

# ビジュアル・サーボイングの $H^\infty$ 制御

## $H^\infty$ Control of Visual Servoing System

○呉 賢貞、渡部 慶二、羅 志偉、遠藤 茂

○HyunJeong Oh, Keiji Watanabe, Zhi-wei Luo, Shigeru Endo

山形大学大学院理工学研究科

Yamagata University

キーワード： $H^\infty$ 制御( $H^\infty$  control),  $H^\infty$ ノルム( $H^\infty$  norm), 一般化プラント(generalized plant)  
ビジュアルサーボイング(Visual Servoing)

連絡先：山形県米沢市城南 4-3-16

呉 賢貞：Tel 0238-26-3326, E-mail: oh@ewata.yz.yamagata-u.ac.jp

### 1. はじめに

ビジュアルサーボイングとは、フィードバック制御系に視覚センサを組み込んで必要な情報を取り出し、処理する制御を行う方法である。本研究では、カメラを台車に取り付けて移動する対象物の位置情報を取得し、対象物を追従する制御を行う。モデル誤差のもとでの制御となるので、混合感度問題としてとらえ、 $H^\infty$ 制御<sup>1)</sup>を用いる。この問題において、感度重みや制御対象が虚軸上に極を持つため、通常の $H^\infty$ 制御では設計に工夫が必要である。本研究では一般化プラントを変えずに、リカッチ方程式を修正する方法を提案する。この修正 $H^\infty$ 制御の特徴として、一般化プラントを変更することなく、重み関数や制御対象が虚軸上に極をもつ場合に対処できることが上げられる。これによって1ディスク混合感度問題の解法が単純化され、より実用的になる。<sup>2),3)</sup>

### 2. ビジュアルサーボイング

本研究では、図 1のような装置を使用する。

1次元方向に移動可能な台車にカメラを取り付け、移動する対象物を撮影して対象物の位置情報を獲得し、対象物を視野の中心に捉えるように、カメラを移動し、対象物に追従するように制御することを目標としている。

対象物は、白地に黒半径1[cm]の円を使用する。

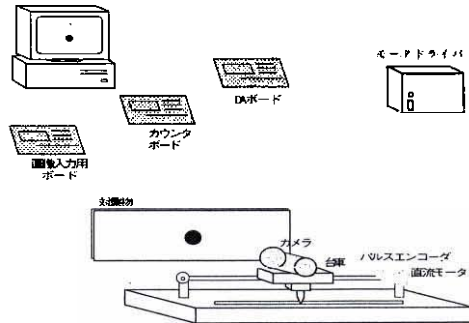


図 1 使用装置

台車の動きはD/A変換ボードを介してコンピュータで制御される。台車に取り付けられているパルスエンコーダからの信号は、カウンタボードを介してコンピュータへ送られる。カメラからの信号は画像入力用ボードによって、メモリに格納される。コンピュータは格納されたデジタル信号を取り出し、画像処理を行う。カメラからの映像信号を画像メモリに取り込んでコンピュータのモニタに表示し、対象物の重心位置を求め、コンピュータのモニタ画面の中心との距離を計算する。この対象物の重心と、コンピュータのモニタ画面の中心との距離を0[m]にすることを目標として、カメラを動かすように制御する。

### 3. フィードバック制御系

図1に示すビジュアルサーボシステムのブロック線図は図2になる。ただし、 $G(s)$ はコンピュータの出力電圧から台車の位置までの伝達関数を表し、 $G_c(s)$ は位置誤差入力からコンピュータの出力までの伝達関数を表す。

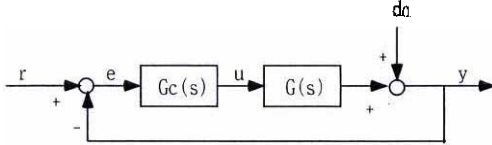


図2 制御系

制御対象の変動や、モデル誤差などは

$$G(s) \rightarrow \bar{G}(s) = [1 + \Delta(s)]G(s) \quad (1)$$

とする。 $\Delta(s)$ はモデル誤差で、

$$\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)] < |W_T(j\omega)|, \quad \forall \omega \geq 0 \quad (2)$$

