

# 適応アルゴリズムを用いたフーリエ係数推定法の特性改善とその応用 Improvement of Estimation Performance of LMS based Fourier Analyzer and its Application

○工藤 憲昌  
Norimasa Kudoh

田所 嘉昭<sup>+</sup>  
Yoshiaki Tadokoro<sup>+</sup>

八戸高専  
Hachinohe National College of Tech.

<sup>+</sup>豊橋技術科学大学 工学部  
<sup>+</sup>Toyohashi University of Tech.

キーワード: IIR ノッチフィルタ (IIR Notch Filter), LMS アルゴリズム (LMS algorithm), ノッチフーリエ変換 (Notch Fourier Transform), 非調和信号 (Non-harmonic Signal), ダウンサンプリング (Down Sampling)

連絡先: 〒039-1192 八戸市田面木上野平 16-1 八戸高専 電気工学科  
tel: 0178-27-7281, fax: 0178-27-9379, e-mail: kudohk-e@hachinohe-ct.ac.jp

## 1. はじめに

分析対象に含まれる周波数が既知である場合でも信号の振幅と位相 (フーリエ係数) を正確に推定することは、多くの分野で非常に重要である[1]。一般に、このような分野では、分析対象の信号に加法性雑音、干渉波が含まれることが多く、これらの条件下で信号のフーリエ係数を精度よく短い時間で推定できることが重要である。よく知られているように離散的フーリエ変換 (DFT) では、分析対象の周波数が非調和関係にある場合スペクトル漏れにより推定結果に誤差が生じるという問題がある。

これまで、加法性の雑音として、白色雑音と干渉波が単独あるいは同時に存在する場合の検討を行ってきた[2-4]。これらは、いずれも FIR 形あるいは IIR 形の帯域通過特性をもつフィルタと LMS (Least Mean Square) 適応アルゴリズムを組み合わせたものである。本稿では、IIR 形の BPF と LMS アルゴリズムを組み合わせた方法 (BPLMS 法と呼ぶ) にダウンサンプリング処理を加えることで推定精度が改善できることを示す。

以下に、本稿の構成を示す。2. では従来の非調和信号に対するフーリエ係数推定法を概説し、その特性解析とシミュレーションを行ない問題点を指摘する。3. では提案法のダウンサンプリングを併用した BPLMS 法

について述べ、シミュレーションによりその推定精度を BPLMS 法と比較する。4. では楽音の音高推定への応用について述べる。5. はまとめである。

## 2. 従来の非調和信号に対するフーリエ係数推定法とその特性解析

干渉波がある場合には、推定システムの特長として、信号成分に対してかなり鋭い帯域通過特性がないと推定精度が劣化する。そこで、この特徴をもつ LMS 適応アルゴリズムを用いる方法 (LMS 法) [5], BPLMS 法 [4] と提案方法を比較することにする。問題設定を行い、従来の方法を概説しその推定特性を検討する。

### 2.1 問題設定

分析対象の信号  $x(n)$  を、式(1)に示すように  $p$  個の任意の周波数の正弦波と加法性白色雑音  $\phi(n)$  と干渉波  $\eta(n)$  から構成されると仮定する。本稿では  $p$  と角周波数  $\omega_i$  は既知とする。

$$x(n) = \sum_{i=1}^p \{a_i \cos \omega_i n + b_i \sin \omega_i n\} + \phi(n) + \eta(n) \quad (1)$$

ここで、 $\phi(n)$  は平均 0、分散  $\sigma_\phi^2$  のガウス雑音であり、 $\eta(n)$  は式(2)に従うものとする。

$$\eta(n) = a_d \cos \omega_d n + b_d \sin \omega_d n \quad (2)$$

## 2. 2 LMS 法

LMS法におけるフーリエ係数の推定値 $\hat{a}_i, \hat{b}_i$ の更新は式(3)により行なう。

$$\hat{A}(n+1) = \hat{A}(n) + \mu e(n) X(n) \quad (3)$$

$$\hat{A}(n) = [\hat{a}_1(n), \hat{b}_1(n), \dots, \hat{a}_p(n), \hat{b}_p(n)]^T \quad (4)$$

$$X(n) = [\cos \omega_1 n, \sin \omega_1 n, \dots, \cos \omega_p n, \sin \omega_p n]^T \quad (5)$$

ここで、 $\mu$ はステップサイズ、 $T$ は転置を示し、観測値と推定値の誤差 $e(n)$ は式(6)により算出する。

$$e(n) = x(n) - \sum_{i=1}^p \{\hat{a}_i(n) \cos \omega_i n + \hat{b}_i(n) \sin \omega_i n\} \quad (6)$$

