計測自動制御学会東北支部 第190回研究集会 (2000.10.21)
資料番号 190-3

遺伝的アルゴリズムを用いた組合せ最適化問題の研究

Study of Combinatorial Optimization Problem Using Genetic Algorithm

○竹村学*，大久保重範**

○Manabu Takemura*, Shigenori Okubo**

*鶴岡工業高等専門学校, **山形大学

*Tsuruoka National College of Technology, **Yamagata University

キーワード： 遺伝的アルゴリズム(genetic algorithm) 組合せ最適化問題(combinatorial optimization proble)

連絡先： 〒992-8510 山形県米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室
大久保重範，Tel.: (0238)26-3245，Fax.: (0238)26-3245，E-mail: tc026@dip.yz.yamagata-u.ac.jp

1. はじめに

システムの設計や運用の各局面において組合せ最適化問題としてとらえられる問題が多数存在する．これらの問題の多くはNP完全問題と呼ばれ，特殊な問題構造を持つ問題を除いて求解に多くの労力を必要とし，現実的にはヒューリスティックな解法を用いて良好な実行可能解を得ようとする場合が一般的である．

本研究では，組合せ最適化問題に対する解法として有効な方法と考えられる遺伝的アルゴリズムを取り上げ，まず組合せ最適化問題の求解に対する遺伝的アルゴリズムの効果を検討する．さらに，問題構造を反映した遺伝的アルゴリズムの構成についての考察を行う．

2. 対象とする問題

本研究で対象とする問題は，作業員を任意の作業現場に設定条件を満たし適切に割振るための人員配置問題を対象とする．

２グループの作業員（A，B）が各々n人づつ所属しているとする．それぞれのグループから毎日一人づつ割振るスケジュールを作成する際の条件は，

- 全作業員が割振られる回数を平均化する．
- 各作業員が割振られる間隔を二週間以上とする．
- 各作業員が割振られた曜日のバラツキを平均化する．
- 同じ作業員同士の重複割振りを抑える．

の４点である．

本研究では上記の条件を満たすような，A，B各25人からなるグループの365日間のスケジュール作成を目標とする．

3. 遺伝的アルゴリズム(GA)による構成

3.1 個体の生成

一般的なGAによる遺伝子型と表現型のコーディングについて説明する．

n人の作業員の割振り回数を平均化するために，任意の範囲のn個の乱数を生成してこれを割振り１回分の遺伝子型とする．これを割振られる回数分だけ接続したものがAグループの遺伝子型となる．Bグループについても同様に生成し，二つの遺伝子型を連結することにより，対象問題の一つの個体を生成する．

生成された遺伝子型から表現型を生成するためには，１回分の遺伝子型に対してn人の作業員が１回づつ割振られるような順列を作成する必要がある．今回は遺伝子型の各要素に通し番号を振り，遺伝子型内の乱数を昇順にソートさせることにより通し番号として割振った番号が各作業員が一度づつ現れる順列となり，表現型のコーディングとして生成することができる．

3.2 適応度

生成された個体の適応度を計算するために，割振り間隔の確保，割振られる曜日の平均化，作業員同士の重複割振りに対してのペナルティを設定した．

割振り間隔は，各作業員の１４回または１５回の割振り間隔を確認し，設定した基準間隔との差分をペナルティとして加算する．

曜日の平均化は，割振られた回数を曜日数（７日）で割った理論平均を求め，その値を基準に各曜日毎のバラツキを求め許容範囲を越えた場合ペナルティとして加算する．

重複割振りは，Aグループの各作業員に対してBグループから割振られた全作業員を確認し，過剰重複と正常重複との差分をペナルティとして加算した．

3.3 選択，交叉，突然変異

適応度の値から次世代の個体をルーレット選択基準で選択する．個体の交叉は一点交叉，突然変異率は各世代の全構成要素数の1%とした．また，エリート保存戦略により最良個体を保存した．

