

軽航空機のファジィ制御

Fuzzy Control of Lightplane

○嶋田恒介*, 大久保重範**,

○Kosuke Simada*, Sigenori Okubo**

山形大学

*Yamagata University, **Yamagata University

キーワード： ファジィ制御 (fuzzy control), 遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm)

連絡先： 〒992-8510 米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室
大久保重範, Tel.:(0238)26-3246, Fax.:(0238)26-3246, E-mail:am97070@dipfr.dip.yz.yamagata-u.ac.jp

1. 緒言

ファジィ制御はスチームエンジンへの利用から始まり、列車自動運転や浄水場の薬品注入制御などへと適用され、現在では大規模プラントから我々の身の回りの家庭製品にいたるまでさまざまな対象に適用されている。

本研究では低マッハ数で飛行する航空機の姿勢制御にファジィ制御を利用する。ここに実際の制御までの手順と使用した手段を示す。

2. ファジィ制御とは

ファジィ理論は、あいまいな情報の記述法に優れていることが人間的思考に似ているので、人口知能やエキスパートシステムなどの開発に応用されるようになった。

ファジィアルゴリズムというのは

「もし x がおよそ5ならば、 y はおよそ10にせよ」「 x が大きいなら、 y を少し増やせ。 x が小さいなら、 y を少し減らし、 x がどちらでもないな

ら、 y はそのままにせよ」

というように言葉を用いてあいまいに表現されたアルゴリズムのことである。

制御設計の基礎となるモデリングは、現実の制御対象においては厳密には不可能といえるほど困難である。一般かつ抽象的な数学モデルに基づく制御理論に持込むために多大な努力を払わなければならない。しかし、有効なモデルが得られない場合もある。しかし、有効なモデルが得られないほど現実のプラントに対して制御が行われていないかといえば、そうではない。

ファジィ制御の特徴は、人間が行う操作方法を言語的にモデル化し、処理できることにある。その結果、過去の操作経験や制御対象の蓄積された知識を用いて、たとえ制御対象の厳密な数学的モデルがわからなくても、IF-THEN型の言語的制御則で表現できることとなる。

3. 機体の設計

3.1 機体緒元

ここで、ファジィ制御用に設計した機体の緒元を以下の通りにした。ただし、取り扱う制御対象は航空機の縦の運動のみとするので、横・方向の運動に関係する、垂直尾翼、補助翼については設計していない。

主翼

スパン $b=16$

翼面積 $S=22m^2$

空力平均翼弦 $\bar{c}=1.745m$

空力中心 $h_{nw}=0.25(mac)$

アスペクト比 $AR=11.64$

揚力傾斜 $\alpha_w=5.031$

平面形テーパー比 $\lambda=0.35$

水平尾翼

翼面積 $S_t=22m^2$

アスペクト比 $AR_t=4.69$

揚力傾斜 $\alpha_w=4.69$

水平尾翼位置 $l_t=5.51$

水平尾翼容積 $V_h=0.443$

胴体

胴体容積 $V_{fus}=8.84m^3$

無次元胴体容積 $V_{fus}^*=0.23$

全備重量 $m=1500Kg$

推力 $T=2500N$

重心位置 $h=0.3(mac)$

飛行効率 $e_w=0.9$

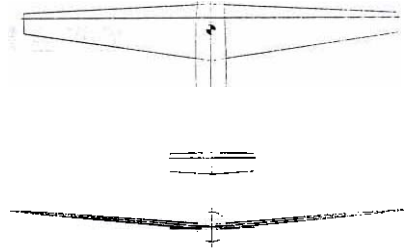


Fig. 1 単純化した機体形状

ここで、水平尾翼は全可動とするので、昇降舵の緒元は水平尾翼と同じである。図1に単純化した形態形状を載せる。

3.2 飛行状態

ファジィ制御を行うには、モデルの状態を2つ以上求める必要がある。そこで、水平、上昇、下降の3つの定常状態における速度、仰角、昇降舵角を求める。

航空機が釣合い定常飛行を実現するためには、次の3式を全て満足しなくてはならない。

$$M = 0$$

$$L = mg \cos \theta$$

$$T - D = mg \sin \theta$$

ここで、Mはモーメント、Lは揚力、Dは推力を表す。

機体緒元を代入すれば、釣合い定常飛行に必要な次の条件が求められる。

Table 1 定常飛行に必要な機体条件

	速度	仰角	昇降舵角
水平飛行	83.18	0.03666	0.0530
上昇	55.22	0.0780	0.0774
下降	103.13	0.0251	0.0461