定常状態における推定値全体の平均二乗誤差 $\varepsilon_\infty$ の近似値は、 $\mu$ の3乗以上の項を無視して、式(7)で与えられる[4][6] (文献[6]は干渉波がない場合の解析であるため式(7)の第一項のみが記述されている)。なお、 $A_i, B_i$ は式(8), (9)で与えられ、 $\sigma_n^2$ は干渉波の分散である。

式(7)は推定値の平均二乗誤差の再帰式を解くことで、つまり時間領域で解くことで得られたものである。

$$\varepsilon_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^p \{ (a_i(n) - \hat{a}_i(n))^2 + (b_i(n) - \hat{b}_i(n))^2 \}$$

$$= \frac{2p\mu\sigma_n^2}{2-p\mu} + \frac{\mu^2}{2} \sigma_n^2 \sum_{i=1}^p (A_i + B_i) \quad (7)$$

$$A_i = \frac{1}{1 - 2(1 - \frac{\mu}{2}) \cos(\omega_d + \omega_i) + (1 - \frac{\mu}{2})^2} \quad (8)$$

$$B_i = \frac{1}{1 - 2(1 - \frac{\mu}{2}) \cos(\omega_d - \omega_i) + (1 - \frac{\mu}{2})^2} \quad (9)$$

式(7)の第一項は周波数成分数 $p$ が増加すると、分子が比例してどうにかするのに加え、分母が小さくなり平均二乗誤差が大きくなることを示している。また、ある $\omega_i$ と $\omega_d$ が接近している場合、 $\cos(\omega_d - \omega_i)$ がほぼ1にひとしくなるため、第二項の $B_i$ は $4/\mu^2$ 程度になる。一般に $\mu$ は非常に小さい値であるため、 $B_i$ は $A_i$ に比べ非常に大きくなり、推定精度を劣化させることを示している。

## 2. 3 BPLMS 法

BPLMS法のブロック図を図1に示す。図1のIIR形のノッチフィルタの伝達関数 $H_i(z)$ は式(10)で与えられる。ここで、 $\alpha$ は極位置制御パラメータである。

$$H_i(z) = \frac{1 - 2 \cos \omega_i z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2\alpha \cos \omega_i z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}} \quad (10)$$

IIR形のノッチフィルタを用いたBPFの出力 $x_i(n)$ に対して、式(11), (12)に示すLMSアルゴリズムを適用する。

$$\hat{a}_i(n+1) = \hat{a}_i(n) + \mu e_i(n) \cos \omega_i n \quad (11)$$

$$\hat{b}_i(n+1) = \hat{b}_i(n) + \mu e_i(n) \sin \omega_i n \quad (12)$$

$e_i(n)$ は $x_i(n)$ の推定誤差であり、式(13)により求める。

$$e_i(n) = x_i(n) - \{\hat{a}_i(n) \cos \omega_i n + \hat{b}_i(n) \sin \omega_i n\} \quad (13)$$

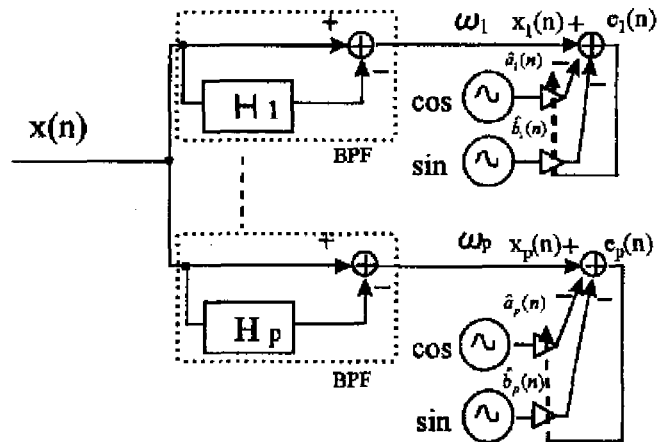


図1. BPLMS法の構成

ここで用いているBPFは、対象周波数において振幅特性が1で零位相特性をもっている。

$x_i(n)$ の過渡状態の継続時間を短縮するため、フィルタタップに信号サンプルが充足された後、式(14)のように $H_i(z)$ の $\alpha$ を時変制御する。ここで、 $\tau_\alpha$ は $\alpha$ の時変制御の時定数を決めるものであり、 $\alpha_\infty$ は $\alpha$ の最終値である。

$$\alpha_{n+1} = (1 - \tau_\alpha) \alpha_n + \tau_\alpha \alpha_\infty \quad (14)$$

