

動的巡回セールスマン問題への遺伝的アプローチ

Genetic Approach to Dynamic Traveling Salesman Problem

中谷直司*, 吉田等明**, 三浦守*

Naoshi Nakaya*, Hitoaki Yoshida**, Mamoru Miura*

*岩手大学工学部情報システム工学科, **岩手大学情報処理センター

*Department of Computer and Information Science, Faculty of Engineering,
Iwate University, **Computer Center, Iwate University

キーワード: 遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm), 巡回セールスマン問題 (traveling salesman problem),
動的巡回セールスマン問題 (dynamic traveling salesman problem),

連絡先: 〒020-8551 盛岡市上田4-3-5 岩手大学 工学部 情報システム工学科

中谷直司, Tel.: (019)623-5491, Fax.: (019)623-5491, E-mail: nakaya@cis.iwate-u.ac.jp

1. まえがき

物理現象をとらえる際に、伝統的自然科学では、系の状態を時間によらない平衡状態として近似したり、完全に解決できるものと仮定して取り扱っている。しかし、あらゆる現象は実際には、時間によって複雑に変化する動的状態を取っている。このような動的な系の状態を最適化する問題は、通常のアルゴリズムでは取り扱いが困難である。

一方、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm : GA) は自然界における生物の進化に着想を得た最適解探索手法の一つであり、その特徴として統計的性格を持ち、広範囲にわたる解の探索が可能ながあげられる。このような特徴から、動的な系の状態を最適化する問題に、GAを適用することは有効であると考えられる。

当研究室では、動的な状態として量子論的不確定状態を仮定し、非固有状態の系を、巡回セールスマン問題において都市が動的に変化するモデル

で表現し、これを動的巡回セールスマン問題と名付けた。我々はこれまでに、この動的巡回セールスマン問題に対してGAを適用し検討した結果、比較的容易に解を求めることが可能であることを明らかにしている¹⁾。

そこで本研究では、まず動的巡回セールスマン問題において、動的に変化する都市数を増加させた場合についてGAを適用し、その結果について検討した。また、この検討に基づき最適解探索能力の改善のため、バケットを用いた都市名の再定義法を提案した。提案手法について、計算機実験によりその有効性を確認したところ、探索能力の改善および、動的都市数と探索誤差は単調増加の関係に無いという興味深い結果を得た。

2. 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム^{2, 3)}は、生物進化の原理に着想を得たアルゴリズムであり、確率的探索・最

適化の一手法である．GAは，まず探索点として多数の個体(初期集団)を生成する．それら個体は配列として表現される染色体を持ち，配列の各要素(遺伝子座)には個体としての特質(遺伝子)が全て記録されている．次に各個体に対し解としての正しさの度合い(適応度)を求める．そして，個体集団の中から適応度に応じて個体対を選択し，それらの遺伝子を互いに交換させることで新たな個体を生成する．この操作は染色体を表す配列を任意の点で交叉させることで実現する．最後に交叉の結果得られた個体に，ある確率で突然変異を起こし遺伝子の一部をランダムに変化させる．以上の操作を一世代とし，数世代にわたって繰り返すことにより，優れた特質の個体を発見することが可能となる．

3. 動的巡回セールスマン問題

巡回セールスマン問題⁴⁾(Traveling Salesman Problem: TSP)とは与えられた複数の都市すべてを各都市をそれぞれ一回ずつ訪問し元の都市に戻るという条件のもとで巡回する際の，最小経路長を与える巡回路を求めるといものである．したがって，TSPは次のように定義される．都市数を N とし，都市には1から N までの番号がつけられているものとする．また，都市 i, j 間の距離を $d_{ij}(=d_{ji})$ とする．都市の訪問順序を $(1 \cdots N)$ の置換 $(t_1 \cdots t_N)$ で表わしたとき，式(1)を最小にする訪問順序を求める．ただし， $t_{N+1} = t_1$ とする

$$d_{total} = \sum_{i=1}^N d_{t_i, t_{i+1}} \quad (1)$$

量子力学では，同時に確定できる物理量の値が時間的・空間的に変化しない状態のことを固有状態と呼ぶ．固有状態では，物理量はある固有値として観測されるが，この状態は通常ではほとんではない．固有状態とならないときは，物理量の観測値はランダムになるのではなく期待値として求め

