

3次元透視の計算機シミュレーションシステム

The Computer Simulation System of The Three-Dimensional Clairvoyance

佐々木博規*, 吉野和生*, 大坊真洋**, 南幅留男**, 田山典男*
Hiroki Sasaki*, Kazuo Yoshino*, Masahiro Daibo**,
Tomeo Minamihaba**, Norio Tayama*

*岩手大学, **岩手県工業技術センター

*Iwate University, **Iwate Industrial Research Institute

キーワード: 計算機断層法(Computer Tomography), X線(X-Ray),
ホログラム(Hologram), 計算機ホログラム(Computer Generated Hologram)

連絡先: 〒020-8551 盛岡市上田 4-3-5 岩手大学工学部電気電子工学科 田山研究室
佐々木博規, Tel/Fax:(019)621-6382, E-mail:sasaki@pipe.elc.iwate-u.ac.jp

1. はじめに

近年, X線 CT (Computer Tomography) のようにコンピュータを用いて外部から直接診えない不可視物体を可視化する技術は, 医療分野のみならず, 他の様々な分野においても需要が高まっている。産業界では, PL法が施行されて, 製品の非破壊検査による安全性や信頼性への要求がますます厳しくなっている。そのため工場では, ベルトコンベアのような生産・検査ライン上で, 対象内部を高速にかつ低コストで内部可視化できる装置が求められている。

元々, X線装置は, 医療分野で発展を遂げてきた。医療分野では, 人体内部構造, 特に癌等の病巣を見落とさず発見するために, 高分解能, 高精度な CT の画像再構成が求められる。そのため, 検査装置が高価なうえ, 投影線を 400~1000 方向から採るため検査時間が非常に長くなる。一方, 工業分野で要求

される条件は, ①データの収集時間が短いこと, ②画像再構成時間がほぼリアルタイムで短いこと, ③画質は不良が判別できる程度でも使えること, そして④安価であること, である。データ収集時間を短縮するには, 投影方向を少なくすることが有効である。従来の 400~1000 方向を十数方向程度に減らせるならば, データの収集時間を大幅に短縮することができるので大変に有効である。しかし, 従来の画像再構成法では, 投影方向を減らすと画質が極端に劣化してしまう, という問題をかかえている。^{1,2)}

そこで, 当研究室では, 新しい再構成法を考え, 少数方向の投影データから, 高速である程度の良好な画像を再構成する手法として, “FMR法(Fast Model Reconstruction)”を提案している²⁻¹⁰⁾。

次に, CTで得られた3次元データを立体

的に表示する方法について考える。人が立体を認識するには、心理的要素と生理的要素があるとされており、特に生理的要素が重要である。CG 技術により CRT 画面に表示する 2 次元画像は、心理的効果によるものであり、立体感が十分であるとは言えない¹¹⁾。人間が自然に立体を認識するためには、①左右の目が空間的に離れていることに起因して網膜に結像する像がずれる視差と、②水晶体の厚さが距離に応答するピントの調整と、そして③左右の目が内側に向く輻輳との、3 つの生理的要素が必要である。これらの要件を満たして、自然な立体感をともなった 3 次元像を再現すると言われている代表的なものとして、ホログラムが知られている¹¹⁾。ホログラムは、参照光と物体光の干渉の結果として生じる干渉縞を記録したものである。これは、立体視の生理的なバランスが自然であり、理想的な立体視の方法として最適であると言われている¹¹⁾。3 次元計算機断層法 (CT) で生成された 3 次元データをホログラムで立体的に表示できるならば、より自然な立体視が得られるであろう。しかし、CT も CGH (計算機で計算したホログラム) も計算量が膨大であり、それぞれを計算する方法では困難である。そこで当研究室では、CT と CGH を行列計算の段階で統合して 1 ステップで計算する方法を提案した¹⁰⁾。これは、CT と CGH をそれぞれ行列で表現して、CT の一般逆行列と CGH の位相行列とを掛算することにより、2 つの行列を統合して 1 つの行列で表現する方法である。このようにして予め用意しておく 1 つの行列に、測定で得られた X 線投影ベクトルを掛け算することにより、ホログラムベクトルへ直接変換することができる。

我々は、物理的な実験により、直接変換で得られたホログラムにレーザー光線を照射

して元の像が再生できることを実証した。そこで次の段階として、最適なパラメータを探索する手段として、コンピュータによりシミュレーション実験を行なうシステムを構築することが求められている。