この制御により、過渡期間による推定時間の劣化を低減しLMS法と同程度とする。

LMS法では、周波数成分数 $p$ が増えると平均二乗誤差が増加する。しかし、BPLMS法ではBPFで分析対象以外の成分の影響を減衰させているため、LMS動作部分では $p=1$ に相当し、LMS動作部分では平均二乗誤差が増加することはない。また、このBPFは干渉波も減衰させる効果も併せ持つ。従って、LMS法よりも良好な推定精度をもつ。

次に、BPLMS法の定常状態における推定値の平均二乗誤差を求める。上述のようにLMS動作部分では $p=1$ に相当するため、 $i$ 番目の周波数成分についてのみ検討すればよい。BPLMS法の推定精度はIIRノッチフィルタによるBPFの帯域幅 $(1-\alpha)/\pi$ につよく依存するため、解析においては周波数領域からアプローチを行なう。

### 2. 3. 1 干渉波がない場合の解析

文献[7]において、適応干渉波キャンセラにLMSアルゴリズムを用いた場合、入力信号と推定誤差の間の関係がどのような伝達関数で記述できるか示されている。式

(11), (12)の更新式を用いると, LMS アルゴリズムが十分に収束している状態では,  $x_i(n)$  から  $e_i(n)$  の経路は図2のようなシステムで記述できる。ここで,

$G_i(z)$  は式(15)で与えられる。

$$G_i(z) = \frac{\mu(\cos \omega_i z^{-1} - z^{-2})}{1 - 2 \cos \omega_i z^{-1} + z^{-2}} \quad (15)$$

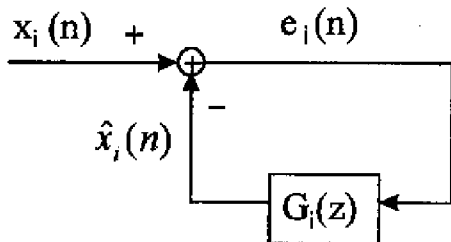


図2. LMS アルゴリズムのブロック図

従って,  $x_i(n)$  から  $\hat{x}_i(n)$  の伝達関数  $F_{2i}(z)$  は

$$F_{2i}(z) = \frac{G_i(z)}{1 + G_i(z)} = \frac{\mu(\cos \omega_i z^{-1} - z^{-2})}{1 - (2 - \mu) \cos \omega_i z^{-1} + (1 - \mu) z^{-2}} \quad (16)$$

解析方法の正当性を確認するため, まず,  $p=1$  でかつ IIR ノッチフィルタによる BPF が存在しない場合について検討する。この場合, 適応動作が十分に収束している状態では,  $x_i(n)$  の推定値  $\hat{x}_i(n)$  は式(17)のように近似できる。

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(n) &= \hat{a}_1(n) \cos \omega_1 n + \hat{b}_1(n) \sin \omega_1 n \\ &\approx a_1(n) \cos \omega_1 n + b_1(n) \sin \omega_1 n \\ &\quad + F_{21}(z) \phi(n) \end{aligned} \quad (17)$$

従って, 定常状態における推定誤差信号の分散  $\sigma_{e1}^2$  は

$$\begin{aligned} \sigma_{e1}^2 &= E[(x_1(n) - \hat{x}_1(n))^2] \approx E[(F_{21}(z) \phi(n))^2] \\ &= \frac{\sigma_\phi^2}{2\pi j} \oint F_{21}(z) F_{21}(z^{-1}) \frac{dz}{z} = \frac{\mu \sigma_\phi^2}{2 - \mu} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。  $\varepsilon_1(n) = 2E[(x_1(n) - \hat{x}_1(n))^2]$  であることに注意すると,  $p=1$  の時の式(7)の第一項と一致することがわかる。

$$\varepsilon_{1,\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_1(n) = \frac{2\mu\sigma_\phi^2}{2 - \mu} \quad (19)$$

次に, IIR ノッチフィルタによる BPF がある場合について考える。この BPF の伝達関数  $F_{1i}(z)$  は

$$F_{1i}(z) = \frac{2(1 - \alpha) \cos \omega_i z^{-1} - (1 - \alpha^2) z^{-2}}{1 - 2\alpha \cos \omega_i z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}} \quad (20)$$

となる。同様にフーリエ係数の推定値の定常状態における平均二乗誤差  $\varepsilon_{i,\infty}$  は以下のように求めることができる。

$$\varepsilon_{i,\infty} \approx \frac{2\sigma_\phi^2}{2\pi j} \oint F_{1i}(z) F_{2i}(z) F_{1i}(z^{-1}) F_{2i}(z^{-1}) \frac{dz}{z} \quad (21)$$

