の格子間隔

l ： スプールランド幅

L ： スプール長さ

M ： 運動量

N_r, N_z ： r,z 方向の格子数

q ： 流量 $=\tilde{q}\,/\,(\tilde{\nu}\tilde{r}_o)$

r_a ： はく離流線の再付着点 r の位置

r_b ： 計算領域の外周半径

r_i ： スプールの軸半径

$\tilde{r}_o$ ： スプール半径（長さの代表量）

R ： 再付着点距離 $=r_a-r_o$

R_e ： レイノルズ数 $=\tilde{w}_m\tilde{D}_h\,/\,\tilde{\nu}$

t ： 時間 $=\tilde{t}\,/\,(\tilde{r}_o^2\,/\,\tilde{\nu})$

(u,w) ： r,z 方向の速度成分 $=(\tilde{u},\tilde{w})\,/\,(\tilde{\nu}\,/\,\tilde{r}_o)$

$\tilde{w}_m$ ： 断面平均軸速度 $=\tilde{q}\,/\,\tilde{A}_Z$

α ： 時定数 τ_q のモードの割合

ΔP ： 上流と下流境界の圧力差 $=P_1-P_2$

Δt ： 計算時間刻み

$\tilde{\nu}$ ： 流体の動粘度

θ ： 噴流の流出角

$\tilde{\rho}$ ： 流体の密度

τ_q ： 流量の時間変化に対応する時定数の理論値

τ_z ： 再付着点距離の時間変化に対する時定数の理論値

ζ ： スプール変位

下付き添え字

s ： 定常値

上付き添え字

～ ： 有次元量

2. 数値計算法

計算の対象領域及び座標系を図 1 に示す．軸対称円筒座標系(r,z)をとり，対応する速度成分を(u,w)とする．旋回速度成分はないものと仮定する．流体は非圧縮とし，ナビエ・ストークス式と連続式を基礎式にとる．

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial r}+w\frac{\partial u}{\partial z}$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}-\frac{u}{r^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$
$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial r}+w\frac{\partial w}{\partial z}$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$
$$\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{u}{r}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad \text{.....................(1)}$$

本論文では長さの代表量をスプール半径$\tilde{r}_o$，速度の代表量を$\tilde{\nu}/\tilde{r}_o$として，これに流体の密度$\tilde{\rho}$を代表量として加えて，諸量を無次元化して示す．［ただし，$\tilde{\nu}$は動粘度，圧力の代表量は$\tilde{\rho}(\tilde{\nu}/\tilde{r}_o)^2$，時間の代表量は$\tilde{r}_o^2/\tilde{\nu}$ となる．有次元量は全て～を付して示した．］

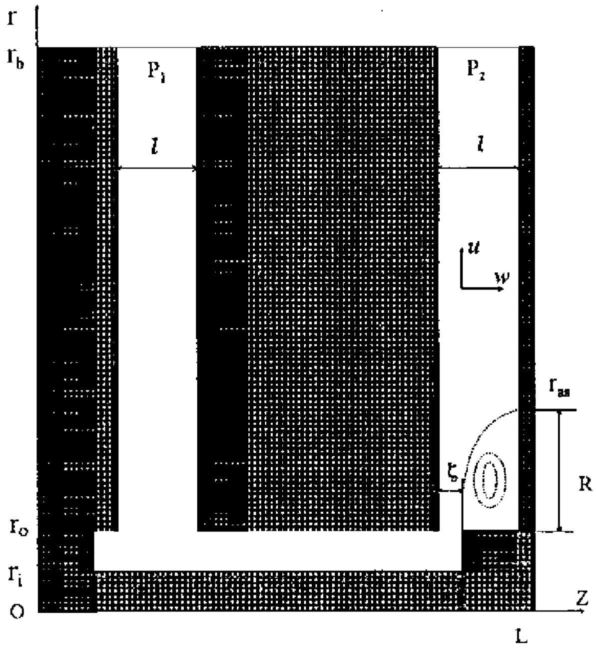


Fig. 1 Geometry and coordinate system

非定常計算の初期条件としては，初期時刻 t=0 において，すべての流体は静止しているものとした．境界条件は，壁面上では滑りなし，r=r_b における上流と下流の断面では，各速度成分の r 方向の勾配が零であるとし，上流端断面上では圧力は ΔP，下流端断面上では圧力は 0 とした．

