

# 速度偏差の上限を保証した鉄道車両のブレーキ制御

## Brake Control of Railway Vehicles Ensuring Supremum of Speed Error

○金子勝一朗\*, 小野貴彦\*, 猪岡光\*

○Shoichiro Kaneko\*, Takahiko Ono\*, Hikaru Inooka\*

\*東北大学大学院情報科学研究科

Graduate School of Information Sciences, Tohoku University

キーワード: 制御系設計 (Control system design), ブレーキ制御 (Brake control), 適合原理 (Principle of matching), 操作量飽和 (Input saturation), アンチwindアップ補償器 (Anti-windup controller)

連絡先: 〒980-8578 仙台市青葉区荒巻字青葉 情報シナジーセンター本館4階 小林・後藤・滝沢研究室  
Tel.022-217-3417, Fax.022-217-6096, E-mail: goldboy@sc.isc.tohoku.ac.jp

### 1. はじめに

鉄道車両の高減速化のために、自動列車制御装置(ATC)を用いた一段ブレーキ制御に関する研究が行われている。一段ブレーキ制御の特徴は、従来の多段ブレーキ制御に比べて、目標減速パターンに沿った滑らかな減速制御が実現できる点にある。本研究では、制御系設計概念の一つである適合原理<sup>1,2)</sup>に基づき、実際の走行条件下で目標減速度との速度偏差を指定した範囲に維持する一段ブレーキ制御器の設計を行い、シミュレーションによりその効果を検証する。

本論文の構成は、以下のとおりである。まず、車輪とレール間の粘着特性を考慮して目標減速パターンを決め、走行抵抗と勾配抵抗の存在下でも、この減速パターンにある範囲内で速度追従する線形制御器を、車両の線形近似モデルに対して設計する。続いて、機械ブレーキ特有の作動方向制限と滑走再粘着制御による操作量制限に起因して起

こるwindアップ現象を防止するための補償器を設計し、先に設計した線形制御器と組み合わせることで、操作量の制限下でも良好な速度追従を達成する一段ブレーキ制御器を構成する。

### 2. 適合原理に基づく制御器設計

適合原理では、動作環境で発生する外生入力<sup>3)</sup>の集合をモデル化し、この集合モデルに対して所望の制御性能を達成するように制御系設計を行う。以下では、制御対象の数学モデル、制御器構造、外生入力集合モデルを順を追って説明し、速度偏差の上限を指定した範囲内に維持するブレーキ制御器を設計する。

#### 2.1 制御対象モデル

速度 $v$ で走行する質量 $m$ の鉄道車両を考える。車両の運動方程式より、車両に働く力 $f$ を入力、車両速度 $v$ を出力とした場合の車両の伝達関数 $P_1(s)$ は

次式で表される.

$$P_t(s) = \frac{1}{m \cdot s} \quad (1)$$

車両を減速させるブレーキ力として、車輪と整輪子との摩擦を利用した空気圧シリンダ駆動の機械ブレーキによる力 $f_b$ を考える. コントローラによる操作量 $u$ を入力, ブレーキ力 $f_b$ を出力とした場合, この機械ブレーキの伝達関数 $P_b(s)$ は, 次式のようなむだ時間要素を含む一次遅れ系としてモデル化できる.

$$P_b(s) = -\frac{h_b}{T_b s + 1} e^{-Ls} \quad (2)$$

ここで,  $L$ はむだ時間,  $h_b$ はゲイン定数,  $T_b$ は時定数である. このモデルでは伝達関数にむだ時間項 $e^{-Ls}$ を含むため制御器設計が複雑になる. そこで, Pade近似によりむだ時間項を, 多項式 $A(s)$ と $B(s)$ により有理式 $A(s)/B(s)$ として近似する. Pade近似を適用したときの機械ブレーキ装置の伝達関数 $\tilde{P}_b(s)$ は, 以下のように表される.

$$\tilde{P}_b(s) = -\frac{h_b}{T_b s + 1} \cdot \frac{A(s)}{B(s)} \quad (3)$$

以上から, 機械ブレーキ部を含む車両の線形近似モデルは, (1)式と(3)式の積として与えられる.