BPF の帯域幅等の情報が与えられ  $\varepsilon_{i,\infty}$  の理論式にてこないため, 理論式は図の式(A・1)に記載することとし,  $\alpha_\infty$  を変化させて行なったシミュレーション結果と理論値の比較を表1に示す。理論値とシミュレーション値がよく一致していることがわかる。シミュレーション条件は以下の通りであり, 10 回の独立なシミュレーションの平均をとった結果を示している。フーリエ係数の推定誤差を小さくするためには,  $\alpha_\infty$  を1に近づける必要があることがわかる。

シミュレーション条件:

$p=1, f_1=1250[\text{Hz}],$  標準化周波数  $f_s=4000[\text{Hz}],$

$\sigma_\phi^2=2, \tau_a=0.93, \mu=0.005, a_1=b_1=1$

表1.  $\varepsilon_{i,\infty}$  のシミュレーション結果

$\alpha_\infty$	0.8	0.9	0.95	0.99	0.995
シミュレーション	-24.78	-24.77	-25.32	-26.86	-27.52
理論値	-24.61	-24.80	-25.50	-26.92	-27.48

単位: [dB]

### 2. 3. 2 干渉波がある場合の解析

干渉波がある場合の定常状態における推定誤差信号の分散  $\sigma_{e1}^2$  は

$$\begin{aligned} \sigma_{e1}^2 &= E[(x_1(n) - \hat{x}_1(n))^2] \\ &\approx E[\{F_{1i}(z) F_{2i}(z) (\phi(n) + \eta(n))\}^2] \end{aligned} \quad (22)$$

と近似できるため,  $\varepsilon_{i,\infty}$  は式(23)により算出できる。なお, 第一項は式(A・1)で与えられる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i,\infty} &\approx \frac{2\sigma_\phi^2}{2\pi j} \oint F_{1i}(z) F_{2i}(z) F_{1i}(z^{-1}) F_{2i}(z^{-1}) \frac{dz}{z} \\ &\quad + |F_{1i}(z) F_{2i}(z)|^2 \Big|_{z=\exp(j\omega_d)} \sigma_\eta^2 \end{aligned} \quad (23)$$

ここで,  $\sigma_\eta^2$  は次式のようになる。

$$\sigma_\eta^2 = 0.5(a_d^2 + b_d^2) \quad (24)$$

### 2. 3. 3 非定常な信号の場合

2. 3. 2で記述したようにフーリエ係数の推定誤差を小さくするためには,  $\alpha_\infty$  を1に近づける必要がある。しかし, 楽音のように正弦波の振幅が定常ではない場合には,  $\alpha_\infty$  を1に近づけすぎると, IIR ノッチフィルタによる BPF の出力が非定常な入力信号に適切に追従できなくなることが考えられる。逆に, 干渉波の影響を抑圧するためには,  $\alpha_\infty$  を1に近づける方がよい。従って, 信号が非定常である場合には,  $\alpha_\infty$  の適切な設定範囲があると考えられる。

楽音の基本波成分は正弦波の振幅が時間と共に減衰していく信号でほぼモデル化できることが報告されているため[6], 本稿でも式(1)の  $a_i, b_i$  を式(25), (26)に

示すように、時変の係数  $a_i(n)$ ,  $b_i(n)$  として検出する。

$$a_i(n) = a_i - a_{ii}n \cdots a_{ii} > 0 \quad (25)$$

$$b_i(n) = b_i - b_{ii}n \cdots b_{ii} > 0 \quad (26)$$

以下に  $\alpha_\infty$  を変えて行なったシミュレーションの条件を、図3に  $\epsilon_\infty$  の特性を示す。干渉波の周波数は  $f_s = 1200$  [Hz] 付近である。干渉波が存在しない場合において、 $a_{ii} = b_{ii} = 0.0001$  の条件においては、 $\mu$  が 0.01 程度で推定精度が最も良いため、シミュレーションではこの値を用いている。