本論文で用いた数値解析手法について，以下に述べる．不等間隔のスタガード格子系を用い，有限体積法に基づいて基礎方程式を離散化する．得られた差分方程式群は，SIMPLER 法[6]に類似の手法により解かれる．この数値計算法は基本的には前報[5]と同じものである．

本解析手法の主な変更点は，対流項の取り扱いで，二次精度の QUICK スキームを不等間隔格子系に拡張したことである．すなわち，図 2 の不等間隔格子系におけるコントロール・ボリューム境界での変数 ϕ の値 ϕ_w および ϕ_e は上流側の 2 点と下流側の 1 点における値を用いて，式(2)で表現できる．

$$
\begin{aligned}
&U_e > 0, U_w > 0: \\
&\phi_{ei} = \phi_i + \underline{A^{+}_{ei}\phi_{i-1} + (B^{+}_{ei} - 1)\phi_i + C^{+}_{ei}\phi_{i+1}} \\
&\phi_{wi} = \phi_{i-1} + \underline{A^{+}_{wi}\phi_{i-2} + (B^{+}_{wi} - 1)\phi_{i-1} + C^{+}_{wi}\phi_i} \\
&U_e < 0, U_w < 0: \\
&\phi_{ei} = \phi_{i+1} + \underline{A^{-}_{ei}\phi_{i+2} + (B^{-}_{ei} - 1)\phi_{i+1} + C^{-}_{ei}\phi_i} \\
&\phi_{wi} = \phi_i + \underline{A^{-}_{wi}\phi_{i+1} + (B^{-}_{wi} - 1)\phi_i + C^{-}_{wi}\phi_{i-1}} \quad \cdots\text{(2)}
\end{aligned}
$$

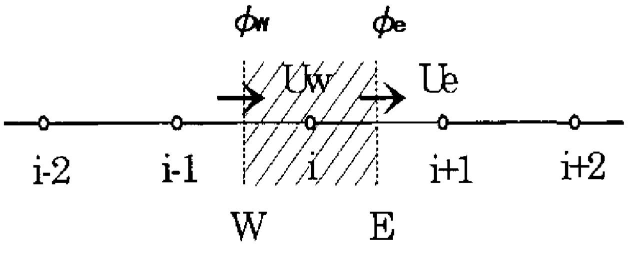


Fig. 2 Control volume of one-dimensional non-uniform grid system

不等間隔格子系における QUICK の係数は表 1 に示すように座標の関数になる．等間隔の格子系の場合には，式(2)は既報の結果と一致する[7]．従来の QUICK の表式との本質的な違いは，式(2)中の下線を付した項が生成項として取り扱われ，反復計算の過程で前回の計算結果を用いて評価されることにある．この表式は，Patankar の四つの基本ルール[6]より求めた等間隔格子系の表式[7]を拡張したものである．この取り扱いにより，反復計算の過程において，コントロール・ボリューム界面での流束の連続性が保証されるため，数値計算全体の安定性が向上した．数値解析手法の詳細については既報[5]で述べているので，ここでは省略する．

Table 1 Coefficients in QUICK scheme of non-uniform rectangular grid system

	$U_e > 0, U_w > 0,$	$U_e < 0, U_w < 0,$
A_{ei}	$\dfrac{(x_i - x_e)(x_{i+1} - x_e)}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1})}$	$\dfrac{(x_i - x_e)(x_{i+1} - x_e)}{(x_i - x_{i+2})(x_{i+1} - x_{i+2})}$
B_{ei}	$\dfrac{(x_{i-1} - x_e)(x_{i+1} - x_e)}{(x_{i-1} - x_i)(x_{i+1} - x_i)}$	$\dfrac{(x_i - x_e)(x_{i+2} - x_e)}{(x_i - x_{i+1})(x_{i+2} - x_{i+1})}$
C_{ei}	$\dfrac{(x_{i-1} - x_e)(x_i - x_e)}{(x_{i-1} - x_{i+1})(x_i - x_{i+1})}$	$\dfrac{(x_{i+1} - x_e)(x_{i+2} - x_e)}{(x_i - x_{i+2})(x_{i+1} - x_{i+2})}$
A_{wi}	$\dfrac{(x_{i-1} - x_w)(x_i - x_w)}{(x_{i-1} - x_{i-2})(x_i - x_{i-2})}$	$\dfrac{(x_{i-1} - x_w)(x_i - x_w)}{(x_{i-1} - x_{i+1})(x_i - x_{i+1})}$
B_{wi}	$\dfrac{(x_{i-2} - x_w)(x_i - x_w)}{(x_{i-2} - x_{i-1})(x_i - x_{i-1})}$	$\dfrac{(x_{i-1} - x_w)(x_{i+1} - x_w)}{(x_{i-1} - x_i)(x_{i+1} - x_i)}$
C_{wi}	$\dfrac{(x_{i-2} - x_w)(x_{i-1} - x_w)}{(x_{i-2} - x_i)(x_{i-1} - x_i)}$	$\dfrac{(x_i - x_w)(x_{i+1} - x_w)}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1})}$

