

ステッピングモータ始動時の励磁電流波形の決定

Adjustment of Starting Current Profile for a Stepping Motor

○古仲 朋, 三浦 武, 秋山 宜万, 谷口 敏幸

○Tomo Konaka, Takeshi Miura

Yoshinkazu Akiyama, Toshiyuki Taniguchi

秋田大学

Akita University

キーワード：ステッピングモータ stepping motor, 励磁電流 exciting current,
ロバスト性 robustness, 最適化問題 optimization problem

連絡先：〒010-8502 秋田県秋田市手形学園町 1-1 秋田大学工学資源学部 電気電子工学科
三浦 武, TEL:(018)889-2329, FAX:(018)837-0406, E-mail:miura@ipc.akita-u.ac.jp

1. はじめに

ステッピングモータは、パルス信号の入力数に比例した回転角となるため、開ループで容易に位置制御系や速度制御系を構成できる。また、パルス信号によってデジタル的に制御が可能という特徴を持っている。そのため、コンピュータの周辺機器をはじめ、OA機器やFA機器など、あらゆる制御系に幅広く用いられている^{1,2)}。

ところで、ステッピングモータは、励磁の切換があると回転子のトルクが零となるトルク平衡点の位置へ移動し停止する。そのため、高い周波数のパルスを入力すると、それに伴うトルク平衡点の急激な移動により脱調することとなる。特に、始動時に、負荷の取り付け等による回転子慣性の増大により脱調が顕著となる。

確実に脱調を防止し始動するためには、徐々にパルスの周波数を上げて加速する、いわゆるスローアップ方式で運転を行う³⁾。しかし、この方法は、低いパルスの周波数から始動を行うために、高速で位置決めをしたい場合には必ずしも有効な方法とはいえない。

また、脱調を防止し迅速にステッピングモータを始動するためには、励磁電流の調整により発生トルクを常に正の方向に保つことが必要になる。このような考え方に基づく始動法として、Lawrensonらによる励磁タイミングの調整による方法がある⁴⁾。これにより、脱調のない迅速な始動が可能となることが示されているが、固定された条件の下での駆動を前提としており、始動時の慣性負荷の変動等による駆動条件の変化を考慮したものではない。

よって、本研究ではステッピングモータの回転子の運動エネルギーに注目することにより、迅速にかつ慣性負荷の変動に対してロバストな始動時の励磁電流波形の決定をシミュレーションにおいて試みた。

まず、始動時に短時間で高い回転速度を得るためには回転子の高い発生トルクが必要になる。つまり、モータを迅速に始動するためには短時間で回転子が高い運動エネルギーを持つことが必要となる。これは、回転子の運動エネルギーという評価関数を最大化する最適化問題に置き換えることができる。

また、始動時の脱調の原因となる慣性負荷の増大に対するロバスト性を考慮するため、最適化問題に拡大系という概念を取り入れた。これから、数値計算によるシミュレーションを試みた。この最適化問題を解く手法として共役方向法を用いた。

計算結果より、評価関数を適当に選ぶことでシミュレーションにおける速度の特性に改善がみられることがわかった。

2. ステッピングモータのモデリング

本研究で対象とした2相ハイブリッド形ステッピングモータの機械系の動特性は、次のような運動方程式で表わされる。

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} = T \quad (1)$$

ただし、 J ：回転子の慣性モーメント、 D ：制動係数、 θ ：回転子角度、 T ：モータの発生トルクである。

始動時には高い加速度を必要とするので、このとき、(1)式より、回転子の慣性モーメントに関する項が加速度に関係するため、ステッピングモータの始動時の特性に慣性負荷が影響を与えることがわかる。