シミュレーション条件:

$$p=4, f_s=4000 \text{ [Hz]}, f_i = if_s / ((p+1)2)$$

$$f_d = 1210 \text{ または } 1240 \text{ [Hz]}, \mu=0.01, a_i = b_i = 1$$

$$\sigma_\phi^2 = 1, \sigma_\eta^2 = 1, a_{ii} = b_{ii} = 0.0001$$

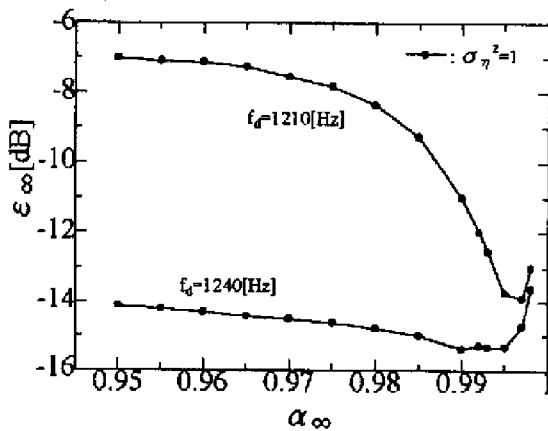


図3. 減衰性の信号の場合の  $\epsilon_\infty$  と  $\alpha_\infty$  の関係

図3 からわかるように、干渉波の周波数が 1210 [Hz] と対象波の周波数に近い場合には、 $\alpha_\infty$  を 1 に近づける方が一般的には良いが、 $\alpha_\infty = 0.998$  では逆に劣化している。これは非定常な信号に対する BPF 出力の遅れのためと考えられる。干渉波の周波数が 1240 [Hz] と対象波から離れている場合には、この傾向がより小さい  $\alpha_\infty$  の値から出発し、 $\alpha_\infty$  が 0.99 程度で最小の平均二乗誤差となっているため小さい値の方が良い。従って、 $\alpha_\infty$  の設定の他の改善方法が必要となる。

### 3. ダウンサンプリングを併用した BPLMS 法

上述のように、干渉波と対象波の周波数が接近していると  $\epsilon_\infty$  が劣化する。正規化周波数で  $(f_i - f_d) / f_s$  を大きくするにはサンプリング周波数  $f_s$  を小さくすれば良いが、 $f_s$  を小さくすると単位時間当たりに適応動作に用いることができるサンプル数が減少するため収束時間が長くなることになる。従って、文献[8]にあるように、ダウンサンプリングにより  $f_s$  を小さくするが、通常、廃棄するサンプルも適応動作に用いる方法を用い

ることとする。これをダウンサンプリングを併用した BPLMS 法 (提案法) と呼ぶことにする。ダウンサンプリング比  $D$  が 2 の場合のブロック図を図4に示す。

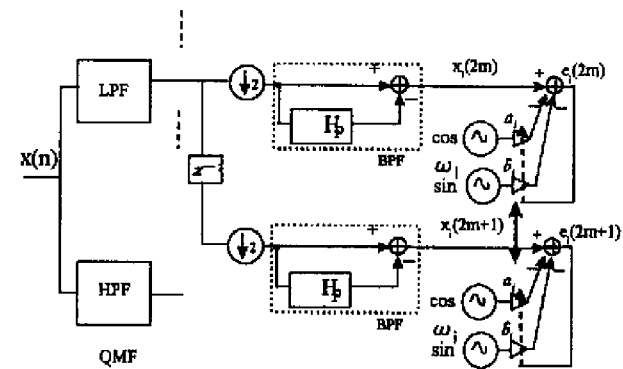


図4. 提案方法のブロック図 ( $D=2$  の場合)

$x(n)$  の偶数サンプルを  $x(2m)$ 、奇数サンプルを  $x(2m+1)$  と表すことにする。推定値の更新は式(27)から式(30)によって行なう。偶数サンプルの信号を用いた推定値は、引き続き奇数サンプルの信号の推定に用いるためコピーされる。逆もまた同様である。

$$\hat{a}_i(2m) = \hat{a}_i(2m-1) + \mu e_i(2m) \cos(\varphi_{even}) \quad (27)$$

$$\hat{b}_i(2m) = \hat{b}_i(2m-1) + \mu e_i(2m) \sin(\varphi_{even}) \quad (28)$$

$$\hat{a}_i(2m+1) = \hat{a}_i(2m) + \mu e_i(2m+1) \cos(\varphi_{odd}) \quad (29)$$

$$\hat{b}_i(2m+1) = \hat{b}_i(2m) + \mu e_i(2m+1) \sin(\varphi_{odd}) \quad (30)$$

$$\varphi_{even} = \omega_i' m - (M-1)\omega_i' / 2 \quad (31)$$

$$\varphi_{odd} = \omega_i' m + \omega_i' - (M-1)\omega_i' / 2 \quad (32)$$

$$\omega_i' = 2\pi f_i' \quad (33)$$

$$f_i' = \begin{cases} f_i \cdots \cdots f_i < f_s / 4 \\ f_i - f_s / 2 \cdots f_i > f_s / 4 \end{cases} \quad (34)$$