ただし、仰角は主翼の零揚力角から測った主翼の仰角で、昇降舵角も同じく主翼の零揚力角から測った角度で、後縁上げを正とする。どちらも単位は rad である。

3.3 運動方程式と状態方程式

3.3.1 運動方程式の誘導

航空機の重心速度を V_c とし、角速度を ω とし機体の重心に働く力とモーメントをそれぞれ F 、 G とすると剛体航空機の運動方程式は

$$m \frac{dV_c}{dt} = F \quad (4)$$

$$\frac{dh}{dt} = G \quad (5)$$

である。ここで m は機体の質量、 h は機体の角運動量である。(4) (5) 式を XYZ 系について書き直す。速度 V_c および角速度 ω をそれぞれ U 、 V 、 W および P 、 Q 、 R 。重心に働く力とモーメントも同じように表すと

$$V_c = U_i + V_j + W_k \quad (6)$$

$$\omega = P_i + Q_j + R_k \quad (7)$$

$$F = F_x i + F_y j + F_z k \quad (8)$$

$$G = G_x i + G_y j + G_z k \quad (9)$$

ただし、 i 、 j 、 k はそれぞれ X 、 Y 、 Z 軸の単位ベクトルである。

(8) 式の力 F は機体に働く空気力（および推力）を重力からなり、以下のように表せる。

$$F_x = X_a + X_g$$

$$F_y = Y_a + Y_g$$

$$F_z = Z_a + Z_g$$

ここで添え字 a は空気力、 g は重力を表す。重力項 X_g 、 Y_g 、 Z_g は次の通りである。

$$X_g = -mg \sin \theta$$

$$Y_g = mg \cos \theta \sin \phi$$

$$Z_g = mg \cos \theta \cos \phi$$

ここで g は重力加速度、 θ 、 ϕ は地面固定の地球座標系に対する機体系の向きとしてオイラー角で定義された姿勢角である。

一方 (9) 式の外力モーメント M は空気力のみからなり、以下ようになる

$$G_x = L \quad (16)$$

$$G_y = M \quad (17)$$

$$G_z = N \quad (18)$$

(4)、(5) 式を機体座標系の各成分に分解すると 6 自由度運動方程式は次式となる

$$m(\dot{u} + QW - RV) = -mg \sin \theta X_a \quad (19)$$

$$m(\dot{v} + RU - PW) = mg \cos \theta \sin \phi + Y_a \quad (20)$$

$$m(\dot{w} + PV - QU) = mg \cos \theta \cos \phi + Z_a \quad (21)$$

$$I_{xx}P - I_{zz}\dot{R} + (I_{zz} - I_{yy})QR - I_{xz}RQ = L \quad (22)$$

$$I_{yy}\dot{Q} + (I_{zz} - I_{xx})RP + I_{xz}(P^2 - R^2) = M \quad (23)$$

$$-I_{xz}\dot{P} + I_{zz}\dot{R} + (I_{yy} - I_{xx})PQ + I_{xz}R = N \quad (24)$$