モータの発生トルク T は、回転子角度と各

相の励磁電流の関数として、次式のような正弦波状の分布で表すことができる⁵⁾。

$$T = -K_T i_A \sin(N_r \theta) + K_T i_B \cos(N_r \theta) \quad (2)$$

ただし、 K_T ：トルク定数、 N_r ：回転子の歯数、 i_A ：A相の励磁電流、 i_B ：B相の励磁電流である。

本研究で対象とした2相ハイブリッド形ステッピングモータの各パラメータの値を表1に示す。

表1 ステッピングモータの各パラメータ

定格電流値	0.8 [A]
回転子の慣性モーメント	$35.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2 / \text{rad}]$
制動係数	0.0005 [N·m·s/rad]
トルク定数	0.141 [N·m/A]
回転子の歯数	50
ステップ角	1.8 [deg]

3. 最適化問題

ステッピングモータを迅速に始動するためには短時間で高い回転速度を得る必要がある。そのためにはモータの高い発生トルクが必要になる。つまり、短時間で回転子が高い運動エネルギーを持つことが必要である。よって、回転子の運動エネルギーを最大にすることによりステッピングモータを迅速に始動することができる。ここで、回転子の運動エネルギーには、トルクと角速度の積を時間積分した値を用いる。

本研究では始動時の励磁電流を調整することにより、回転子の運動エネルギーの最大化を行おうとしている。これは、回転子の運動エネルギーという評価関数を最大化する最適化問題といえる。

また、始動時の慣性負荷の変動に対するロバスト性を考慮するため、慣性負荷を10種

類設定した。このとき、以下の(3)式を拡大系と定義する。表2に慣性負荷の値を示す。

$$\left. \begin{aligned} (J+J_0)\frac{d^2\theta_0}{dt^2} + D\frac{d\theta_0}{dt} &= T_0 \\ (J+J_1)\frac{d^2\theta_1}{dt^2} + D\frac{d\theta_1}{dt} &= T_1 \\ &\vdots \\ (J+J_n)\frac{d^2\theta_n}{dt^2} + D\frac{d\theta_n}{dt} &= T_n \\ &\vdots \\ (J+J_9)\frac{d^2\theta_9}{dt^2} + D\frac{d\theta_9}{dt} &= T_9 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

表2 慣性負荷の値

	慣性負荷の値
J_0	$0.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_1	$35.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_2	$70.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_3	$105.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_4	$140.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_5	$175.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_6	$210.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_7	$245.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_8	$280.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$
J_9	$315.0 \times 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]$

回転子の運動エネルギーを評価関数 I_n とする。よって、次式のように表現できる。

$$I_n = \int_0^{t_{\max n}} n T_n \omega_n dt \quad n=0, \dots, 9 \quad (4)$$

ただし、 $t_{\max n}$ は慣性負荷 J_n において基本ステップ角の2ステップ目である $3.6[\text{deg}]$ に達した時刻である。

10種類の評価関数 I_n の和を拡大系の評価関数 f とすると、拡大系の評価関数 f は次式のようになる。

$$f = \sum_{n=0}^9 I_n \quad (5)$$

A相とB相の励磁電流の値は離間的な時

系列とし $0.0[\text{ms}]$ から $9.8[\text{ms}]$ までとした。サンプリング間隔は $0.2[\text{ms}]$ ごとである。よって、各相50の変数の数値を変化させることとなる。 Δt をサンプリング間隔とすると前述したように $\Delta t=0.2[\text{ms}]$ となる。

本研究では最適化のアルゴリズムに共役方向法⁹⁾を用いた。共役方向法とは共役方向に沿って直線探索を行う方法である。方向ベクトルの初期値 D^0 は、それぞれの座標軸方向の単位ベクトルを選んだ。直線探索は黄金分割法を用いた。区間は、モータの定格電流値より $[-0.8, 0.8]$ とした。

ここで共役方向法が k 回目の離散的な電流値 $i_A^k(t)$, $i_B^k(t)$ を100次元のベクトル x^k に対応させを以下のようにする。

$$\begin{aligned} x_0^k &= i_A^k(0) \\ x_1^k &= i_A^k(\Delta t) \\ x_2^k &= i_A^k(2\Delta t) \\ &\vdots \\ x_{49}^k &= i_A^k(49\Delta t) \\ x_{50}^k &= i_B^k(0) \\ x_{51}^k &= i_B^k(\Delta t) \\ x_{52}^k &= i_B^k(2\Delta t) \\ &\vdots \\ x_{99}^k &= i_B^k(49\Delta t) \end{aligned}$$