ここで、 $(M-1)$  は QMF の次数である。また、 $e_i(2m)$ 、 $e_i(2m+1)$  は以下のように求める。

$$e_i(2m) = x_i(2m) - \{\hat{a}_i(2m-1) \cos(\varphi_{even}) + \hat{b}_i(2m-1) \sin(\varphi_{even})\} \quad (35)$$

$$e_i(2m+1) = x_i(2m+1) - \{\hat{a}_i(2m) \cos(\varphi_{odd}) + \hat{b}_i(2m) \sin(\varphi_{odd})\} \quad (36)$$

$\alpha$  の時変制御は QMF の過渡状態が終了する  $(M-1)$  サンプル後から式(14)に基づいて行なう。

次に、BPLMS 法と提案方法の推定精度の比較を行なう。比較を容易にするため、信号の周波数範囲が帯域構造で加法性雑音と 1 つの干渉波が存在する場合について、干渉波の周波数  $f_d$ 、分散  $\sigma_\eta^2$  を変化させて、式(37)に示す  $\epsilon_{\infty, NRM}$  の比較を行なった。なお、 $\epsilon_{\infty, NRM}$  は十分に収束している 1500 から 3500 サンプルまでの平均をとり、更に、独立な 10 回の試行の平均で算出した。

シミュレーション条件は以下の通りで干渉波の周波数  $f_s \approx 1111$  [Hz] を中心に変化させている。

$$\epsilon_{\infty, NRM} = \lim_{n \rightarrow \infty} 10 \log_{10} \left\{ \sum_{i=1}^p \left\{ (a_i - \hat{a}_i(n))^2 + (b_i - \hat{b}_i(n))^2 / \sum_{i=1}^p (a_i^2 + b_i^2) \right\} \right\} \text{ [dB]} \quad (37)$$

シミュレーション条件:

$p=1, f_s=4000[\text{Hz}], \sigma_\phi^2=1, \sigma_\eta^2=1, 2$   
 $M=32, D=2, \text{入力周波数 } f_i = i \cdot f_s / 2(p+1)$   
 $\tau_a=0.93, \mu=0.01, 0.005, \alpha_\infty=0.99$   
 干渉波の周波数  $f_d[\text{Hz}]$ :  
 1031, 1051, 1071, 1091, 1096, 1101, 1106  
 1032, 1121, 1126, 1131, 1151, 1171, 1191  
 $a_i, b_i$ : すべて1

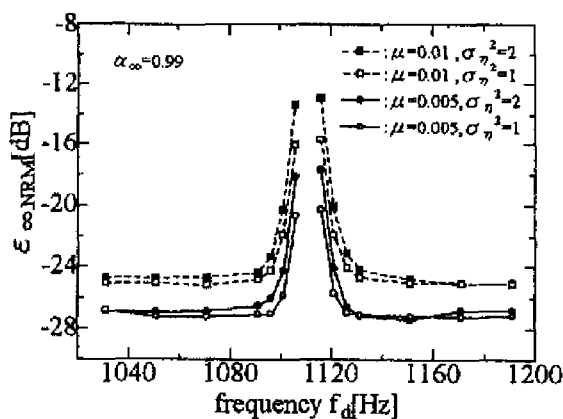


図5. BPLMS法の推定特性 (文献4)

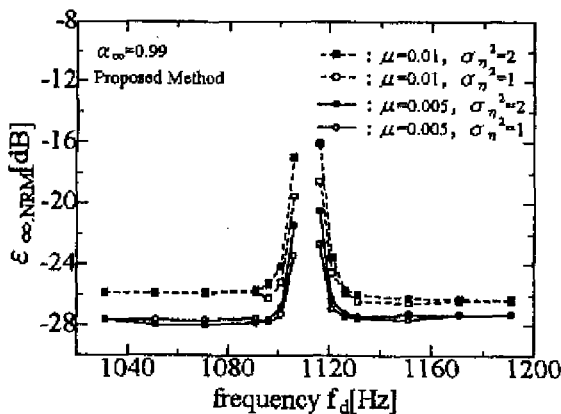


図6. 提案方法の推定特性

表2.  $\epsilon_{\infty, NRM}$  の比較

方式	$\mu$	$f_5 - f_d$ [Hz]	
		5	10
BPLMS法	0.01	-13.359	-20.259
	0.005	-18.116	-24.245
提案方法	0.01	-16.947	-24.134
	0.005	-21.481	-26.806