速度成分 U 、 V 、 W 、角速度成分 P 、 Q 、 R 、姿勢角 ϕ 、 θ 、外力 X_a 、 Y_a 、 Z_a 、モーメント L 、 M 、 N は釣合い時の定常値と変化分とに分けられ、たとえば速度成分は

$$U = U_0 + u$$

$$V = V_0 + v$$

$$W = W_0 + w$$

とできる。ここで添字 0 は定常値、小文字は変化分を表す。また、 Φ_0 、 ϕ 、 θ は微小として今後取り扱う。以上のことをふまえて 6 自由度系運動方程式をまとめると

$$m(\dot{u} + qW_0) = -\theta mg \cos \theta_0 \Delta + X_a \quad (25)$$

$$m(\dot{v} + rU_0 - pW_0) = \phi mg \cos \theta_0 + \Delta Y_a \quad (26)$$

$$m(\dot{w} - qU_0) = -\theta mg \sin \theta_0 + \Delta Z_a$$

$$I_{xx}\dot{P} - I_{zz}\dot{R} = \Delta L$$

$$I_{yy}\dot{Q} = \Delta M$$

$$-I_{xz}\dot{P} + I_{zz}\dot{r} = \Delta N \quad (30)$$

次に、空気力項の線形化を以下のように行う

$$A \cong A_0 + \frac{\partial A}{\partial u}u + \frac{\partial A}{\partial v}v + \frac{\partial A}{\partial w}w + \frac{\partial A}{\partial p}p + \frac{\partial A}{\partial q}q + \frac{\partial A}{\partial r}r + \frac{\partial A}{\partial \delta_a}\delta_a + \frac{\partial A}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial A}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial A}{\partial \delta_t}\delta_t \quad (31)$$

この右辺の角係数は機体形状や飛行条件によって決まるものであり、安定微係数と呼ばれる。

通常、航空機では速度 V 、 W の代わりに仰角 α 、横滑り角 β がよく使用され、次式で与えられる。

$$\alpha_0 = \tan^{-1} \frac{W_0}{U_0} \quad (32)$$

$$\alpha = \frac{w}{U_0} \quad (33)$$

$$\beta = \frac{v}{U_0} \quad (34)$$

以上を整理すると、6自由度方程式は縦系と横・方向系の運動方程式に分けることができる。ここでは、縦系のみを示す。

$$\begin{aligned} (D - X_u)u - X_\alpha\alpha + (W_0D + g\cos\theta)\theta &= X_{\delta_t}\delta_t \\ -Z_uu + (U_0D - Z_\alpha)\alpha - \{(U_0 + Z_q)D - g\sin\theta\}\theta &= Z_{\delta_a}\delta_a + Z_{\delta_t}\delta_t \\ -M_uu - (M_\alpha D + M_\alpha)\alpha + (D^2 - M_qD)\theta &= M_{\delta_e}\delta_e + M_{\delta_t}\delta_t \\ D\theta &= q \end{aligned}$$

$$X_\alpha = \frac{1}{m} \frac{\partial X_a}{\partial \alpha}, Z_\alpha = \frac{1}{m} \frac{\partial Z_a}{\partial \alpha}$$

であり、ほかの微係数も同様である。

3.3.2 状態方程式

運動方程式より状態方程式は

$$\begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 & -g\cos\theta_0 \\ Z_u & Z_\alpha & 1 + \frac{Z_a}{U_0} & -\frac{g}{U_0}\sin\theta_0 \\ 0 & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{Z_{\delta_a}}{U_0} \\ M_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (39)$$

出力方程式は

$$[\theta] = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \quad (40)$$

となる。ここで、 δ_t の微係数に関しては非線形部分が多く省略した。また、音速領域で重要となるものも省略した。

各微係数の内容は表 (2) (3) に示す。

Table 2 有次元安定微係数と無次元安定微係数の関係

有次元安定微係数	無次元安定微係数を用いた表現
X_u	$\frac{\rho U_0 S}{2m} (C_{x_u} + 2C_L \tan\theta_0)$
Z_u	$\frac{\rho U_0 S}{2m} (C_{z_u} - 2C_L)$
X_α	$\frac{\rho U_0^2 S}{2m} (C_{x_\alpha} + 2C_L \tan\alpha_0 \tan\theta_0)$
Z_α	$\frac{\rho U_0^2 S}{2m} (C_{z_\alpha} - 2C_L \tan\alpha_0)$
M_α	$\frac{\rho U_0^2 S b}{2m} C_{m_\alpha}$
Z_q	$\frac{\rho U_0 S b}{4m} C_{z_q}$
M_q	$\frac{\rho U_0 S b^2}{4I_{yy}} C_{m_q}$
Z_{δ_a}	$\frac{\rho U_0^2 S}{2m} C_{\delta_a}$
M_{δ_e}	$\frac{\rho U_0^2 S b}{2I_{yy}} C_{m_{\delta_e}}$