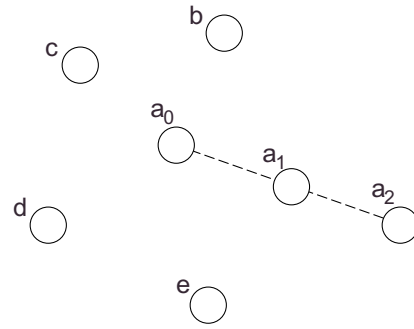


Fig. 1 動的巡回セールスマン問題

られる．例えば，多数の電子がスリットを通過してスクリーン上に達したとき，スクリーン上で観測される電子は，ある一点にだけ集中するのではなく，また，スクリーン上全体にランダムに観測されるわけでもない．電子はある一定の範囲内で統計的に観測される．観測値を $a_m(m = 0, 1, 2, \dots)$ のいずれかとし，その出現確率を $|c_m|^2$ とすると，期待値 \bar{a} は式(2)のように表される．

$$\bar{a} = |c_0|^2 a_0 + |c_1|^2 a_1 + |c_2|^2 a_2 + \dots \quad (2)$$

この不確定性をもつ状態を，TSPで表現すると図1のようになる．ただし，この図は“都市a”1都市だけが不確定性状態をとっている場合を表している．本研究では，このようにTSPにおいていくつかの都市が不確定性状態をとり，動的に都市の位置が変化するものを動的巡回セールスマン問題(Dynamic Traveling Salesman Problem: DTSP)と呼ぶことにする．

4. GAを用いたDTSPの解法

4.1 サブツアー交換交叉

GAを用いてTSPを解くにあたっては，都市の訪問順序を染色体とすることが一般的である．その場合，染色体が順列であるという条件を満足させるために，コーディングか遺伝子操作に何らかの工夫が必要となり，多くの手法が提案されている

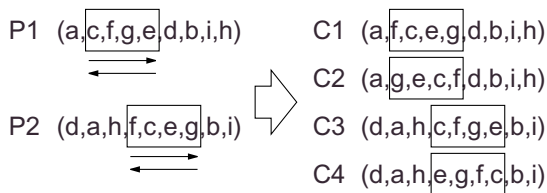


Fig. 2 サブツアー交換交叉の例

2, 5). そして, それらの手法を探索能力で比較した場合, 巡回路に含まれる枝や部分巡回路に着目した交叉を用いた方が, 有効であることは知られている. そこで本研究では, 2点交叉の一種で, 形質の遺伝を重視した交叉方法であるサブツアー交換交叉を用いた. サブツアーとは, TSPにおいて, いくつかの都市がまとまって配置されている地域がある場合, その比較的独立した部分の巡回路のことである. サブツアー交換交叉とは, このサブツアーをなるべく破壊せずに遺伝させる交叉方法である. 図2にサブツアー交換交叉による個体の生成の様子を示す. 交換されるサブツアーに含まれる都市集合が一致するときに限って交叉するので, 親1 (P1) と親2 (P2) では, 交叉のための切断箇所は異なる場合もある. 親1のサブツアー {c,f,g,e} と親2のサブツアー {f,c,e,g} はツアーとして異なるが, 集合としては共に {c,e,f,g} であり, 交叉の条件を満たしている. 生成される子は, 交叉の対象となるサブツアーのみ, 右回りと左回りの巡回路を遺伝するので, 4通り (C1,C2,C3,C4) 生成される. また, 本研究では, 2つの親に共通するサブツアーがいくつかある場合には, 含まれる都市の数が最も多いサブツアーのみを交換対象とした.