表2に $f_5$ と干渉波の周波数差が5, 10[Hz]の時の $\epsilon_{\infty, NRM}$ の比較を示す。提案方法がBPLMS法に比べ

約2.5[dB]以上推定精度がよいことがわかる。また、干渉波が重なっている場合でも提案方法の方がよい。

#### 4. 楽音の音高推定への応用

楽音信号はオクターブの音高ごとに規定される基本周波数とその整数倍の周波数(倍音)から構成される。また、各音高の基本周波数は調和関係がない。擬似的に作成した楽音に対し、適応する周波数を音高の基本周波数のみとしてその推定性能を比較する。基本周波数のみに適応するため高調波を含めた全ての周波数に対して適応する文献5)よりも演算量は著しく低減するが、ある音高の基本周波数と他の音高の高調波が接近している場合には、適応動作に影響を与え推定精度を劣化させることになる。シミュレーション条件に示すように、推定対象の信号は楽器1のオクターブ3のド、楽器2の同一のオクターブのシの6倍までの高調波まで考慮して模擬した信号の和である。表2に各周波数の振幅を、図7, 8にシの基本波の振幅の推定特性を示す。なお、図7には参考のためLMS法の推定曲線も併記しており、図8の繰返し回数は、偶数サンプルと奇数サンプルの和を示している。

シミュレーション条件:

$f_s=4000[\text{Hz}], \sigma_\phi^2=1, \tau_a=0.93, \mu=0.01, \alpha_\infty=0.99$   
 $M=32, D=2$   
 基本周波数 [Hz]:

ドの基本周波数: 130.8, シの基本周波数: 246.9

表2. 楽音の各高調波の振幅

i 高調波	1	2	3
楽器1	1.00	0.27	0.67
楽器2	1.00	0.44	0.40
i 高調波	4	5	6
楽器1	0.20	0.10	0.11
楽器2	0.08	0.18	0.26

楽器1のドの第二高調波は261.6[Hz]であり、シの基本周波数246.9[Hz]の振幅の推定に影響を与えることになる。図7, 8からわかるように、提案方法はBPLMS法、LMS法に比べ推定値の振幅が少なく干渉波からの影響を受けにくいことが分かる。提案方法では、QMFの出力の過渡状態が終了してから $\alpha$ の時変制御を行なうため、60回程度の繰返し回数ところで推定が劣化していることがわかるが、推定時間はほぼ3つの方法で同程度である。

#### 5. まとめ

本稿では、IIR ノッチフィルタを用いた帯域分離特性

とLMS アルゴリズムを組み合わせ、実時間でフーリエ係数を求める BPLMS 法の推定特性の解析を行いシミュレーション値とほぼ一致していることを示した。また、楽音のように正弦波の振幅が減衰的な場合には、極位置制御パラメータの設定の他に対策が必要であることを示し、ダウンサンプリングを併用する BPLMS 法を提案し、その特性を従来の方法と比較した。また、提案方法の楽音の音高推定への応用も一例として示した。

今後は、(1)今回示した BPLMS 法の推定精度の理論式は直感的に理解しにくいいため、BPF の帯域幅の情報を明確に用いた理論式の導出、(2)QMF が減衰性の信号に与える影響(自適性)の検討、(3)低いサンプリング周波数を用いるが、サンプル値間の信号を何らかの補間処理で求め適応動作の高速化を図る検討、を行なう予定である。

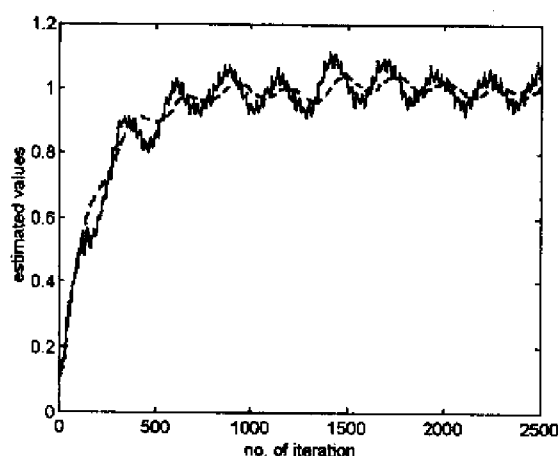


図7. 擬似楽音に対する推定曲線 (BPLMS法(破線)とLMS法(実線))