本研究は、最終的なホログラムの再生までを含む全てをコンピュータで行なったものである。

2. CT とホログラフィ統合の計算原理

2.1 CT とホログラフィの統合の可能性

X 線投影データからホログラムへ変換するデータフローを図 1 に示す。鎖線のように、CT と CGH をそれぞれ時間順に 2 ステップで実行する方法は、従来の延長線上に考えられる。すなわち、はじめに CT により投影データから仮想 3 次元物体を再構成して、計算機メモリへ保存する。次に、その仮想 3 次元物体から発せられる物体光と参照光との干渉によって生じるホログラムを、CGH で計算するという方法である。データの次元に着目すると、3 次元 CT の場合は 2 次元データであり、出力されるホログラムも 2 次元データである。

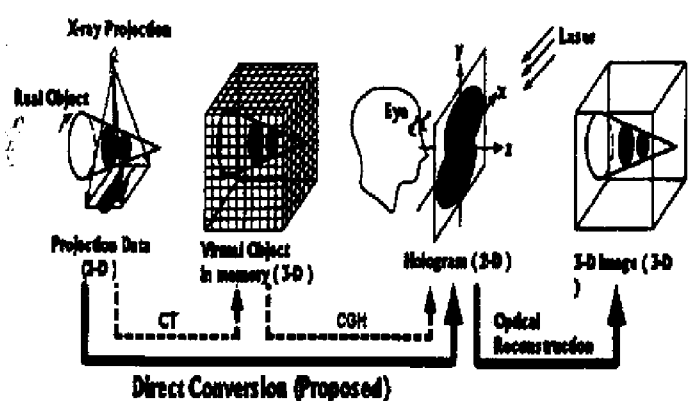


図 1 X 線投影データからホログラムへ変換

しかし、中間の仮想物体は、一般に膨大な 3 次元画像データである。このため仮想 3 次元物体の標本点数が増加すると、大幅に計算量

が増大するという問題に直面する。

そこで本研究では、図1の実線の矢印で示すように、X線投影データから直接にホログラムを生成する新しい概念を導入する。このようにすると、2次元の投影データから、3次元画像データを経由せずに、2次元のホログラムデータへ直接変換されるので、膨大な3次元データを生成する計算量や格納するメモリ容量は不要となり、大変効果的である。

このような直接変換を可能にするために、3次元CTとCGHをいずれも行列で表現する工夫をして、2つの変換行列の行列積を計算して、あらかじめ1つの変換行列に統合した。この変換行列を“投影ホログラム変換行列”と呼ぶ。これにX線投影ベクトルを掛算すれば、1ステップでホログラムベクトルが得られる。

2.2 一般逆行列に基づくFMR-CT法

CTとCGHを統合するために、CTの計算式を行列で表現する。また投影ホログラム行列のサイズを小さくするために、投影データ数が少ない条件でも再構成できるCTの方法が有効である。そこで当研究室で開発しているCTの方法として、標本化モデルと特異値分解による方法である「高速モデル再構成法(FMR法)」を用いる。

初めに、順問題として、標本化定理を満たす標本化モデルにおいて、X線減衰係数ベクトル μ とX線投影ベクトル p との関係を線積分影響行列 C で表現する。線形連立方程式をたて、

$$p = C\mu \quad (1)$$

この連立1次方程式を解くには、この投影モデル行列 C の逆行列を計算すればよい。しかし、 C は長方形であり、方程式の数と未知数の数が一致していない。更に、投影ベクトル p は、実測データなので、誤差が含ま

れている。そこで、誤差の二乗和を最小にする最小二乗問題として定式化し、特異値分解を導入する。特異値分解は、式(2)のように $M \times N$ の長方形である投影モデル行列 C を、 $M \times M$ の直交行列 U と、 $M \times N$ の対角行列 Λ と、 $N \times N$ の直交行列 V の三つに分解する手法である。

$$C = U\Lambda V^t \quad (2)$$

ここで、直交性より $U^t U = V^t V = I$ である。 I は単位行列である。行列 Λ の対角行列は、大きい順に並んだ特異値 λ からなる。 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, $n = \min(M, N)$, $1 \leq i \leq R$ において $\lambda_i > 0$, $R+1 \leq i \leq n$ において $\lambda_i = 0$ である。 R はランクである。投影モデル行列 C に対する一般逆行列 C^+ は、式(3)で求められる。

$$C^+ = V\Lambda^+ U^t \quad (3)$$

ここで Λ^+ は、式(4)で示すように、 R 番目までの各特異値を逆数にし、 $R+1$ 番目以降を0として、 R 番目で打ち切った対角行列である。

$$\Lambda^+ = \begin{pmatrix} \text{diag}(\lambda_1^{-1}, \dots, \lambda_R^{-1}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (4)$$