Table 3 縦の安定微係数の要約

微係数	推算公式 (安定軸)
C_{x_u}	$-\frac{2Z_u}{\rho U_0^2 S} - 2(C_D + C_L \tan\theta_0)$
C_{x_α}	$C_L(a - \frac{2C_L a}{\pi a_w AR})$
C_{z_α}	$-C_{L_\alpha}$
C_{L_α}	$a_w(1 + \frac{a_w}{a_w} \frac{S_f}{S})$
C_{m_α}	$\alpha_w \left\{ (h - h_{n,w}) - V_h^* \frac{a_w}{a_w} + V_{fus}^* \frac{2}{a_w} \right\}$
C_{z_q}	$-2V_h^* a_t$
C_{m_q}	$-2V_h^* \frac{1}{S} a_t$
$C_{z_{\delta_a}}$	$-\frac{S_f}{S} a_t$
$C_{m_{\delta_e}}$	$-V_h^* a_t$

状態方程式と出力方程式を次のように書き直す

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad (41)$$

$$y = C_i x \quad (42)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 & -g \cos \theta_0 \\ \frac{Z_u}{U_0} & \frac{Z_\alpha}{U_0} & 1 + \frac{Z_\alpha}{U_0} & -\frac{Z}{U_0} \sin \theta_0 \\ 0 & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_i = [0 \quad \text{frac}Z\delta_s U_0 \quad M\delta_s \quad 0]^T$$

$$x = [u \quad \alpha \quad q \quad \theta]^T$$

今、水平定常飛行を*i*=1、上昇定常飛行を*i*=2、下降定常飛行を*i*=3とし、機体縮元と飛行条件を(39)式に代入すれば A_i, B_i が求まり、それぞれの値は次のようになる。

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.060 & 9.765 & 0.000 & -9.810 \\ -0.003 & -3.856 & 0.971 & 0.000 \\ 0.000 & -133.855 & -13.513 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -0.060 & 9.728 & 0.000 & -9.773 \\ -0.006 & -2.560 & 0.971 & -0.015 \\ 0.000 & -58.976 & -8.969 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -0.065 & 9.728 & 0.000 & -9.773 \\ -0.000 & -4.781 & 0.971 & 0.008 \\ 0.000 & -205.746 & -16.753 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = [0.000 \quad -0.445 \quad -203.994 \quad 0.000]^T$$

$$B_2 = [0.000 \quad -0.295 \quad -89.858 \quad 0.000]^T$$

$$B_3 = [0.000 \quad -0.552 \quad -313.479 \quad 0.000]^T$$

4. ファジイ制御

4.1 状態方程式の変形

目標値を*r*とし、出力をの差を*v*とすれば状態方程式は次のように書き直される。

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad (43)$$

$$\dot{v} = y - r \quad (44)$$

また(42)式より

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad (45)$$

$$\dot{v} = C_i x - r \quad (46)$$

とできる。(45)、(46)式を次のように表現する。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i & 0 \\ C_i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_i \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ -r \end{pmatrix} \quad (47)$$

さらに(47)式を

$$\dot{Z} = A_{si} Z + B_{si} u + d_{si} \quad (48)$$

と表す。ここで

$$z = \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix}, \quad A_{si} = \begin{pmatrix} A_i & 0 \\ C_i & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_{si} = \begin{pmatrix} B_i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d_{si} = \begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix}$$