3.4 数値実験の結果

A，Bとも25人の作業員よりなるグループから各々１名づつを365日間割振るためののスケジュールを作成する．実験条件は，世代数5000世代，個体数1000個体である．数値実験の結果をFig.1に示す．横軸は世代数，縦軸は適応度を示し，各世代での最良，平均，最悪のそれぞれの適応度の変化を表したものである．最良適応度は緩やかな減少傾向を示し，平均および最悪適応度の値も同様に推移している．5000世代での適応度は（割振り間隔，曜日バラツキ，重複割振り）が，それぞれ(3,31.6,23)であった．

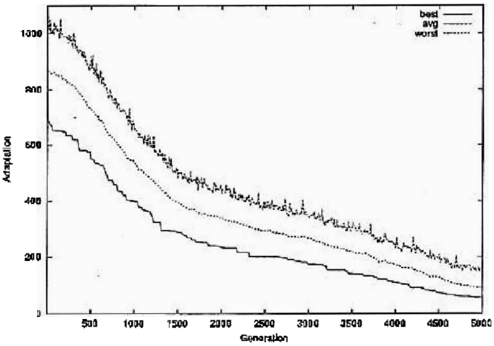

Fig. 1 Result of Original GA

作成したスケジュール表から適応度を形成している各ペナルティの内容を確認すると，作業員の割振られる間隔に関しては，14日空くべきところ

が13日しか離れていない作業者が3名存在した．曜日のバラツキに関しては，25人365日であれば各曜日平均2回割振られるべきところが1回であったり3回割振られた曜日が複数回存在した．作業員の重複割振りに関しては，2回，3回と重複している作業員が存在していた．

数値実験の結果から一般的なGAの枠組を用いることにより比較的良好な実行可能解を得られることが確認できる．しかしながら，設定した条件のもとでの求解に多くの時間を要することや解精度の向上をはかる必要性のあることから，対象問題の実行可能解をより効率的に導くために，対象問題の構造を検討し，積極的に利用した個体生成法を提案するための検討を行った．

4. 遷移行列を用いた個体生成

まず，適応度を構成する3項目のうち同じ作業員同士の重複割振りに注目して，個体生成段階でこの条件を満たす方法を検討する．

個体生成段階でこの条件を完全に満たすためには，個体すべてを乱数を用いて生成する方法で対応することは困難であることから，作業員の1回分のスケジュール情報から2回目以降のスケジュールを一定間隔で遷移させながら順次生成することにより，同じ作業員同士の重複割振りを解消した一つの個体を生成する方法を考案した．

今回は次に示すTを用いて遷移行列を生成する．

$$
\begin{matrix}
0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
1 & 0 & 0 & \ldots & 0
\end{matrix}
$$

Aグループの1回分のスケジュールを生成元 x とすると

$$x, xT^1, xT^2, \cdots, xT^{n-1}$$

と遷移させる事により個体を生成する．これに対してBグループも同様に遷移行列を生成するわけであるが，Aグループと同じ遷移では常に同じ作業員同士が割振られることになるため，Bグループに対しては次のような遷移方法をとる．

Bグループの1回分のスケジュールを生成元 y とすると

$$y, yT^{-1}, yT^{-2}, \cdots, yT^{-n+1}$$

のように個体の生成を行う．A,B両グループの遷移行列を連結することにより個体を生成する．

5. $7n$日 $7l$日7周期の場合

提案した個体の生成方法を用いて7人49日で割振り間隔を3日以上とした場合の個体の生成例を示す．

```
T
 0 --> 5 2 3 6 7 1 4  Aの生成元
 1 --> 2 3 6 7 1 4 5
 2 --> 3 6 7 1 4 5 2
 3 --> 6 7 1 4 5 2 3
 4 --> 7 1 4 5 2 3 6
 5 --> 1 4 5 2 3 6 7
 6 --> 4 5 2 3 6 7 1

T
 0 --> 2 4 3 7 6 1 5  Bの生成元
-1 --> 5 2 4 3 7 6 1
-2 --> 1 5 2 4 3 7 6
-3 --> 6 1 5 2 4 3 7
-4 --> 7 6 1 5 2 4 3
-5 --> 3 7 6 1 5 2 4
-6 --> 4 3 7 6 1 5 2

間隔    曜日   重複   適応度合計
12.0    0.0    0.0      12.0
```