Table 2　Computational conditions

Spool length　L	7.0	35.0[mm]
Spool rod radius　r_i	0.5	2.5[mm]
Spool radius　r_o	1.0	5.0[mm]
Outer boundary radius r_b	8.0	40.0[mm]
Pressure difference ΔP	3.2×10^7	3.4[MPa]
Residual at convergence	0.02	

3. 計算結果と考察

3.1 非定常計算

計算条件を表 2 に示す. 以下の計算はすべて無次元量を用いて行ったが, 参考のためスプール半径を 5[mm], 動粘度を 5.5×10^{-5}[m^2/s], 密度を 870[kg/m^3]とした場合の有次元量も表 2 中に併記した.

非定常計算に先立って, 本計算手法の計算精度と有効性を確認するための予備計算を行った. まず, 三種類の等間隔格子系 $Nr\times Nz$; (A) 50×80, (B) 100×160, (C) 200×320 を用いて定常計算を行った. スプール弁開口部周囲の流線について, (A)と(B)ではかなりの差が見られたが, (B)と(C)の結果には差はほとんど見られなかった. 次に流れ場が局所的に急激に変化するメータリングオリフィス近傍に格子点を集中させた不等間隔格子系 (D) 55×110 を用いて定常計算を行った結果, 格子系(B), (C)と同一の流線が得られた.

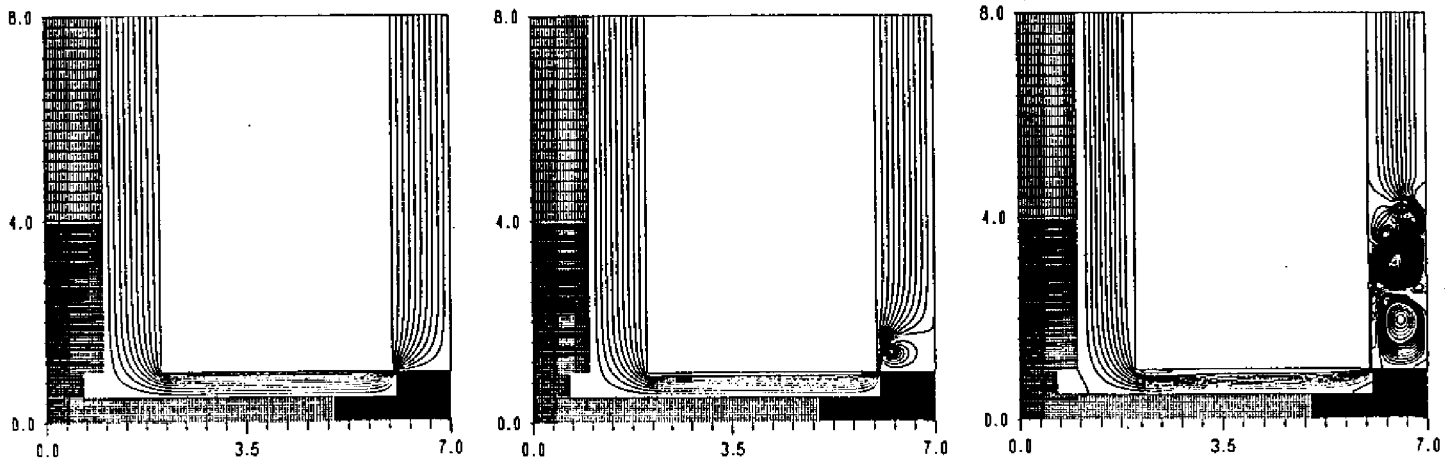
スプール開度 ζ=0.025, 0.05, 0.1, 0.2 の場合について, 時刻 t=0 において, すべての流体が静止しているものとして, 圧力差 ΔP を 0 から 3.2×10^7 (無次元) にステップ状に変化させ, 非定常計算を行った. 計算格子系は表 3 に示すようになる. 上で述べた予備計算の結果に基づき, 流れ場が局所的に急激に変化するメータリングオリフィス近傍に格子点を集中させた不等間隔格子系を用いた.

