

# アクティブ・サスペンションのロバスト制御

Robust control for Active Suspension

○鈴木 一克、渡部 慶二、羅 志偉、遠藤 茂

○Kazuyoshi Suzuki, Keiji Watanabe, Zhiwei Luo, Shigeru Endou

山形大学大学院理工学研究科

Yamagata-University

キーワード：アクティブ・サスペンション(Active Suspension)、ロバスト制御(Robust Control)、ロバスト極配置(Robust Pole Assignment)

## 1. はじめに

自動車のアクティブ・サスペンション制御問題に対して従来  $H^\infty$  制御が研究されてきた。アクティブ・サスペンション制御の目的は、従来のパッシブサスペンションより乗客の乗り心地を改善すること、車体安定性、車の操縦安定性を重視する事である。

車に乗っている人間は、路面外乱による車体の振動を感じやすくなっている。人間を感じる周波数帯は  $3 \sim 8 \text{ Hz}$  で体感周波数と呼ばれ、この周波数帯域における特性が改善できれば、乗り心地が改善できるという事になる。したがってこの場合、ある周波数帯域における特性を解析的に改善できる  $H^\infty$  制御は有効となる。また、車体安定性、操縦安定性としては、車体の変位をなるべく少なくする事などで改善できる。

しかし、サスペンションは虚軸に近い極を持ち、従来の  $H^\infty$  制御ではその極を動かす事ができず、外乱に対する応答を改善できない問題がある。本研究では、これを改善する方法としてロバスト極配置を提案し、数式モデルを作り、理論的にその改善法を考察する。

### 1.1. 制御対象のモデル

図1にアクティブサスペンションを含む制御対象を示す。ただし、アクチュエーターには、サーボ弁、油圧ポンプが含まれている。

このアクティブサスペンションでは、信号命令に対してサーボ弁が追従可能な周波数領域で、サーボ弁からの流量をリーフ弁と  $N_2$  ガスを封入したガスばねによって油圧に変換し、その力で車体を制振している。また、サーボ弁が追従不可能な高周波領域では、シリンダ内の油圧をリーフ弁とガスばねで油圧を発生させ、パッシブサスペンションの乗り心地を保証できる。

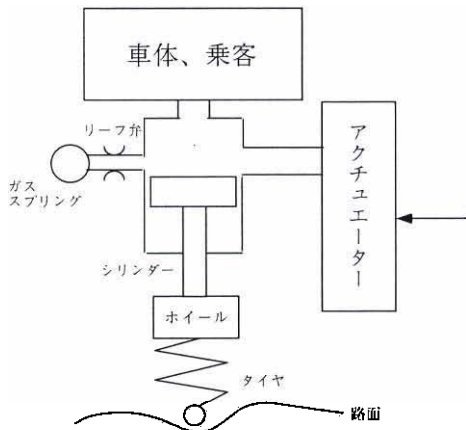


図1. 制御対象(単輪自動車モデル)

各変数を以下に示す。

$x_0, x_1, x_2$  : 路面、車輪、車体の変位

$i_v$  : サーボ弁の電流

$q_{el}, v_{el}$  : サーボ弁からシリンダへ流入する流量、その積分値

$f_{ex}$  : 操縦により車体にかかる負荷

### 1.2. 状態空間表現

文献 3) の設計結果と比較できるようにするために、以下では単輪自動車モデルの状態空間モデルを文献 3) と同様に設定した。(式中の行列は付録を参照)

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_{1p} \bar{w} + B_{2p} \bar{u} \quad (1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} x_p &= [x_0 - x_1 \quad x_1 - x_2 \quad v_{av} \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad q_{av}]^T \in R^6 \\ \bar{w} &= [\dot{x}_0 \quad f_{av}]^T \in R^2 \\ \bar{u} &= i_r \in R^1 \end{aligned}$$