4.2 DTSPの条件

本研究では, DTSPにおける各都市の座標を100×100のメッシュの交点をとるものとし, 動的ではない位置の固定された都市の座標は, メッシュの交点からランダムに選択するものとする. また, 動

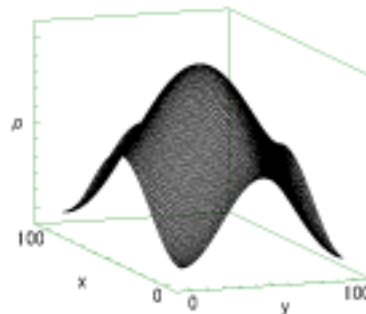


Fig. 3-a 出現確率 (Type 1)

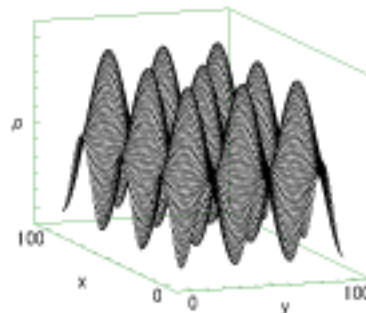


Fig. 3-b 出現確率 (Type 2)

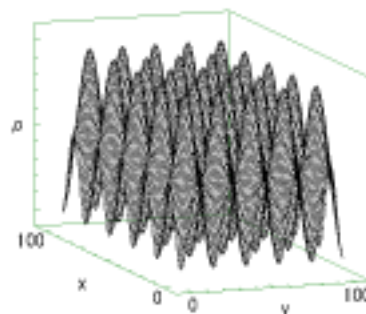


Fig. 3-c 出現確率 (Type 3)

Fig. 3 出現確率

動的な都市の座標はメッシュの交点に対しある出現確率を設けるものとし, 確率分布として図3に示すような3つのタイプを用いる. なお, 動的都市数については1都市動的なものから, 全都市動的なものまでを対象とする.

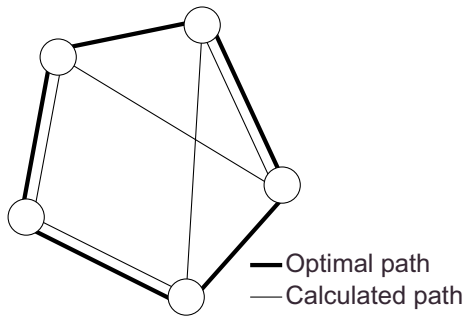


Fig. 4 ハミング距離の例

4.3 ハミング距離

実験結果の評価には，GAで求めた最短順回路と厳密解法で求めた最適順回路とのハミング距離を用いる．ハミング距離は次式で定義する．

$$d_{humming} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N |c_{ij} - o_{ij}| \quad (3)$$

ここで c_{ij} は，都市 i, j 間を結ぶ経路が，GAで求めた最短順回路に含まれるとき1，含まれないとき0， o_{ij} は，都市 i, j 間を結ぶ経路が，厳密解法で求めた最適順回路に含まれるとき1，含まれないとき0をとるものとする．したがって，図4に示す例の場合ハミング距離は2となる．

4.4 計算機実験

GAの諸設計については，次のように定める．

初期集団の生成：決められた個体数の染色体 M 個をランダムに生成する．

適応度の評価：適応度 f は経路長を d_{total} ， N を都市数として，次式で定義する．

$$f = \frac{N}{(d_{total})^2} \quad (4)$$

選択：淘汰圧を p_s として， M 個の個体から $p_s M$ 個の個体を適応度比例戦略により選択し，その中から重複した個体は除く．よって，次世代に残る個体は，最大でも $p_s M$ 個となる．

Table 1 実験パラメータ

個体数	M	200
世代数	T	200
淘汰圧	p_s	0.6
突然変異率	p_m	0.05

交叉：ランダムに選択した2個体に対し，サブツアー交換交叉を用いる．サブツアー交換交叉は，交叉を行うことにより新たに4個体を生じるため，選択により $p_s M$ 個以下に減少した個体数が， M 個を超えない範囲で，この操作を繰り返す．

突然変異：突然変異率 p_m で選ばれた個体の，ランダムに選ばれた2つの遺伝子座の遺伝子を交換する．

具体的な実験パラメータについては経験的に，表1のように定め，動的都市はGAの1世代ごとに移動するとした．また，対象とするDTSP自体が動的であることを考慮して，同一パラメータあたり1000回の実験を行い，その平均をもって結果とした．