スプール開度 ζ=0.05 の場合の流線の時間変化を図 3(a)～(c)に示す. 時間 t が小さい間は, はく離は生じないが[図 3(a)], やがてメータリングオリフィスの下流側面からはく離渦が発生する[図 3(b)]. 流量は時間とともに増加し, t=0.0005 においてほぼ定常値に達しているが, 渦領域は時間とともにさらに拡大し, 時刻 t=0.01 ではほぼ定常状態となる.

一方, スプール開度の大きい ζ=0.2[図 4(a)～(c)]の場合は, 時間 t が小さい間は, ζ=0.05 の場合と流線の形状に大きな差は見られないが[図 3(b)と図 4 の(b)], 時間の経過とともに, 流線は複雑に変化する[図 4(c)]. メータリングオリフィス部に注目すると, 時刻 t=0.002 ではスプール開口下流側から渦が発生しており, 時間の経過とともに流れ方向に移動しながら徐々に発達する. t=0.014 において, 下流側の計算領域がほとんど渦領域になり[図 4(c)], 渦領域はさらに下流側に発達する.

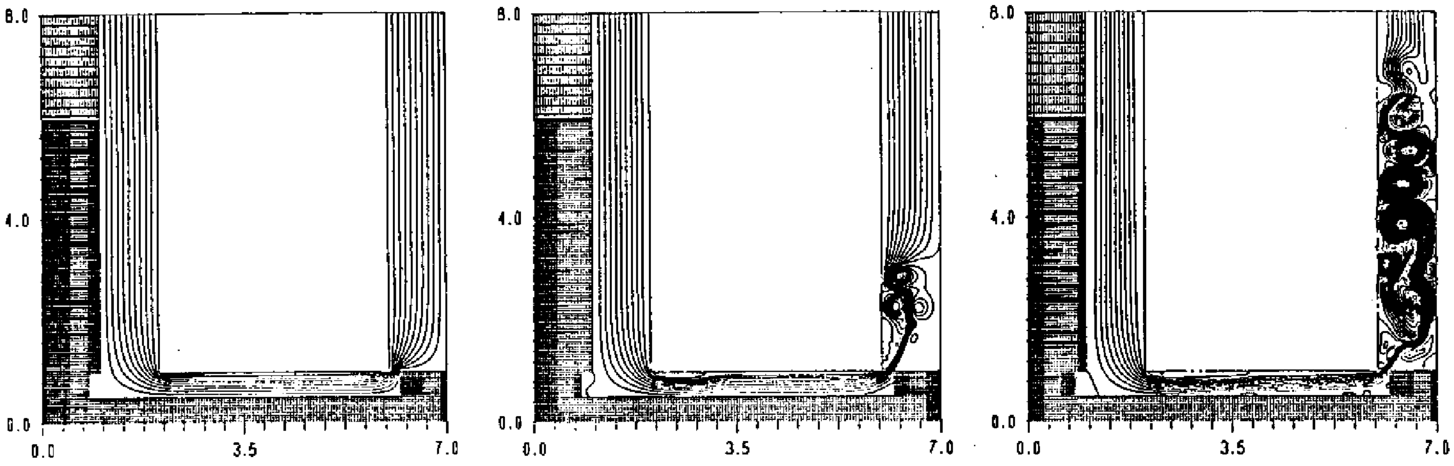
Table 3 Computational grid

Calculation		Steady (Test)				Unsteady			
		A	B	C	D				
Spool stroke ζ		0.2				0.025	0.05	0.1	0.2
$N_r\times N_z$		50 ×80	100 ×160	200 ×320	55×110	420×100	260×100	280×130	140 ×130
Grid size	h_r	1/10	1/20	1/40	1/20(0≦r<4) 1/5(4≦r<8)	1/20(0≦r<4) 1/5(4≦r<8)		1/20(0≦r<6) 1/5(6≦r<8)	
	h_z	1/10	1/20	1/40	1/5(0≦z<3) 1/20(3≦z<5)	1/5(0≦z<5) 1/160 (5≦z<7)	1/5(0≦z<5) 1/80(5≦z<7)	1/5(0≦z<5) 1/40(5≦z<7)	1/20
Δt		10^{20}				1×10^{-4}			2×10^{-4}
CPU time [s]		2.3	8.3	15.9	3.2	21.7	13.5	17.7	8.8