C^+ は、 C と同様に仮想物体の標本点の配置とX線経路の位置関係を与えれば、X線投影を行う前に、あらかじめ計算しておくことが可能である。このようにすると、未知のX線減衰係数ベクトル μ は、式(5)で求められる。

$$\mu = C^+ p \quad (5)$$

式(5)で求まる μ は、 p の誤差2乗和が最小になり、かつ μ のノルムが最小になる画像である。ここで、CT画像は式(5)で得られるが、ここではさらにCGHと組合せるので、式(3)の C^+ を求めておけばよい。あらかじめ計算できる定数行列 C^+ を、“再構成行列”と呼ぶ。

2.3 計算機ホログラム行列表現の方法

図2でフレネルホログラムの計算のモデルを説明する。

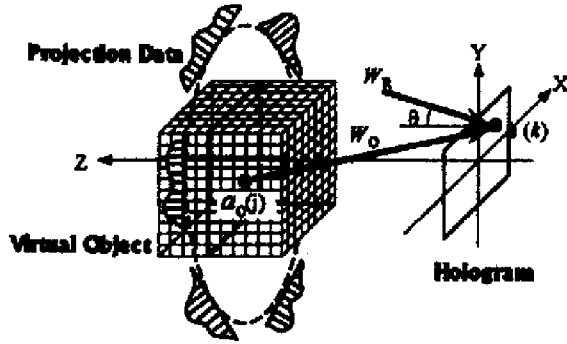


図2 フレネルホログラムの計算モデル

仮想物体、参照光、及びそれらの干渉縞を記録するホログラムの位置関係が示されている。仮想物体の周辺には、投影データが表示されている。最終的には、この投影データから直接変換によってホログラムを求めることが目的である。先ず、その準備として、仮想物体からホログラムを計算する方法を述べる。

仮想物体を、標本点上に分布した多数の点光源の集合で構成されているとする。仮想物体とは、CTの再構成画像に相当する。仮想物体から発生する物体光 W_o は、各点光源からの球面波の総和となり、ホログラム面上では式(6)で表すことができる。

$$W_o = \sum_{j=0}^L \frac{A_{oj}}{r_{jk}} \exp \left\{ i \left(\frac{2\pi}{\lambda_h} r_{jk} + \phi_j \right) \right\} \quad (6)$$

ただし、

$$r_{jk} = \sqrt{(x_j - x_k)^2 + (y_j - y_k)^2 + (z_j - z_k)^2} \quad (7)$$

ここで、 A_{oj} ：仮想物体の j 番目の点光源から発せられた物体光の振幅、 r_{jk} ：仮想物体の j 番目の標本点とホログラムの k 番目の標本点との距離、 ϕ_j ： j 番目の物体光の初期位相、 λ_h ：レーザー光の波長、である。

参照光 W_R は、再構成画像と重ならないように y 方向に off axis とする。

$$W_R = A_R \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda_h} y_k \sin \theta \right) \quad (8)$$

ここで、 A_R ：参照光の振幅である。ホログラムには、振幅の絶対値の2乗が記録される。

$$\begin{aligned} h(k) &= |W_o + W_R|^2 \\ &= |\Re(W_o) + \Re(W_R) + i\{\Im(W_o) + \Im(W_R)\}|^2 \\ &= |W_o|^2 + |W_R|^2 + 2\Re(W_o W_R^*) \end{aligned} \quad (9)$$

\Re は実部、 \Im は虚部を、 $*$ は共役を意味する。式(9)の第1項と第2項は、直流成分であり像の再生には無効であり、ホログラム記録のダイナミックレンジを無駄にするので、省略することにして、式(10)を得ることができる。

$$\begin{aligned} h(k) &\approx \Re(W_o W_R^*) \\ &= \Re \left[\sum_{j=0}^L \exp \left\{ i \left(\frac{2\pi}{\lambda_h} r_{jk} + \phi_j \right) \right\} A_R \exp \left(-i \frac{2\pi}{\lambda_h} y_k \sin \theta \right) \right] \\ &= A_R \sum_{j=0}^L \psi_{jk} A_{oj} \end{aligned} \quad (10)$$