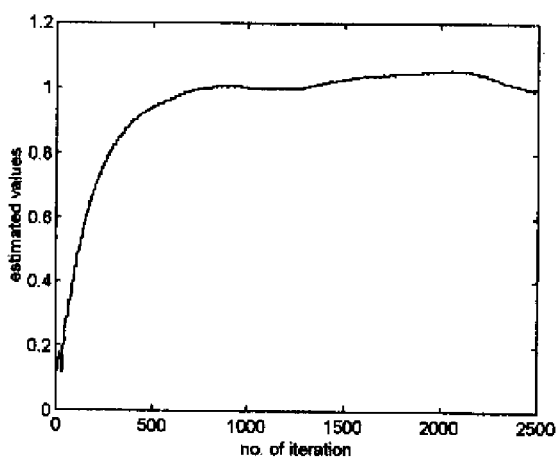


図8. 擬似楽音に対する推定曲線 (提案方法)

### 参考文献

[1]F.Q.Braun, "Non-recursive Digital Filters for Detecting Multi-frequency Code Signals," IEEE Trans. on Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-23, no.3, pp.250-256, 1975  
 [2]工藤, 田所, "ノッチフィルタと適応アルゴリズムによる雑音中の信号に対するフーリエ係数推定法," 信

学論(A), Vol. J83-A no.4, pp.18-27, 2000

[3]N.Kudoh and Y.Tadokoro, "A Method to Estimate Fourier Coefficients of a Signal Contaminated by an Additive Noise and Interfering Sinusoids and its Applications," Proceedings ICSPAT99, pp.1-5, Orlando, 1999  
 [4]工藤, 田所, "白色雑音と干渉波がある場合の信号成分のフーリエ係数推定法," (採稿中) 電子情報通信学会  
 [5]梅本, 青島, "適応技術を用いた採譜に有効な周波数分析," 計測自動制御学会論文集, Vol.28 no.5, pp.619-625, 1992  
 [6]Y.Xiao, Y.Tadokoro and K.Iwamoto, "Real-valued LMS Fourier Analyzer for Sinusoidal Signals in Additive Noise," Signal Processing, Vol.69 no.2, pp.131-147, 1998  
 [7]B.Widrow and S.D.Stearns, "Adaptive Signal Processing," Prentice Hall, New Jersey, 1985  
 [8]貴家, 西川, 芦原, "マルチレート繰返し法によるサブバンド適応フィルタの収束速度改善," 信学論(A), Vol. J78-A no.2, pp.194-201, 1995

### 付録

非常に式が長くなるため、ここでは式(21)に留数定理を適用した段階でとどめることにする。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i,\infty} &\approx \frac{2\sigma_s^2}{2\pi j} \oint F_{1i}(z)F_{2i}(z)F_{1i}(z)F_{2i}(z) \frac{dz}{z} \\ &= \frac{2\sigma_s^2}{2\pi j} \oint \frac{g_{1i}(z)g_{2i}(z)}{(z^2 - 2\alpha \cos \omega_1 z + \alpha^2)} \\ &\quad \times \frac{dz}{(z^2 - (2 - \mu) \cos \omega_1 z + (1 - \mu))} \\ &= \frac{2\sigma_s^2}{(\rho_1 - \rho_2)} \left[ \frac{g_{1i}(\rho_1)g_{2i}(\rho_1)}{(\rho_1 - \rho_3)(\rho_1 - \rho_4)} - \frac{g_{1i}(\rho_2)g_{2i}(\rho_2)}{(\rho_2 - \rho_3)(\rho_2 - \rho_4)} \right] \\ &\quad + \frac{2\sigma_s^2}{(\rho_3 - \rho_4)} \left[ \frac{g_{1i}(\rho_3)g_{2i}(\rho_3)}{(\rho_3 - \rho_1)(\rho_3 - \rho_2)} - \frac{g_{1i}(\rho_4)g_{2i}(\rho_4)}{(\rho_4 - \rho_1)(\rho_4 - \rho_2)} \right] \end{aligned} \quad (A \cdot 1)$$

ここで、

$$g_{1i}(z) = \frac{2(1 - \alpha) \cos \omega_1 z - (1 - \alpha^2)z^2}{1 - 2\alpha \cos \omega_1 z + \alpha^2 z^2} \times (2(1 - \alpha) \cos \omega_1 z - (1 - \alpha^2)) \quad (A \cdot 2)$$

$$g_{2i}(z) = \frac{\mu(\cos \omega_1 - z)}{1 - (2 - \mu) \cos \omega_1 z + (1 - \mu)z^2} \times \mu(\cos \omega_1 z - 1) \quad (A \cdot 3)$$

$$\rho_1, \rho_2 = \alpha \cdot e^{\pm j\omega_1} \quad (A \cdot 4)$$

$$\rho_3, \rho_4 = \frac{(2 - \mu) \cos \omega_1 \pm j\sqrt{4(1 - \mu) - (2 - \mu)^2 \cos^2 \omega_1}}{2} \quad (A \cdot 5)$$