始動時の初期位置はA相のみを励磁した場合とするので、励磁電流の初期条件として x_0^k, x_{50}^k は固定されたものとなる。よって、励磁電流の値は以下のようになる。

$$x_0^k = 0.8$$

$$x_{50}^k = 0.0$$

この固定条件をペナルティ関数法⁷⁾により、制約条件付きの最適化問題から制約条件の付かない最適化問題へと変換した。よって、拡大系の評価関数 f を最大化する問題は、次のように定式化される。

maximize: $f - \mu P(x)$, $P(x) = (x_0^k - 0.8)^2 + (x_{50}^k)^2$
 subject to: $-0.8 \leq x_i^k \leq 0.8$

$$i=1, \dots, 49, 51, \dots, 99$$

ここで、 μ の値は f とオーダが同じ程度になるように選んだ⁷⁾。

数値計算の刻み幅は $1.56 [\mu s]$ である。補間には 3 次の B-スプラインを用いた。

4. 計算結果

慣性負荷を 10 種類設定したが、表示は慣性負荷 J_0, J_3, J_6, J_9 の場合とした。

図 1 は通常のマيكロステップ駆動の励磁電流波形である。励磁電流の周期は脱調を起こす直前の $8 [ms]$ である。

図 2 に通常のマيكロステップ駆動における回転子角度の時間変化である。

図 3 に拡大系の評価関数 f の最大化により得られた回転子角度の時間変化を示す。無負荷時の J_0 において回転子角度が負の方向に回転していることがわかる。他の慣性負荷 J_3, J_6, J_9 が正の方向に回転していることから、無負荷時の J_0 は脱調しているものと考えることができる。また、慣性負荷 J_3, J_6, J_9 のとき回転子角度が約 $6 [ms]$ まで負になっていることがわかる。これは、回転子の運動エネルギーを最大にするために回転子が加速期間を長くしたためと思われる。

そこで、回転子の加速期間を短くするために、評価関数 I_n に時間的なペナルティを加えた評価関数を I_n' とした。

$$I_n' = \int_0^{t_{\max}^n} T_n \omega_n dt / t_{\max}^n \quad (6)$$

この場合も慣性負荷を 10 種類とするので、拡大系の評価関数 f' は次式となる。

$$f' = \sum_{n=0}^9 I_n' \quad (7)$$

表 3 慣性負荷の値

慣性負荷の値	
J_0	$0.0 \times 10^{-7} [N \cdot m \cdot s^2 / rad]$
J_3	$105.0 \times 10^{-7} [N \cdot m \cdot s^2 / rad]$
J_6	$210.0 \times 10^{-7} [N \cdot m \cdot s^2 / rad]$
J_9	$315.0 \times 10^{-7} [N \cdot m \cdot s^2 / rad]$