(a) t=0.0001 (q=979.51)　(b) t=0.0005 (q=1906.54)　(c) t=0.01 (q=1899.37)

Fig.3 Streamline for time dependent calculation　(ζ=0.05)



(a) t=0.0002(q=2255.78)　(b)t=0.0014 (q=6850.22)　(c) t=0.014 (q=5956.68)

Fig.4 Streamline for time dependent calculation　(ζ=0.2)

3.2　スプール弁動特性の理論モデル

スプール開度 ζ の種々の値に対して，スプール開度 ζ と Re 数との関係を図 5 に示す．ζ を増すとレイノルズ数すなわち定常流量が増加する．本計算条件では，ζ=0.2 以上で，メータリングオリフィス部で発生した渦領域が次々に半径方向に移動するようになり，　流れは定常状態におちつくことはない. 前報[5]において，レイノルズ数の比較的小さい場合には，流れ場の構造の変化に対応する時定数が，定常状態のはく離流線の再付着点距離を用いて表せることを示したが，流れ状態が定常とならない本計算条件の範囲では，上記のモデルをそのままの形で用いることはできない．　そこで，本論文では，メータリングオリフィス下流端面から渦領域が達する半径方向の最大位置までの距離を再付着点距離と定義する．そのため，流れが定常状態に落ち着く場合は，既報と同じような結果が得られる．流れ状態が定常とならない場合は，渦領域が半径方向に広がって行くため，十分時間が経過した後メータリングオリフィス下流側すべての流れ領域は渦領域になる．再付着点距離 R_{as} と ζ の関係を図 6 に示す．再付着点距離は ζ の増加とともに増加するのが分かる．