である。

## 2. 制御系の定式化

本研究の制御目的は次に示す通りである。

1. 乗り心地の向上  
体感周波数帯 (3 ~ 8 Hz) での平均車体加速度を抑え、乗客の乗り心地の向上をはかる。
2. 車体安定性、操縦性の向上  
車体運転者の急激なステアリング、ブレーキ操作などにより、車体はロール、ピッチ方向に姿勢変化を起こす。この運転手の操縦に応じた車体姿勢変化、そして旋回、制動時のタイヤのたわみの変動をできる限り抑える事で車体安定性、操縦性を高める。
3. ロバスト性  
車の乗車人数の変動や、車の生産過程で生じるその固有の特性のばらつきなどにより、制御対象の特性が多少変動しても性能が著しく劣化しない頑健な性質を確保する。

### 2.1 パフォーマンス 1,2 を考慮する周波数重みの決定

上記の 1, 2 の、パフォーマンス (乗り心地、車体姿勢、タイヤのたわみの低減) に関する制御量として、車体加速度  $\ddot{x}_2$ 、路面車体相対変化  $x_0 - x_2$ 、路面車輪間相対変化  $x_0 - x_1$  を選んだ<sup>2</sup>。

$$\begin{aligned} \bar{z} &= [\ddot{x}_2 \quad x_0 - x_2 \quad x_0 - x_1]^T \in R^3 \\ &= C_{1p} x_p + D_{1p} \bar{w} \end{aligned} \quad (2)$$

s 結局、パフォーマンスの目的は外乱から制御量までの閉ループ伝達関数のゲインをできる限り小さくする事であり、外乱抑制問題と考えられる。そこで、ある特定の周波数領域におけるシステムのゲインを効果的に低減するために、制御量に対して周波数に依存する重み  $W_{perform}$  を設定してプラントを拡張する。拡張されたシステムのブロック線図を図 2 に示す。

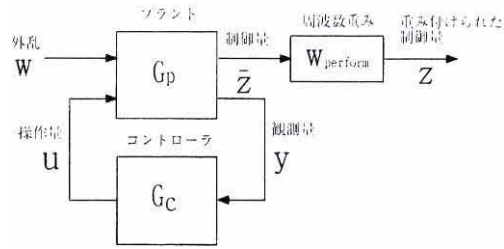


図2. パフォーマンスに対する周波数重みの導入

また、ここでは制御量の中で乗り心地に相当する車体加速度のみに対して周波数重み  $W_{perform1}$  を課した。

$$W_{perform} = \text{diag}(W_{perform1} \quad 1 \quad 1) \quad (3)$$

$W_{perform1}$  は人間の体感周波数帯を考慮し、その周波数帯でゲインが高くなるように設定した。その図を図 3 に示す。

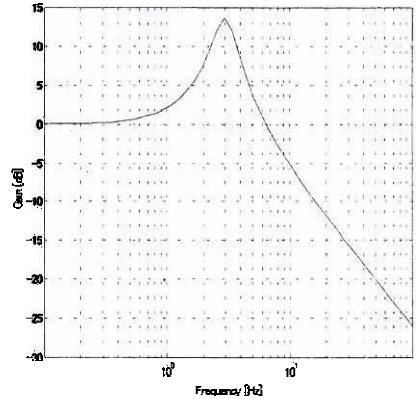


図3. 乗り心地に対する周波数重みの伝達関数

本研究では具体的に  $W_{perform1}$  は以下のように設定した。

$$W_{perform1} = \frac{5s+9}{s^2+1.2s+9} \quad (4)$$

### 2.2 ロバスト性に関する制御仕様

上記の目的 3 に対して、ロバスト性を満足するために不確かさを包括するようなゲイン特性を持つ周波数に依存した重み  $W_{robust}$  を以下のように設定した。

量  $u$ 、制御量  $z$ 、観測量  $\bar{y}$ 、 $y$  はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} w &= S_w^{-1} [\bar{w} \quad p]^T = S_w^{-1} [\bar{w} \quad n \quad p]^T \\ &= S_w^{-1} [\dot{x}_0 \quad f_{ex} \quad nx_{12} \quad nx_2 \quad p]^T \end{aligned} \quad (6)$$

$$u = \bar{u} - p = i_v - p \quad (7)$$

$$\begin{aligned} z &= S_z [\bar{z} \quad q]^T = S_z [W_{perform} \bar{Z} \quad W_{robust} u]^T \\ &= S_z [W_{perform} [\dot{x}_2 \quad x_0 - x_2 \quad x_0 - x_1]^T \quad W_{robust} u]^T \end{aligned} \quad (8)$$