4.5 実験結果

図5に都市数9，出現確率Type 1の実験結果を示す．この図からも明らかなように，GAによる探索能力は動的都市数の増加と共に悪化しており，動的都市数7以上においては探索により解は改善されず，むしろ改悪される結果となっている．これは探索対象である問題の変化に，GAの解空間が追従できないことに原因があると考えられる．すなわち，動的都市が少数の場合は問題の変化がわずかであるため，GAの解集団が全体として保持している解空間内に，変化後の新たな解が含まれている可能性が高いのに対し，動的都市が多数の場合は変化後の新たな解が，GAの持つ解空間内に含まれている可能性が低く，その結果として探

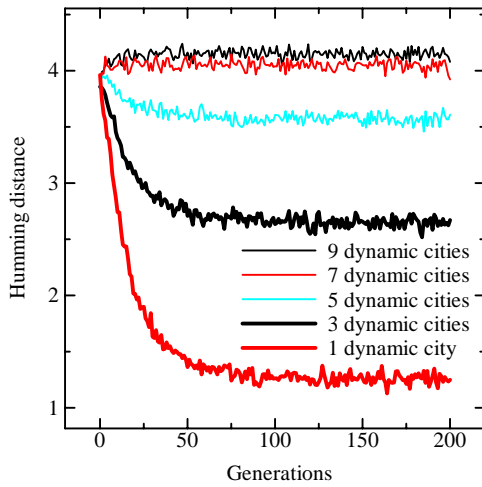


Fig. 5 動的都市数とハミング距離（都市数 9，出現確率 Type 1，都市名の再定義 なし）

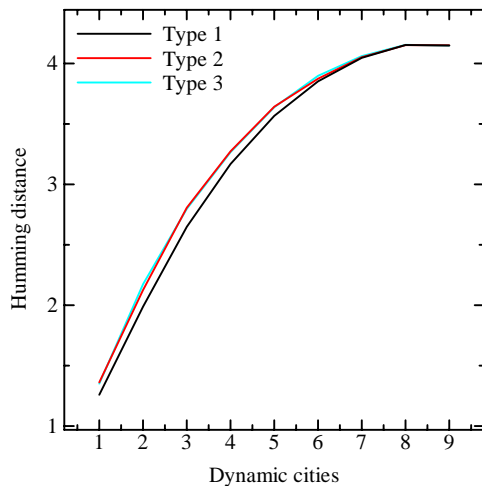


Fig. 6 出現確率とハミング距離（都市数 9，都市名の再定義 なし）

索に失敗しているものと考えられる。

図6に、出現確率ごとの動的都市数とハミング距離のグラフを示す。グラフにおいてハミング距離は150～200世代の平均を用いた。グラフは動的都市数の増加に伴い、ある値に飽和する曲線を描いているが、これは都市が動的になることで変化する都市間距離の数と比例している。すなわち全都市が9都市の場合で考えると、1都市が動的な場合、都市の位置が変化することで変化する都市間距離は、動的な都市以外の8都市との8つであり、それ

以外の都市間距離は変化しない。同様に2都市が動的な場合、動的な都市以外の7都市との7つの都市間距離の変化が増えることになるので、 $8+7=15$ となる。したがって、動的都市数を N_d とすると、変化する都市間距離数 S_d は

$$S_d = \sum_{i=1}^{N_d} N - i \quad (5)$$

となり、その関係は図6のグラフに比例したものとなる。

5. 都市名の再定義

5.1 TSPにおける都市名

4.5節で示したように、GAによる探索能力は動的都市数の増加と共に悪化し、ときには解は改悪される。ここで例として、図7-aのような都市配置を考える。このときの最適順回路は (a, b, c, d, e) の順になる。ここで、図7-bのように動的都市（3都市）が移動し、図7-cの都市配置になったとすると、この場合の最適順回路は (c, a, b, d, e) となる。すなわち、都市の移動前は最適順回路 (a, b, c, d, e) の探索を行っていたGAは、移動後は最適順回路 (c, a, b, d, e) の探索を行う必要が生じる。このとき、移動後の最適順回路に適應する適当な解が解空間に無ければ、それまでの探索を有効に利用することができず、むしろ解空間が移動前の解の近傍に収束している分だけ探索は困難になる。