A，Bそれぞれの生成元から遷移行列を求め，それらを連結して一つの個体を生成する．この生成例についての適応度を計算すると，曜日のバラツキと作業員の重複割振りに関しては最適な結果を示しているが，割振り間隔の部分で条件を満たしていないことが分かる．

この原因はBグループのスケジュールにおいて任意の作業員の割振りが連続して行われているために生じていることがわかる．そこでBグループの生成の際の遷移の間隔を割振り間隔の日数分だ

けずらすことによって解消した．上記の問題では割振り間隔を3日としていることから，生成間隔を3日として個体を生成する．Bグループの１回分のスケジュールを生成元 y とすると

$$y, yT^{-3}, yT^{-6}, yT^{-2}, yT^{-5}, yT^{-1}, yT^{-4}$$

の順序で生成することにより，

```
T
 0 --> 5 2 3 6 7 1 4  Aの生成元
 1 --> 2 3 6 7 1 4 5
 2 --> 3 6 7 1 4 5 2
 3 --> 6 7 1 4 5 2 3
 4 --> 7 1 4 5 2 3 6
 5 --> 1 4 5 2 3 6 7
 6 --> 4 5 2 3 6 7 1

T
 0 --> 2 4 3 7 6 1 5  Bの生成元
-3 --> 6 1 5 2 4 3 7
-6 --> 4 3 7 6 1 5 2
-2 --> 1 5 2 4 3 7 6
-5 --> 3 7 6 1 5 2 4
-1 --> 5 2 4 3 7 6 1
-4 --> 7 6 1 5 2 4 3

間隔     曜日    重複     適応度合計
0.0      0.0     0.0        0.0
```

となる．このように生成された個体は，すべての条件を満たす最適な個体であることが分かる．

提案した個体生成法の効果を検討するために $7n$人$7l$日7周期の各変数を $n = 1,2,3,4,5$， $l = 1,2,3,4$ として求めた結果をTable1に示す．生成間隔は作業員数の半分の値とした．

Table 1　Result of $7n$ $7l$ model

		回数			
		7	14	21	28
人数	7	0, 0.0, 0	0, 0.0,49	0, 0.0,98	0, 0.0,147
	14	0, 588, 0	0,1176, 0	0,1764, 0	0,2352, 0
	21	0, 0.0, 0	0, 0.0, 0	0, 0.0, 0	0, 0.0, 49
	28	0,1176, 0	0,2352, 0	0,3528, 0	0,4704, 0
	35	0, 0.0, 0	0, 0.0, 0	0, 0.0, 0	

表の内容はすべて初期世代生成段階での適応度の値（割振り間隔，曜日バラツキ，重複割振り）を列記したものである．

人数が7,21,35人の場合は個体の生成段階で最適解が得られている．7人で14回の場合の重複割振りの値が49となっているが，これは7人の作業員で98日間のスケジュールの場合，同じ作業員と2回づつ割振られる必要があるためにでた値であり，本質的には0である．その他の場合についても同様の理由により最適な値が得られている．

14,28人の場合は曜日のバラツキが非常に大きな値となっている．この理由はそれぞれの生成間隔が7,14となり個体生成の際の遷移行列が２種類に限定されてしまっていることが原因であり，それぞれの生成間隔を8,16とすると生成段階で最適解が生成できることが確認できた．