ただし

$$\psi_{jk} = \frac{\cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_h} (r_{jk} - y_k \sin \theta) + \phi_j \right)}{r_{jk}} \quad (11)$$

式(10)を見ると、物体光の振幅と位相項が積和される形式であるので、式(12)に示すように行列で表現することが可能である。

$$h = \Psi a \quad (12)$$

ただし、 A_R は参照光の振幅であり、一定であるので省略した。 h は、ホログラムベクトルであり、要素数 L 個の列ベクトルである。 Ψ は、位相行列であり、行列が L で列数が N の長方形行列である。 a は、仮想物体

を置く標本空間と位置関係が決まれば、仮想物体の形状とは独立にあらかじめ計算することができる。この Ψ を“位相行列”と呼ぶ。 \mathbf{a} は、仮想物体の振幅ベクトルであり、 N 次元ベクトルである。

2.4 直接変換

CTとCGHは、それぞれ式(5)、式(12)のように行列で表現できる。再構成行列 \mathbf{C}^+ と位相行列 Ψ は、いずれも前もって計算が可能な定数行列であるので、行列の掛算を行って統合することができる。仮想物体を、X線減衰係数に比例した振幅で発光する点光源から構成されている透明な物体としているので、

$$\mu \equiv \mathbf{a} \quad (13)$$

式(5)、式(12)、式(13)により式(14)が得られる。

$$\mathbf{h} = \mathbf{G}\mathbf{p} \quad (14)$$

ここで

$$\mathbf{G} = \Psi\mathbf{C}^+ \quad (15)$$

である。

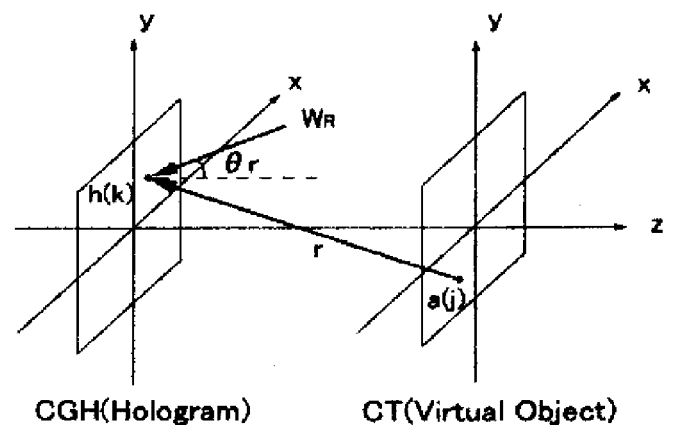
このように式(14)により、投影ベクトル \mathbf{p} からホログラムベクトル \mathbf{h} へ1ステップで変換することが可能となる。 \mathbf{G} は、 $L \times M$ の長方形行列であり、“投影値ホログラム変換行列”と呼ぶ。行列の掛算によって、仮想物体の標本点数 N の要素数を有するベクトルは、スカラに集約されている。そのため \mathbf{G} のサイズは、膨大な3次元仮想物体の画素数である N には直接依存しなくなる。

ここで、必要となるメモリサイズ並びに実行時の積和演算回数について、2ステップの場合と本研究の1ステップの場合を比較する。メモリサイズも積和演算回数も共に、2ステップの場合には、 $N(M+L)$ となり、1ステップの場合には、 ML となり膨大な N を含んではいない。さらに少数投影CT法によ

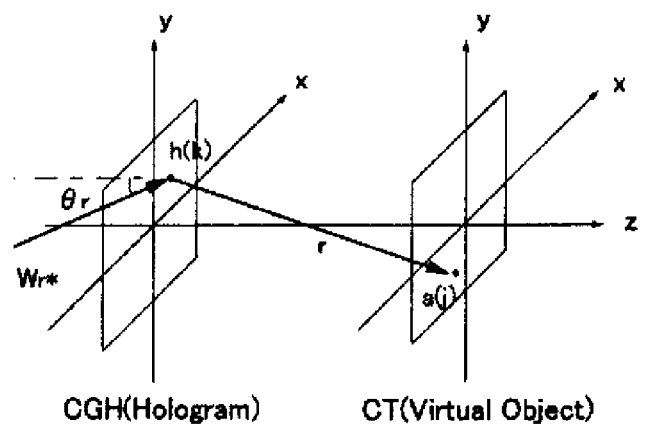
り M を小さくできるので、計算量やメモリサイズが大幅に削減可能になることがわかる。