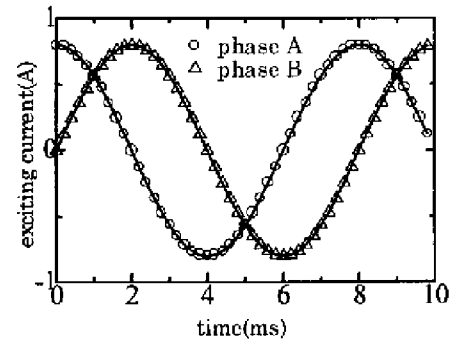


図 1 通常のマيكロステップ駆動における励磁電流波形の時間変化

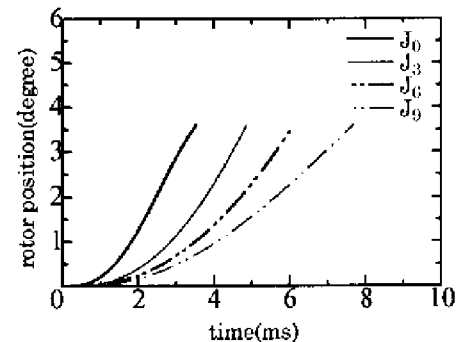


図 2 通常のマيكロステップ駆動における回転子角度の時間変化

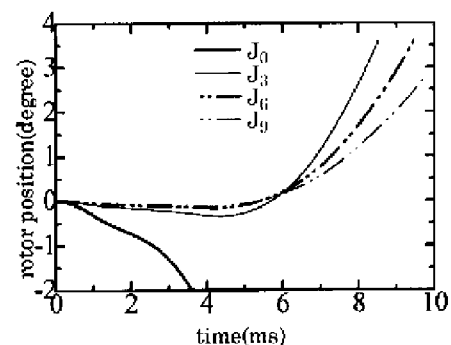


図 3 拡大系の評価関数 f の最大化により得られた回転子角度の時間変化

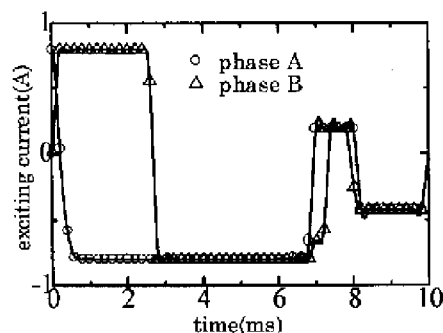


図4 拡大系の評価関数 f' の最大化により得られた励磁電流波形の時間変化

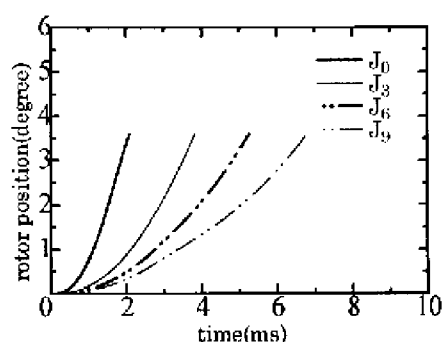


図5 拡大系の評価関数 f' の最大化により得られた回転子角度の時間変化

図4は拡大系の評価関数 f' を最大化して得られた各相の励磁電流波形である。この励磁電流波形は、2相励磁に相当する波形である。0[ms]のときはA相励磁である。0[ms]から0.5[ms]まではAB相励磁0.5[ms]から3[ms]まではA'B相励磁3[ms]から7[ms]まではA'B'相励磁に相当する。

図5は拡大系の評価関数 f' を最大化して得られた回転子角度の時間変化である。図2と比較すると、短時間で2ステップ目に達していることがわかる。

5. おわりに

始動時の脱調の原因となる慣性負荷の増大に対するロバスト性を考慮するため、最適

化問題に拡大系という概念を取り入れることにより電流波形の調整を行うことができた。

また、計算結果より、評価関数を適切に選ぶことでシミュレーションにおける速度の特性に改善がみられることがわかった。

今後の課題として本研究で求めた始動励磁電流波形の有効性を実験により検討する必要がある。

〈参考文献〉

- 1) 谷腰欣司：小型モータとその使い方, 55/77 日刊工業新聞社(1987)
- 2) 見城尚志・新村佳久：ステッピングモータの基礎と応用, 1/70, 総合電子出版(1979)
- 3) 同上 146/156
- 4) P.J.Lawrenson, A.Hughes and P.P.Acaarnley : Improvement and prediction of open-loop starting/stopping rates of stepping motors, Proc.IEE, 124-2, 169/172(1977)
- 5) 百目鬼英雄：ステッピングモータの使い方, 81/108, 工業調査会(1993)
- 6) 坂和愛幸：最適化と最適制御, 43/61, 森北出版(1980)
- 7) 今野浩, 山下浩：非線形計画法, 217/237, 日科技連出版(1978)