流量 q と再付着点距離 R_{as} の時間変化を，それぞれの定常値（添字 S を付した）で正規化して図 7(a),(b)に実線で示す（破線で示した理

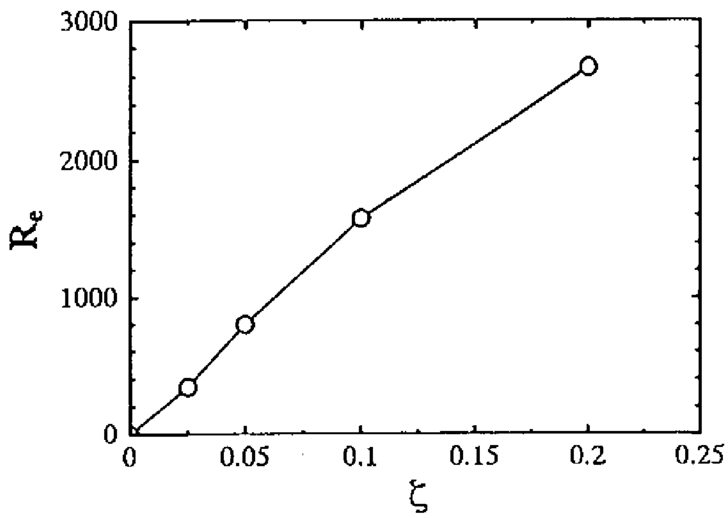


Fig.5 Relation between spool stroke ζ and R_e number

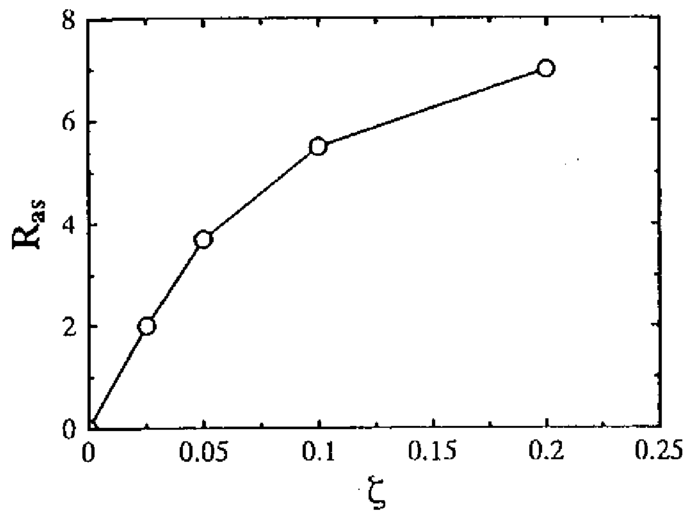


Fig.6 Relation between distance of reattaachment point R_{as} spool stroke ζ

論モデルの結果については後で述べる）．スプール開度 ζ=0.05 の場合は，流量 q が速やかに定常値に達して，定常状態におちつく．再付着点距離の変化はそれに比べて緩やかであり，十分時間が経過した後定常値になる．この結果は，既報[5]に指摘したように，２つの時間スケールの存在による．しかし，高レイノルズ数の ζ=0.2 の場合において流量がほぼ一定値に達した後も振動的に変化し続ける，流れの構造に関しては，渦領域が半径方向に広がって行くため，再付着点距離は時間の経過とともに計算領域の最大半径まで増加し，定常値におちつくことはない．

前報では，スプール弁における流量 q と再付着点距離 R の時間変化を時定数 τ_q, τ_z を持つ２つの指数関数で良好に近似できることを示した[5]．

$$\tau_q = \frac{q_s}{\left.\dfrac{dq}{dt}\right|_{t=0}} = c_d I' \sqrt{\frac{2}{\Delta p}} \quad ,$$

$$\tau_z = \int_{r_o}^{r_{as}} \frac{2\pi\zeta r}{q_s} dr \quad \text{.............................(3)}$$

ここで I' は慣性長と呼ばれ，次式で表される．

$$I' = \frac{A_\zeta}{A_l}(L-l) + \frac{A_\zeta}{2\pi}\left[\frac{1}{l}\ln\frac{r_b}{l} + \frac{1}{l}\ln\frac{r_b}{r_o+\delta^*} + \frac{1}{\zeta}\ln\frac{r_o+\delta^*}{r_o}\right] \quad \text{.....(4)}$$

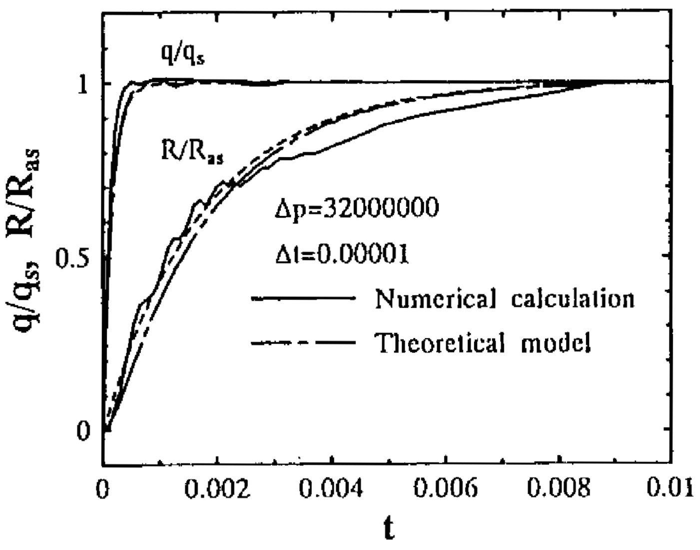
しかし，このモデルでは２つのモードの割合を任意定数として含んでいるため，数学モデルの具体的な表式を得るためには，数値解析結果を必要としていた．そこで，本報では，前報の結果をふまえた上で，任意定数を含まない形の数学モデルを与える．