6.　$7n+i$人 $7l+j$日7周期の場合

問題設定を拡張して $7n+i$人$7l+j$日の場合についての数値実験の結果をTable2に示す．

Table 2　Result of $7n+i$ $7l+j$ model

		日数		
		50	51	52
人数	8	0,251.0,0 6, 8.0,12	0,255.0,0 2, 23.0,3	0,258.0,0 0, 29.3,4
	9	0, 35.7,0 0, 10.0,5	0, 37.6,0 0, 10.0,5	0, 39.5,0 0, 16.7,4
	10	0, 72.8,0 6, 0.0,0	0, 71.3,1 0, 3.3,3	0, 69.9,2 0, 13.3,4
	11	0,142.4,0 0, 14.4,0	0,145.6,0 0, 9.6,0	0,147.1,0 0, 4.8,0
	12	0, 35.6,0 0, 13.0,0	0, 33.9,0 0, 19.5,0	0, 32.2,0 0, 22.6,0
	13	0, 6.5,0 0, 6.5,0	0, 13.0,0 0, 13.0,0	0, 19.5,0 0, 0.0,0

		日数		
		53	54	55
人数	8	0,261.7,0 0, 25.3,6	0,263.0,0 5, 24.0,9	0,261.3,0 10, 35.3,2
	9	0, 42.8,0 2, 23.3,3	0, 44.7,0 0, 20.0,0	0, 45.3,0 0, 23.3,2
	10	0, 68.4,3 10, 0.0,5	0, 66.9,4 0, 9.6,5	0, 65.5,5 4, 3.4,2
	11	0,148.6,0 0, 0.0,0	0,148.0,0 4, 0.0,1	0,150.4,0 0, 0.0,0
	12	0, 30.5,0 0, 25.7,0	0, 28.8,0 0, 28.8,0	0, 33.6,0 0, 24.0,1
	13	0, 19.5,0 0, 0.0,0	0, 19.5,0 0, 0.0,0	0, 19.5,0 0, 0.0,0

それぞれ $n = 1, l = 7, i = j = 1,2,3,4,5,6$ と変化させた場合の適応度の変化をまとめたものであ

る．各欄の上段は初期個体生成時点での適応度を示し，下段は1000個体100世代での短時間のGA処理をさせた結果の適応度を示している．

1000個体100世代という短時間のGA適用ではあるが，ほとんどの場合に解の向上が確認できる．すでに最適解に到達している場合もあり，小規模の問題に対しては遷移行列を用いた個体生成の効果を確認することができる．

そこで25人365日のスケジュール作成問題に対して，一般的なGAの枠組みを適用した結果と遷移行列を用いて個体の生成を行った場合の結果を求め両者を比較する．Fig.2は，それぞれの最良適応度の変化を示したものである．

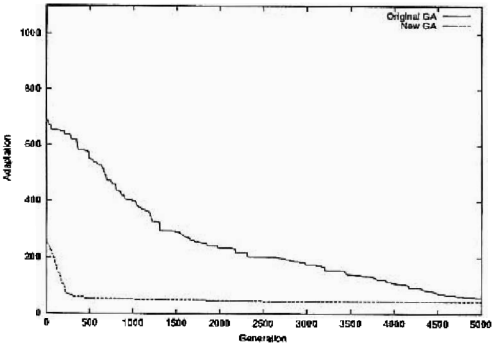

Fig. 2　Result of Original GA vs New GA

一般GAの場合は先にも述べたとうり緩やかな減少傾向を示しながら解の改良が進んでいることが分かる．遷移行列を利用したGAの場合は初期生成段階の適応度は小さく，500世代ごろまでに急激な減少が起っていることが分かる．遷移行列を利用したGAの適応度は(0,44.7,0)であった．また，一般GAより良好な実行可能解を約10%程度の世代数で得ていることが確認できる．

7.　おわりに

組合せ最適化問題の一つである人員配置問題に対する遺伝的アルゴリズムの有効性を確認することができた．また，問題の特徴的な構造を個体生成に反映させることにより短時間に効率よく解くことができる可能性を確認することができた．今後は、問題構造の解析を深め，初期個体の生成の段階で曜日のバラツキを抑えられるような生成方法の改良を行う予定である．

参考文献

1) 北野宏 (編): 遺伝的アルゴリズム，産業図書(1993)
2) 北野宏 (編): 遺伝的アルゴリズム２，産業図書(1995)