しかし、TSPにおいて与えられる問題条件は、各都市の座標、もしくは各都市間の距離であって、都市の名称は便宜的に決めたものにすぎない。したがって、移動後の都市配置を図7-cのような都市名で認識する必要は無く、図7-dに示すように都市名を再定義し、この都市名で探索を続行しても問題は生じない。そして、このように都市名を再定義することができれば、探索対象となる順回路は (a, b, c, d, e) となり、都市が移動する前の探索結果を有効に利用することが可能となる。

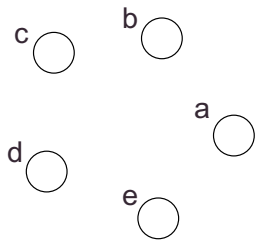


Fig. 7-a 移動前の都市配置

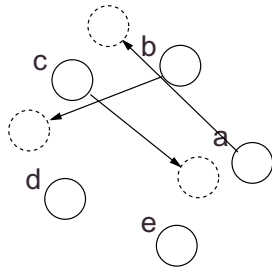


Fig. 7-b 都市の移動

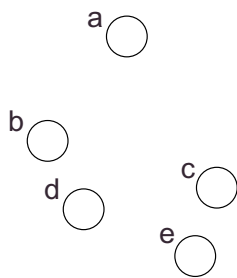


Fig. 7-c 移動後の都市配置

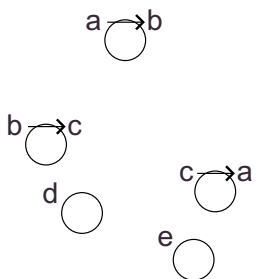


Fig. 7-d 都市名の再定義

Fig. 7 都市名の再定義の例

5.2 バケットを用いた都市名の再定義法

5.1節で述べたように、TSPでは都市名は便宜的なものに過ぎず、またDTSPにおいて都市名の再

定義は、GAを用いた探索に有効に機能すると考えられる。そこで本節では、“バケットを用いた都市名の再定義法”を提案する。都市名の再定義法として、まず考えられるのは、移動前後で距離が最も近い都市が同一名称となるように都市名を再定義することである。しかし、この方法は移動前後で各都市間の距離を算出せねばならないため処理が重く、また、都市名の再定義は有効ではあるが必ずしも最善とはならないことを考慮すると得策ではない。そこで本研究では、より処理が軽く、実効性も期待されるバケットを用いた都市名の再定義法を次のように提案する。

- 1) 都市を単位正方形内にスケーリングする。
- 2) 単位正方形を B^2 個の小さな正方形(バケット)に分割し、各都市を含むバケットを特定する。
- 3) 決められたバケットの順序で各都市名を再定義する。このとき、同一バケットに含まれる都市の順序は再定義前の順序を用いる。

この方法は都市数を N_b とすると、 N_b のオーダーで実現できる。

5.3 計算機実験

提案手法の有効性を確認するため、計算機実験を行った。DTSPおよびGAの諸条件は4章の実験で用いたものを使い、これに加え都市を移動するたびに、移動した動的都市に対し都市名の再定義処理を行う。都市名の再定義に用いるバケット数を本実験では $B = 10$ 、すなわち 10^2 個とした。都市の座標は 100×100 のメッシュ座標としたので、1つのバケットには図8のように 10×10 の座標が含まれることになる。決められたバケットの順序としては今回、図9に示す2つのケースを用意した。なお、Case 1の順序は行方向のバケット順序は連続するが、列方向のバケット順序に大きな差が生