2.5 ホログラム再生のシミュレーション

次に実際にレーザーを照射して、ホログラムの再生を行なう部分を、コンピュータでシミュレーションする。ホログラム作成方法の逆の方法を考える。図3(a)がホログラムの作成のモデリングである。ホログラム再生は、図3(b)のように、作成時の参照光と180度反対から、参照光と同じ光をホログラム面に照射する。そして、もとの位置のCT面に像を再生する。



(a)



(b)

図3 (a) ホログラム作成のモデリング
(b) ホログラム再生のモデリング

3. 実験方法

ホログラム再生のシミュレーション実験を行った。今回は、先ず従来の方法の2ステップで、CTの仮想物体からCGHを作成した。CTで照射する物体としては、断層数1層の2次元画像とする。CTで用いた元画像を図4に示す。

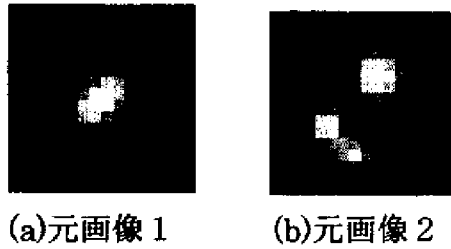
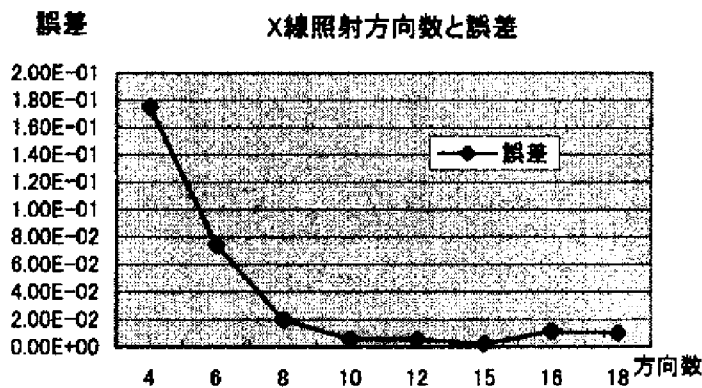


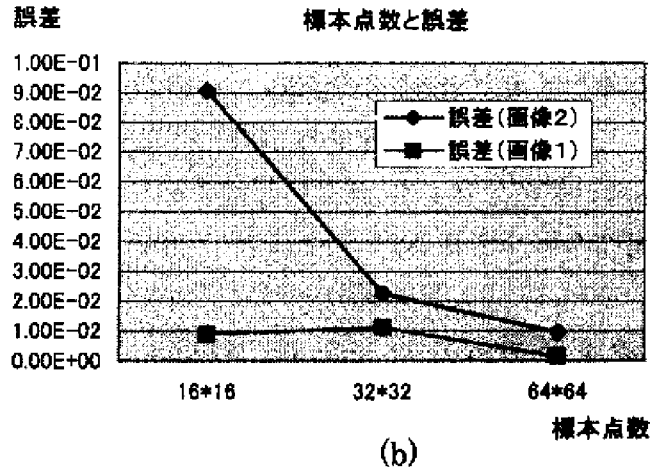
図4 元画像

次にCTとCGHのパラメータについて説明する。計算機ホログラム仮想物体は、ホログラムの奥50mmの場所にあるものとした。CTの照射方向数は、元画像と再構成画像との誤差がある程度小さい9方向とした(図5(a)参照)。仮想物体の標本点数との誤差の関係は、図5(b)に示すように、標本点数が増すにつれ誤差は小さくなる。今回は、データサイズの小さい、仮想物体の標本点数： $N=(16 \times 16)$ 画素=256画素とした。

X線経路に対応したビーム本数 $M=177$ 本である。ホログラム標本点数： $L=(512 \times 512)$ 画素=262144、仮想物体の標本化間隔： $50 \mu\text{m}$ 、ホログラムの標本化間隔： $6.25 \mu\text{m}$ である。



(a)