とする。 $\bar{\sigma}$ は最大特異値で、 $W_T(s) \in R(s)$ で、 $W_T(s)$ の極、零点は安定で、 $G(s)$ の極と異なるとする。制御系がロバスト安定で、目標追従特性、外乱除去特性、低感度にするため重み関数 $W_x(s) \in R(s)$ を導入し、

$$\left| \frac{W_x(s)S(s)}{W_T(s)T(s)} \right| \quad (3)$$

を満たす制御器を設計する問題を1ディスク混合感度問題という。

### 4. H $\infty$ 制御

H $\infty$ 制御はフィードバック制御系において適当な入力点から出力点までの伝達関数のH $\infty$ ノルムをある値以下にする制御である。

#### 4.1. H $\infty$ ノルム

H $\infty$ ノルムとは、ハーディ空間の無限大ノルムであり、スカラ関数 $F(s)$ のときはゲイン特性の最大値に等しい。

$$\|F\|_{\infty} = \sup_{\omega \geq 0} |F(j\omega)| \quad (4)$$

$F(s)$ がベクトルや行列の場合にはH $\infty$ ノルムは

$$\|F\|_{\infty} = \sup_{0 \leq \omega \leq \infty} \bar{\sigma}\{F(j\omega)\}$$

で定義される。ここで、 $\bar{\sigma}$ は行列の最大特異値であり、一般に

$$\bar{\sigma}\{A\} = \{\lambda_{\max}(A^*A)\}^{1/2}$$

を意味する。また、 $A^*$ は複素行列 $A$ の共役転置で、 $\lambda_{\max}$ は最大固有値である。

#### 4.2. 制御器の設計

1 ディスク混合感度条件を満たす制御系は以下のように求められる。

$$Z_x = W_x(I + GG_c)^{-1}d \quad (5)$$

$$Z_T = W_T(I + GG_c)^{-1}GG_c d$$

とおくと図3の系が得られる。

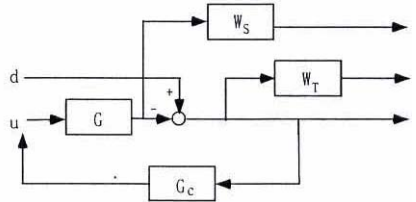


図3 一般化プラント

(3)式を満たす $G_c(s)$ を求める問題は、図3の系で外乱入力 $d$ から出力 $\begin{bmatrix} z_x^T \\ z_T^T \end{bmatrix}$ までのH $\infty$ ノルムを1以下にする $G_c(s)$ をもとめる問題と等価である。

図3より、各伝達関数の状態空間表現を用いると、

$$G = C_g(sI - A_g)^{-1}B_g$$

$$W_T G = C_T(sI - A_g)^{-1}B_g + D_T \quad (6)$$

$$W_x = C_x(sI - A_x)^{-1}B_x$$

となる。ただし、

$$\begin{bmatrix} z_x \\ z_T \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_x & -W_x G \\ 0 & W_T G \\ I & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix}$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} [B_1 \quad B_2] + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} \right.$$

とすると

$$\begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{ccc|c} A_x & -B_x C_g & B_x & 0 \\ 0 & A_g & 0 & -B_g \\ \hline C_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_T & 0 & D_T \\ \hline 0 & -C_g & I & 0 \end{array} \right]$$

$A \in R^{n \times n}, B_1 \in R^{n \times m}, B_2 \in R^{n \times m}, C_1 \in R^{r \times n}$

$C_2 \in R^{r \times n}, D_{12} \in R^{r \times m}, D_{21} \in R^{r \times m}$

となる。(8)式は一般化プラントという。

ここで以下の仮定

(1)  $(A, B_2)$  可安定

(2)  $(C_2, A)$  可検出

(3)  $\text{rank} D_{12} = m$

(4)  $\text{rank} D_{21} = r$

(5)  $\text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m, \quad \forall \omega \geq 0$