$$\bar{y} = C_{2p} x_p \quad (9)$$

$$y = \bar{y} + n = [x_{12} + nx_{12} \quad \dot{x}_2 + nx_2]^T \quad (10)$$

ここで、図中の  $S_z$ 、 $S_w$  は、異なった単位の信号群から構成される外乱及び制御量ベクトルを 1 以下に正規化するためのスケーリング行列である。そして、外乱  $w$  の中に、制御量  $y$  に対する観測ノイズ  $n = [nx_{12} \quad nx_2]^T$  を付け加えた。

図4. ロバスト安定性に対する周波数重みの伝達関数

本研究では具体的に  $W_{robust}$  は以下のように設定した。

$$W_{robust} = \frac{10s^2 + 200s + 1000}{s^2 + 60s + 2500} \quad (5)$$

### 2.3 拡張プラント

単輪モデルの状態空間モデルと、パフォーマンスとロバスト安定性に関する 2 つの周波数重み  $W_{perform}$ 、 $W_{robust}$  によって、拡張プラントは図 5 に構成される。この拡張プラントに対する外乱  $w$ 、操作

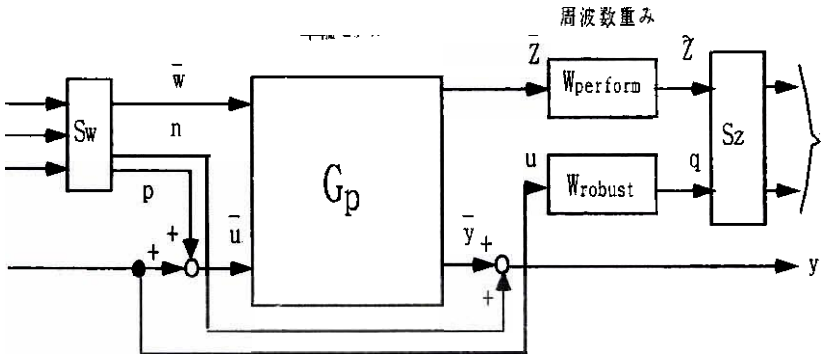


図5. 拡張プラント

## 2.4 従来の制御器設計法

図5の拡張プラン、全体の状態量を $x$ 、パフォーマンス重み、ロバスト重みをそれぞれ通ってきた信号の状態量をそれぞれ $[x_{wp1} \ x_{wp2}]^T$ 、 $[x_{wp1} \ x_{wp2}]^T$ とすると、図5の拡張プランの状態方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、

$$\dot{x} = [x_0 \ x_1 \ x_1 - x_2 \ v_w \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ q]^T$$

$$[x_{wp1} \ x_{wp2} \ x_{wp1} \ x_{wp2}]^T \in R$$

である。このシステムは $H^\infty$ 制御問題の解の存在性に関わる前提条件を満たしている。

次にこの $H^\infty$ 制御問題は、リカッチ方程式

$$\begin{aligned} X(A - B_2 D_{12}^* C_1^*) + (A - B_2 D_{12}^* C_1^*)^T X \\ + X(B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^* B_2^T)X + C_1^T C_1 - C_1^T D_{12} D_{12}^* C_1 = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$E_{12} = D_{12}^T D_{12}$$

$$D_{12}^* = (D_{12}^T D_{12})^{-1} D_{12}^T$$

が、 $A - B_2 D_{12}^* C_1^* + (B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^* B_2^T)X$ を安定にする安定化解 $X = X^T \geq 0$ を持ち、リカッチ方程式

$$\begin{aligned} Y(A - B_1 D_{21}^* C_2^*) + (A - B_1 D_{21}^* C_2^*)^T Y \\ + Y(C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^* C_2)Y + B_1 B_1^T - B_1 D_{21} D_{21}^* B_1^T = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$E_{21} = D_{21} D_{21}^T$$

$$D_{21}^* = D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1}$$

が、 $A - B_1 D_{21}^* C_2^* + Y(C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^* C_2)$ を安定にする安定化解 $Y = Y^T \geq 0$ を持ち、