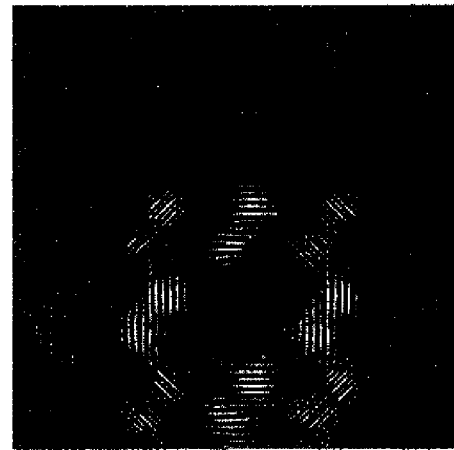


(b)

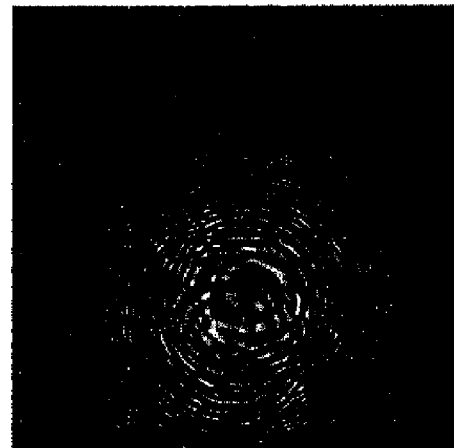
図5 (a)X線の照射方向数と誤差の関係
(b)標本点数と誤差の関係

4. 実験結果

計算して生成したCGHホログラムの例を図6に示す。



(a)CGHホログラムの例
(ただし物体光の初期位相は、0)



(b)CGHホログラムの例
(物体光の初期位相は、ランダム)

図6 CGHによるホログラムの例

物体光の初期位相=0のCGHホログラムからの再生結果を図7に示す。



(a)再生画像1 (b)再生画像2

図7 再生画像

5. おわりに

本論文では、CTからホログラムへ変換する一連の流れの中で、ホログラムから計算で画像を再生するシミュレーション実験を行い良好な結果を得た。

このコンピュータのシミュレーションシステムを用いた実験により、実際のホログラム作成に役立たせることを考えている。また実際の光の発せられ方である図6(b)は、物体光の初期位相がランダムなときで、このCGHからの画像再生を検討中である。

現在1ステップでCTからホログラムへ変換するシステムの開発を進めており、シミュレーションの統合化を図る予定である。

参考文献

- 1) 尾上守夫：画像ハンドブック，昭晃堂(1987)
- 2) 田山，船岡：緩やかな2次元濃度分布に対する打ち切り特異値分解による可視化計測，可視化情報 14, No52, 21 - 27 (1994).
- 3) 田山，楊：緩やかな濃度分布の線形計画法による非破壊検査，非破壊検査, 43, 41/47 (1995).
- 4) 田山：緩やかな濃度分布に対する最小二乗法による非破壊検査，非破壊検査, 43, 435/443 (1995).
- 5) 田山，齋藤，氏家，渡邊：3方向または4方向投影から加速器ビーム断面強度分布を高速に画像化する一手法とその仕組み，画像電子学会誌, 24, 2, 145/152 (1995).
- 6) M.Daibo, and N.Tayama : Visualization of x-ray computer tomography using computer generated holography, Proc. SPIE, vol.3457, PP.134-145(1998)
- 7) 大坊，田山，長谷川，南幅：2次元標本化モデルと特異値分解によるX線CT画像再構成アルゴリズム，計測自動制御学会論文集, vol.34, NO.12, PP.1937-1944(1988-12)
- 8) 田山，加藤，大坊，長谷川，杜，栗田：傾斜スキャンによるX線投影データ取り込みと3次元再構成の実験，画像電子学会誌, vol.28, NO.2, PP.152-160 (1999-2)
- 9) 大坊，田山：計算機ホログラムとX線計算機断層法を統合した3次元可視化，電子情報通信学会論文誌, Vol.J82-D-II, No.9, PP.1420-1428 (1999-9)
- 10) N.Tayama .et al. : Development of Computed 3D Imaging System from a Few Projections, Proc. Signal and Image Processing SIP'99, 296-176, PP.119-123(1999)
- 11) 久保田敏弘：ホログラフィ入門，朝倉書店(1995)
- 12) 岩井，齋藤，今里(編)：医用画像診断装置，コロナ社(1988)