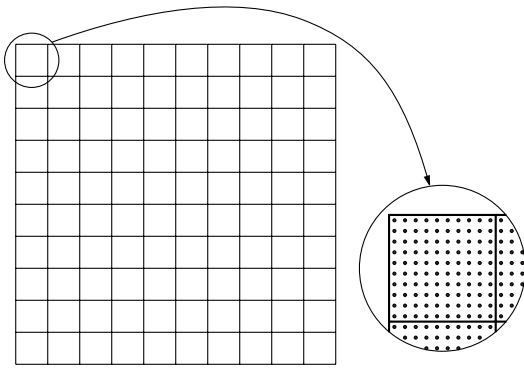


Fig. 8 バケットの設定

じるといふ問題がある．そこで，Case 2では隣り合うバケット順序に大きな差を生じないように考慮して順序を決定した．

5.4 実験結果

図10に都市数9，出現確率Type 1，都市名の再定義Case 1の実験結果を示す．GAによる探索能力は動的都市数の増加と共に悪化してはいるが，解が改悪されることはなく都市名の再定義の効果が確認できる．

図11に都市名の再定義順序Case 1の場合の，出現確率ごとの動的都市数とハミング距離のグラフを示す．グラフにおいてハミング距離は150~200世代の平均を用いた．このグラフからType 1は動的都市数が少ないときは，Type 2,3よりも最適解に近い解を探索可能だが，動的都市数が増えるとその関係が逆転すること．また，どのTypeでも最大値を示す動的都市数は全都市が動的の場合ではなく，最大値を示す都市数もType 1とType 2,3では違うという興味深い結果が見て取れる．

次に，図12に都市名の再定義順序Case 2の場合の，出現確率ごとの動的都市数とハミング距離のグラフを示す．この場合もCase 1と基本的に同じ結果が得られたが，その傾向はより顕著なものとなった．

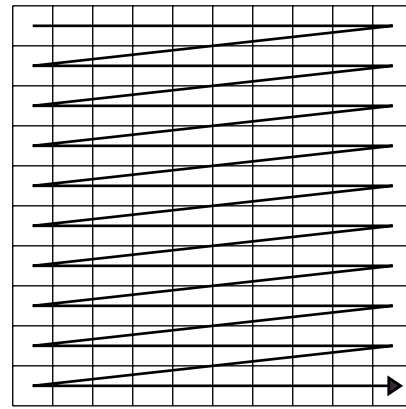


Fig. 9-a 都市名の再定義順序 (Case 1)

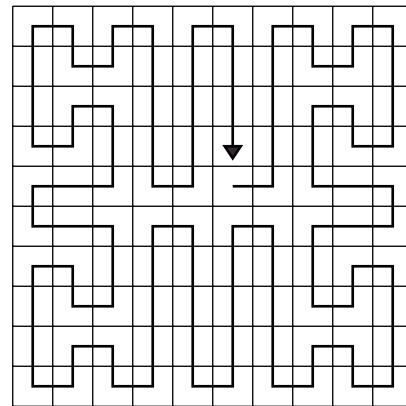


Fig. 9-b 都市名の再定義順序 (Case 2)

Fig. 9 都市名の再定義順序

また，これ以外に全都市が7, 8, 10, 11都市の場合についても同様の実験を行ったが，9都市のときと同傾向の結果，すなわち次のような結果を得た．

- 1) 動的都市が少ない場合は出現確率Type 1の方が，多い場合は出現確率Type 2,3の方がより最適解に近い解を探索可能となる．
- 2) 最適解との誤差が最大となる動的都市数は全都市が動的の場合ではなく，その都市数も出現確率Type 1とType 2,3では異なる．
- 3) 上記の傾向は都市名の再定義順序Case 1に比べCase 2において顕著である．