(6)  $\text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + r, \quad \forall \omega \geq 0$

を満たすとする。また、

$$E_{12} = D_{12}^T D_{12}$$

$$E_{21} = D_{21} D_{21}^T$$

$$D_{12}^+ = (D_{12}^T D_{12})^{-1} D_{12}^T$$

$$D_{21}^+ = D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1}$$

とおくと、

リカッチ方程式

$$\begin{aligned} X(A - B_2 D_{12}^+ C_1) + (A - B_2 D_{12}^+ C_1)^T X \\ + X(B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^{-1} B_2^T) X \\ + C_1^T C_1 - C_1^T D_{12} D_{12}^+ C_1 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

が安定化解  $X = X^T \geq 0$  をもち

リカッチ方程式

$$\begin{aligned} Y(A - B_2 D_{21}^+ C_2)^T + (A - B_2 D_{21}^+ C_2) Y \\ + Y(C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^{-1} C_2) Y \\ + B_1^T B_1 - B_1^T D_{21}^+ D_{21} B_1 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

が安定化解  $Y = Y^T \geq 0$  をもち、かつ

$$\lambda_{\max}(XY) < 1$$

のとき、制御器  $G_c(s)$  の解が存在し

$$G_c(s) = F_\infty (sI - A_\infty)^{-1} K_\infty$$

で与えられる。ただし、

$$F_\infty = -D_{12}^+ C_1 - E_{12}^{-1} B_2^T X$$

$$K_\infty = (I - XY)^{-1} [B_1 D_{21}^+ + Y C_2^T E_{21}^{-1}]$$

$$A_\infty = A + B_1 B_1^T X + B_2 F_\infty - K_\infty (C_2 + D_{21} B_1^T X) \quad (14)$$

である。しかし、

$$\text{仮定(6)の } \text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + r, \quad \forall \omega \geq 0$$

は  $C_2 (sI - A)^{-1} B_1 + D_{21}$  が虚軸上に零点を持たないことを意味する。すなわち、 $A - B_1 D_{21}^{-1} C_2$  が虚軸上に固有値をもたないことである。しかし、本研究において、 $D_{21}^{-1} = I$  より  $A - B_1 D_{21}^{-1} C_2 = \begin{pmatrix} A_s & 0 \\ 0 & A_g \end{pmatrix}$

となり、制御対象  $A_g$ 、重み関数  $A_s$  が虚軸上に固有値をもつため条件(6)が満たさない。重みの虚軸上の極に対する研究は文献(4), (5)にあるが、制御対象の虚軸上の極については取り扱っていない。

## 5. 1 デイスク混合感度問題のための修正 $H_\infty$ 制御

制御対象と感度重み関数の虚軸上の極の問題及び入力外乱の応答劣化問題は、リカッチ方程式 (11) 式に起因している。この問題を解決するために、本研究では (11) 式を満たす  $Y$  を構成する方法を提案する。

ここで、つぎの仮定が満たされると仮定する。

(1)  $(A, B_2)$  可安定

(2)  $(C_g, A_g)$  可検出

(3)  $\text{rank} D_{12} = m$

(4)  $\text{rank} D_{21} = m$

(5)  $\text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m, \quad \forall \omega \geq 0$

任意の  $\alpha \geq 0$  に対して、リカッチ方程式

$$\begin{aligned} X(A + \alpha I - B_2 D_{12}^+ C_1) + (A + \alpha I - B_2 D_{12}^+ C_1)^T X \\ + X(B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^{-1} B_2^T) X \\ + C_1^T C_1 - C_1^T D_{12} D_{12}^+ C_1 = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

が安定化解  $X = X^T \geq 0$  をもち

リカッチ方程式

$$\begin{aligned} Y_p (A_g^T + \alpha I) + (A_g + \alpha I) Y_p \\ + Y_p (C_g^T C_g - C_g^T C_g) Y_p = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