$$\lambda_{\max}(XY) < 1 \quad (14)$$

が満たされる時に限り解があり、制御器は次式で与えられる。

$$G_c(s) = F_{\infty}(sI - A_{\infty})^{-1} ZL_{\infty} \quad (15)$$

ただし、

$$F_{\infty} = -D_{12}^T C_1 - E_{12}^* B_2^T X$$

$$ZL_{\infty} = (I - XY)^{-1} [B_1 D_{21}^* + Y C_2^T E_{21}^*]$$

$A_{\infty} = A + B_1 B_1^T X + B_2 F_{\infty} - K_{\infty}(C_2 + D_{21} B_1^T X)$ である。

得られたコントローラより図6のシステムを考える

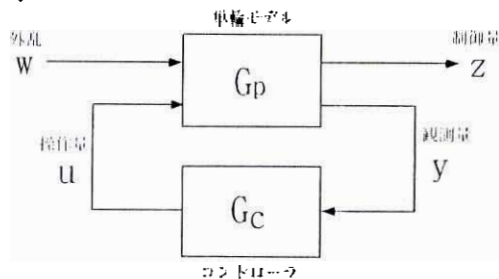


図6. コントローラ付きシステム

外乱 $w$ から制御量 $z$ への閉ループ伝達関数を $T_{zw}(s)$ とすると、そのLFT表現は、

$$\begin{aligned} T_{zw}(s) = F_l(G_p, G_c) \\ \left| \begin{array}{cc} A_p & B_{2p} F_{\infty} \\ ZL_{\infty} C_{2p} & A_{\infty} \\ C_{1p} & D_{21p} F_{\infty} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (16)$$

となる。

## 3. ロバスト極配置

従来の $H^\infty$ 制御では制御系の極が虚軸上やその付近にあった場合は、その極を動かす事ができない。サスペンションは虚軸付近に振動極を持つため、振動外乱が入ってきた場合、その振動を抑える事ができず、振動的になってしまう。また、時間応答も良くない。

本研究ではロバスト極配置を用い、その点を改善する。ここでは、折り返し法の導入により、ある折り返し点 $a$ を支点とし、虚軸に近い極を離し、制御系の時間応答を良くしようとする。

### 3.1 制御器の設計

制御対象の虚軸付近の極の問題を解決するために、 $A + \alpha I$ が虚軸上に固有値を持たないように $\alpha \geq 0$ を選び、リカッチ方程式

$$\begin{aligned} X_{\alpha}(A + \alpha I - B_2 D_{12}^* C_1^*) + (A + \alpha I - B_2 D_{12}^* C_1^*)^T X_{\alpha} \\ + X_{\alpha}(B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^* B_2^T)X_{\alpha} + C_1^T C_1 - C_1^T D_{12} D_{12}^* C_1 = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

が安定化解、

$$A + \alpha I - B_2 D_{12}^* C_1^* + (B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^* B_2^T)X_{\alpha}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{を安定にする安定化解 } X_u = X_u^{-1} \geq 0 \text{ を持ち、} \\
 & Y_u(A + \alpha I - B_1 D_{21}^{-1} C_2) + (A + \alpha I - B_1 D_{21}^{-1} C_2) Y_u \\
 & + Y_u(C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^{-1} C_2) Y_u + B_1 B_1^T - B_1 D_{21}^{-1} D_{21} B_1^T = 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

が、 $A - B_1 D_{21}^{-1} C_2 + Y_u(C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^{-1} C_2)$  を安定にする安定化解  $Y_u = Y_u^{-1} \geq 0$  を持ち、かつ

$$\lambda_{\max}(X_u Y_u) < 1 \tag{19}$$

を満たすように  $\alpha$  を設定する。上記 3つの可解条件を満たした系の解として、

$$G_{out}(s) = F_{out}^{-1}(sI - A_{out})^{-1} ZL_{out} \tag{20}$$

が得られる。ただし、

$$\begin{aligned}
 F_{out} &= -D_{12}^{-1} C_1 - E_{12}^{-1} B_2^T X_u \\
 ZL_{out} &= (I - X_u Y_u)^{-1} [B_1 D_{21}^{-1} + Y_u C_2^T E_{21}^{-1}] \\
 A_{out} &= A + B_1 B_1^T X_u + B_2 F_{out} - K_{out} (C_2 + D_{21} B_1^T X_u)
 \end{aligned}$$