これらの結果は，導入したバケットを用いた都市

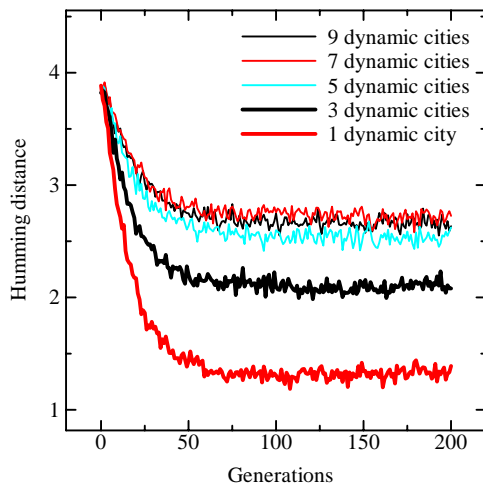


Fig. 10 動的都市数とハミング距離（都市数 9，出現確率 Type 1，都市名の再定義 Case 1）

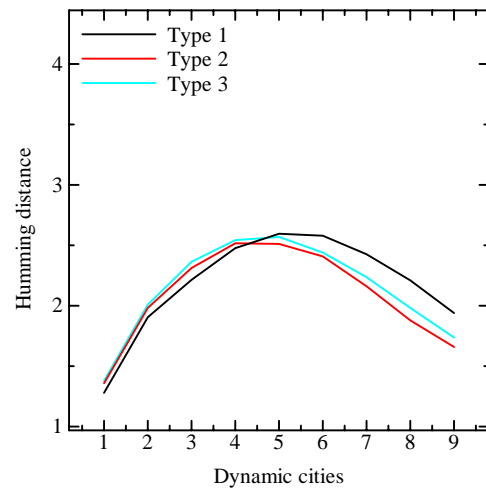


Fig. 12 出現確率とハミング距離（都市数 9，都市名の再定義 Case 2）

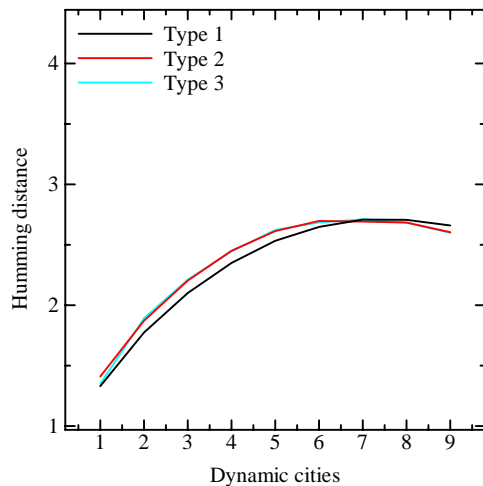


Fig. 11 出現確率とハミング距離（都市数 9，都市名の再定義 Case 1）

名の再定義法となんらかの関係があると予想されるが、現状では、そこに明確な説明を加えることは難しく、なぜ上記のような結果が得られるのか、その理由は定かではない。そこで、この件については今後の課題としたい。

6. むすび

本研究では、通常のアプローチでは取り扱いが困難な動的な状態を、巡回セールスマン問題で表現した動的巡回セールスマン問題（DTSP）に

対し、動的に変化する都市数を増加させた場合においての、遺伝的アルゴリズム（GA）の適用を試みた。

初めに、単純にGAを適用したところ、動的都市数が多い場合には探索が困難であることが確認された。そこで、探索能力の向上を目的に、バケットを用いた都市名の再定義法を提案するとともに、その有効性を確認するため計算機実験を行った。その結果、探索能力の改善および、動的都市数と探索誤差は単調増加の関係に無いという興味深い結果を得た。

今後は探索誤差と動的都市数の関係や、都市名の再定義法との関係について検討を行う予定である。

参考文献

- 1) 吉田等明, 和賀光悦, 恒川佳隆, 三浦守: GAを用いた動的巡回セールスマン問題へのアプローチ, 計測自動制御学会東北支部 第167研究集会資料, 167-1 (1997)
- 2) 北野宏明: 遺伝的アルゴリズム, 産業図書 (1993)
- 3) Lawrence, D.: Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold (1991)
- 4) 山本 芳嗣, 久保 幹雄: 巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店(1997)
- 5) 玉置 久, 喜多 一, 岩本貴司, 三宮信夫: 遺伝的アルゴリズム - 1, 2, 3, システム制御情報学会誌, Vol.39, No.6,8,10, 295/302,400/407,431/438 (1995)