が安定化解  $Y_p \geq 0$  をもち

$$Y \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_p \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\rho(XY) < 1, \quad (18)$$

を満たすとする。このとき解があり、(13)式で得られる。

(16),(17)式と  $D_{21} = I$  より

$$Y(A + \alpha I - B_2 D_{21}^{-1} C_2)^T + (A + \alpha I - B_2 D_{12}^* C_2)Y \\ + Y(C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^{-1} C_2)Y \\ + B_1^T B_1 - B_1^T D_{21}^T D_{21} B_1 = 0$$

が成立する。

Yは安定化解ではないが文献5)の擬似安定化解となる。

$$\left\| \begin{array}{l} W_s(s-\alpha)S(s-\alpha) \\ W_T(s-\alpha)T(s-\alpha) \end{array} \right\|$$

が満たされて最大値の原理より

$$< 1$$

が成り立つ。

この修正  $H_\infty$ 制御の特徴は、一般化プラントを変更することなく、重み関数や制御対象が虚軸上に極をもつ場合に対処できる。これらによって仮定(6)を満たさない場合の1ディスク混合感度問題の解法が簡単化され、より実用的になる。

## 6. シミュレーション

以下のように、

$$\text{制御対象 伝達関数 } G(s) = \frac{63}{s(s+88)},$$

が虚軸に極を持つ、

$$\text{重み関数 } W_s(s) = \frac{\omega_s}{s^2}$$

$$W_T(s) = \frac{(1+0.02s)^2}{10}$$

とした。また、

$\alpha = 1$ 、 $\omega_s = 100$  とし、結果を図4~図6に示す。

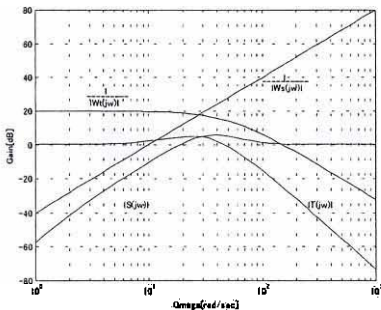


図4 感動関数と相補感度関数

Step Response

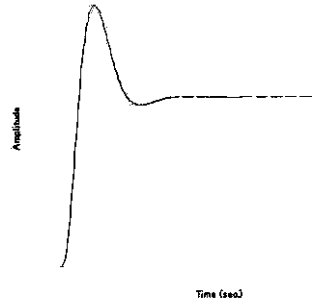


図5 ステップ応答

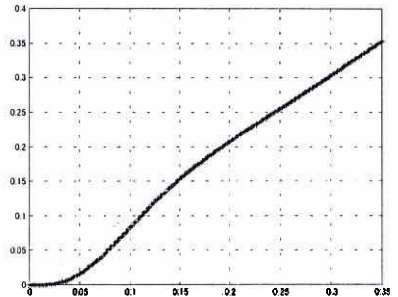


図6 ランプ応答

## 7. おわりに

本研究では、ビジュアルサーボ問題を念頭にし、1ディスク混合感度仕様を満たす修正  $H_\infty$ 制御方法を提案した。また、この設計方法によりシミュレーションを行なった。今後は、シミュレーションに基づいて実際のビジュアルサーボイングシステムを実験し、その有効性を確かめる。

## 参考文献

- 1) 美多 勉:「 $H_\infty$ 制御」、昭晃堂、(1994)
- 2) K.Watanabe.et.al:「Modified  $H_\infty$  Control for 1 Disk Mixed Sensitivity Problem」, ASCC 2000
- 3) K.Watanabe.et.al:「Robust Pole Placement with widely adjustable Half plane」, CDC 2000(to appear)
- 4) 美多 勉:「虚軸上に極を持つ重みを許す  $H_\infty$ 制御系の設計 SICE 論文集」、29. 11. 1 320/1329(1993)
- 5) 美多 勉:「不安定重みをもつ系に対する拡張制御器の構造と拡張  $H_2$ 制御 SICE 論文集」、33. 7. 622/630(1997)