である。図 6 のシステムと同様に考えると、閉ループ伝達関数  $T_{200}(s)$  の LFT 表現は、

$$\begin{aligned}
 T_{200}(s) &= F_i(G_{pi}, G_{in}) \\
 & \begin{vmatrix} A_p & B_{2p} F_{out} \\ ZL_{out} C_{2p} & A_{out} \\ C_{1p} & D_{21p} F_{out} \end{vmatrix}
 \end{aligned} \tag{21}$$

となる。

#### 4. シミュレーション結果

3の制御器を用いたシミュレーション結果の一例を示す。ここでは試行的に折り返し点  $\alpha$  の値を  $\alpha = 0.9$  とした。図 8 に周波数応答、図 7 にインパルス応答を示す。

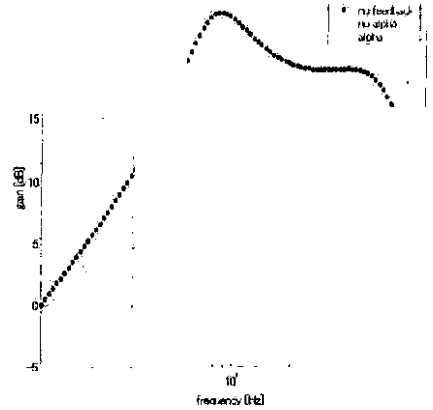


図7. 周波数応答

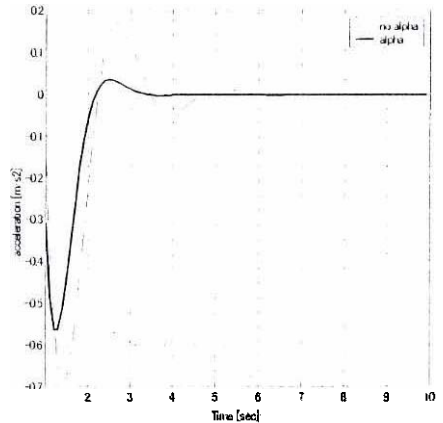


図8. インパルス応答

#### 5. おわりに

本研究では、アクティブサスペンションについて考察をし、制御対象の虚軸付近の極による外乱振動を抑制するためのロバスト極配置法を提案した。

$\alpha$  を使ってロバスト安定性を無視すると、応答が早くなるが、ロバスト安定仕様を満たさなくなる。よってこの系に  $\alpha$  を使用するにはモデル誤差を小さくしなくてはならない。

#### 参考文献

- 1) 渡部慶二、羅志偉、伊豆田義人 1 ディスク混合感度問題のための修正  $H^\infty$  制御 DST シンポジウ

2) 川谷亮治、山下勝司、藤森一雄、本村英紀 H<sup>∞</sup>制御理論に基づくアクティブサスペンションの制御計測自動制御学会論文集 Vol.27, No.5, 551/561, (1991)

3) システム制御情報学会編 細江繁幸、荒木光彦監修 制御系設計 H<sup>∞</sup>制御とその応用 朝倉書店 (1994)

#### 付録

本研究中で使用されたパラメータを以下に示す。  
単輪シミュレータの状態空間表現

$$-A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3.123 & -4.972 & -4.155 & -5.251 & 5.251 & -4.374 \\ 0 & 7.071 & 5.894 & 7.46 & -7.46 & 6.223 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.692 \end{bmatrix}$$

$$B_{1p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 3.12e-3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 0 & 7.071 & 5.894 & 7.46 & -7.46 & 6.223 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{1p} = \begin{bmatrix} 0 & 3.12e-3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{2p} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_{21p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{22p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

拡張プラントの入出力部に課したスケーリング行列  
 $S_w = \text{diag}([3.58e-3 \ 8.48 \ 8.64e-6 \ 3.27e-5 \ 1.81e-3])$   
 $S_v = \text{diag}([2.97 \ 5.51e2 \ 8.63e2 \ 5.53e2])$