まず，流量については，τ_z のモードの寄与は小さいとして次式が成り立つものとする（*を付した量はラプラス変換量を表す）．

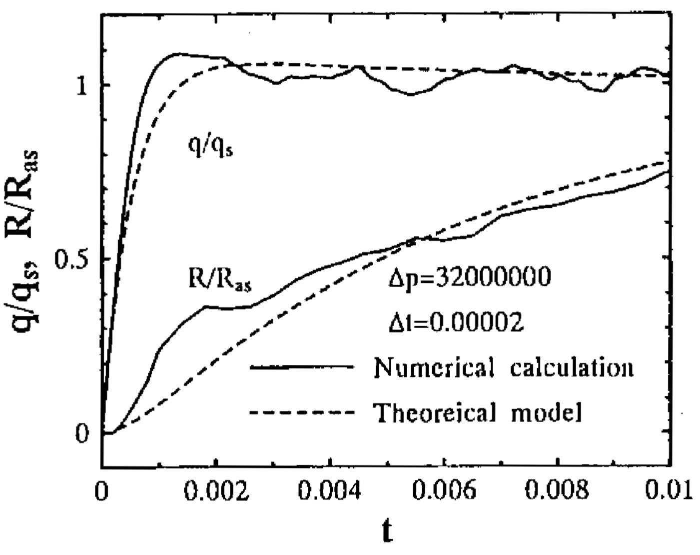
$$\frac{q^*}{q_s} = \frac{1}{1+\tau_q s}\frac{\Delta p^*}{\Delta p_s} \quad \text{................(5)}$$

また，再付着点距離は，流量の変化に対して，１次遅れ系として次式で表されるとする．

$$\frac{R^*}{R_s} = \frac{1}{1+\tau_z s}\frac{q^*}{q_s} \quad \text{..................(6)}$$



(a) ζ=0.05



(b) ζ=0.2

Fig.7 Variation of flow rate and distance of reattachmeat point

式(5),(6)が，任意定数を含まないスプール弁動特性の数学モデルである．式(5)を式(6)に代入すると

$$\frac{R^*}{R_s} = \frac{1}{(1+\tau_z s)(1+\tau_q s)}\frac{\Delta p^*}{\Delta p_s} \quad \text{......(7)}$$

式(5),(7)で圧力のステップ変化を考え $\Delta P^*/\Delta P_s = 1/s$ とおいて，ラプラス逆変換すると

$$\frac{q}{q_s} = 1 - \alpha e^{-t/\tau_q}$$

$$\frac{R}{R_s} = 1 - \alpha' e^{-t/\tau_q} - (1-\alpha')e^{-t/\tau_z} \quad \text{....(8)}$$

ただし

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha' = \dfrac{\tau_q}{\tau_q - \tau_z} \end{cases} \quad \text{..................(9)}$$

式(8)は q と R の変化に対して，前報と同一の表式を与えるが，τ_q のモードの割合を与える係数 α, α' は本モデルでは任意定数ではなく，式(9)で与えられる点が異なっている．ζ=0.05 および 0.2 の場合について，式(3),(4),より時定数とモードの割合を求めた結果を表 3 に，またこれらの値を式(8)に用いて q と R の時間変化を求めた結果を図 7 中に破線で示した．

Table 4 Time constans from numerical calcuation

ζ	0.05	0.2
τ_q	1.64×10^{-4}	5.30×10^{-4}
τ_z	1.76×10^{-3}	6.31×10^{-3}
α	1.00	1.00
α'	-1.00	-0.09

図 7(a)の ζ=0.05 の場合では，流量と再付着点距離ともに理論モデルの結果は，計算結果とよく一致している．図 7(b)の ζ=0.2 の場合では，再付着点距離の数値計算結果はほぼ線形的に増加して，定常値に落ち着くことはないが，本数学モデルは平均速度場による再付着点距離 R_{as} までの再付着点距離の時間変化を定性的に説明できることを示している．

4. 結　　言

油圧制御系の基本構成要素であるスプール弁を対象として，実際の使用条件に近い形状および圧力範囲の場合について，ステップ状の圧力変化に対する流れの非定常数値解析を行った．スプール弁の非定常特性を 2 つの時定数を用いて表現する数学モデルを任意定数を含まない形で導出し，その有効性を数値解析結果との比較により検証した．

参考文献

(1) 住田，スプール弁内流れの CFD 解析，油圧と空気圧，**23**-2 (1991), 138-142.

(2) 築地，曽篠，米沢，スプール弁が開閉動作する場合の二次元流れ，油圧と空気圧，**23**-7, (1992), 823-829.

(3) 大路，上野，岡島，董，スプール弁内流れの数値シミュレーション，秋季油空圧講演会論文集，(1995), 53-56.

(4) 早瀬・程・林，管オリフィス流れの過渡特性に関する数値解析（第 1 報，非定常流れの時定数），機論，**59**-560, B (1993), 1023-1029.

(5) 早瀬，程，林，スプール弁内の非定常流に関する数値解析，機論，**61**-584, B (1995), 1382-1388.

(6) Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, (1980), 131, McGraw-Hill.

(7) Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R., A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures, J. Comput. Phys., 98-1 (1992), 108.