である。

(48)式を安定化するために

$$u = -K_{si} Z \quad (49)$$

おく。ここで K_{si} はフィードバックゲインベクトルである。すると(48)式は

$$\dot{Z} = (A_{si} - B_{si} K_{si}) Z + d_{si} \quad (50)$$

4.2 リアプノフ関数

今、リアプノフ関数の候補として次の式を与える

$$V = \frac{1}{2} Z^T P Z \quad (51)$$

(51)式を時間で微分すると

$$\begin{aligned} \dot{V} &= Z^T P \dot{Z} \\ &= Z^T P (A_{si} - B_{si} K_{si}) Z + Z^T P d_{si} \\ &= \frac{1}{2} Z^T P (A_{si} - B_{si} K_{si}) Z + \\ &\quad \frac{1}{2} Z^T (A_{si} - B_{si} K_{si})^T P Z + Z^T P d_{si} \\ &= -\frac{1}{2} Z^T Q_i Z + Z^T P d_{si} \end{aligned} \quad (52)$$

となり、ここで

$$P(A - BK) + (A - BK)^T P = -Q \quad (53)$$

をリアブノフ方程式という。リアブノフ方程式を構成する P, Q_i を全て正定対称行列とする K_i が求まればこの制御対象は安定である。

この K_i を求めるために遺伝的アルゴリズムを使用する。

4.3 GA 遺伝的アルゴリズム

本問題は、 P, Q_1, Q_2, Q_3 を正定にするという多目的最適化問題である。この問題を計算して解くことは、方程式の個数が多いため、数学的に不可能である。そこでこの問題の解決手段として遺伝的アルゴリズム (GA) を用いることとする。

GA (Genetic Alprithm) とは、生物進化の過程を模倣した比較的単純な基本原理に基づく手法で、従来の手法では解決が困難であったさまざまな最適化問題や探索問題に対して、事実上の最適解を速やかに得ることができる。

4.4 GA の一般的手順

1. 初期化

ランダムな染色体を持つ個体を N 個生成して、初期世代の個体群を設定する。

2. 選択

各個体の適合度を計算して、適合度を依存した一定の規則で個体の再生を行う。ここで、適合度の低い個体は淘汰され、この個数だけ適合度の高い個体が増殖することになる。

3. 交叉

設定された交叉確立や交叉の方法により交叉を行い、新しい個体を生成する。

4. 突然変異

設定された突然変異確立や突然変異の方法により突然変異を行い、新しい個体を生成する。この結果新しい世代の個体群が生成される。

5. 終了判定

条件を満たせば、そのときに得られている最良の個体を問題の準最適解とする。そうでなければ

2へ戻る

Q_1, Q_2, Q_3 におけるそれぞれの先頭主座標小行列式を

$$Q_1 = \{D_{11}, D_{12}, D_{13}, D_{14}, D_{15}\} \quad (54)$$

$$Q_2 = \{D_{21}, D_{22}, D_{23}, D_{24}, D_{25}\} \quad (55)$$

$$Q_3 = \{D_{31}, D_{32}, D_{33}, D_{34}, D_{35}\} \quad (56)$$

とけば、評価関数 J は

$$J = \min\{D_{11}, D_{12}, \dots, D_{34}, D_{35}\} \quad (57)$$

で与えられ、 $J > 0$ であれば $Q_1 > 0, Q_2 > 0, Q_3 > 0$ となり、 P は常に正定で与えられているので安定なファジィ制御器を設計されたことになる。

4.5 推論結果

ファジィモデルの推論値は (58) 式に示すような重み付き平均で求められる。

$$\hat{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(t) \{A_i x(t) + b_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(t)} \quad (58)$$

ここで、適合度 $w_i(t)$ は次のように求められる。

$$w_i(t) = e^{\{(x(t)-z_i)\}^T \{x(t)-z_i\}} \quad (59)$$

以上から、制御対象の挙動をシミュレーションする。

5. 終わりに

本研究は現在進行中である。当面の目標は縦の運動を制御することにあるが、うまくいった場合には横・方向も加えた3次元空間での目標追従制御を考えている。

参考文献

- 1) 加藤寛一・大屋昭男・柄沢研治: 航空力学入門, 東京大学出版会 (1982)
- 2) 畑剛, 泉達司, 川口淳一郎: 航空・宇宙における制御, コロナ社 (1999)
- 3) 田中一男: アドバンストファジィ制御, 共立出版株式会社 (1994)