## 2.2 制御器構造

制御系のブロック線図をFig. 1に示す. ここで,  $r$ は目標速度,  $f_d$ は外乱である. 従来の多段ブレーキ制御では, オープンループ制御を採用していることを考慮し, 次のような方針の下で制御器を構成する.

- 1) 制御器のフィードフォワード要素として, 多段ブレーキ制御で使用するオープンループ制御器(制御対象の逆近似モデル)を採用する.
- 2) 上記のオープンループ制御器では達成できない滑らかな減速特性を達成するために, 実速度をフィードバックするようなフィードバック制御器を付加する.

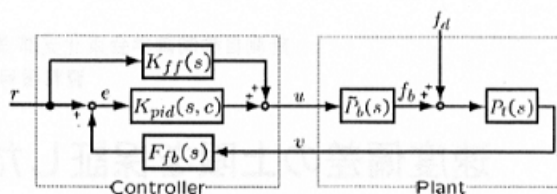


Fig. 1 制御系のブロック線図

本論文では, 制御器のフィードバック要素として, PIDコントローラを採用する. このPIDコントローラの伝達関数 $K_{pid}(s, c)$ を, 比例, 積分, 微分ゲインにそれぞれに対応するパラメータを $c = (c_p, c_i, c_d)$ として, 以下のように定める.

$$K_{pid}(s, c) = -\left(c_p + \frac{c_i}{s} + \frac{c_d s}{T_d s + 1}\right) \quad (4)$$

ただし,  $1/(T_d s + 1)$ は微分動作による急激な操作量変化を抑えるための要素である. 制御器設計では, 所望の制御性能を達成するように, パラメータ $c$ を調整する.

## 2.3 外生入力集合のモデル化

目標速度 $r$ と外乱 $f_d$ を外生入力として定義し, 変化率を制限した入力集合としてモデル化する.

目標速度 $r$ は, レール-車輪間の粘着特性に沿って滑走を誘発せずに最短距離で停止する減速パターンとして与える. 実際の鉄道車両のブレーキ力の設定に用いられているレール-車輪間の粘着特性は, Fig. 2のように速度と減速度の関係として与えられている. よって, 70[km/h]以下の速度域での減速度から目標速度の変化率の上限 $M_r$ を決定する. 一方, 外乱 $f_d$ は, 主に車両の空気抵抗や軸受け部及びレール面との摩擦抵抗からなる走行抵抗 $f_r$ , 及び線路の傾斜の影響からなる勾配抵抗 $f_g$ からなる. 線路の規定の敷設方法に従うと, 勾配抵抗の変化率の上限 $M_g$ は, 重力加速度を $g$ , 縦曲線半径を $R$ として次式で与えられる.

$$M_g = \frac{mg}{R} \sup\{v(t)\} \quad (5)$$

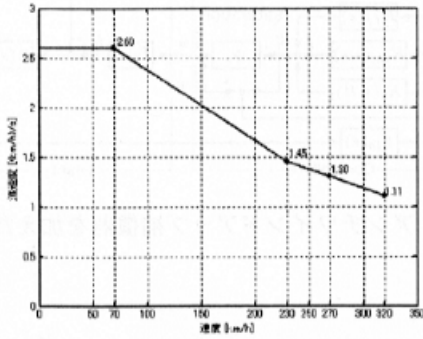


Fig. 2 車輪-レール間の粘着特性 (路面濡れ時)

走行抵抗は一般に速度の2次式で近似が可能であることが車両実験から知られている。2次式で近似した場合の近似誤差の変化率の上限を $M_\delta$ とすると、外乱の変化率の上限 $M_d$ は次式で与えられる。

$$M_d = M_v(v, \dot{v}) + M_\delta + M_g \quad (6)$$

ここで $M_v(v, \dot{v})$ は速度の2次式から導かれ、減速開始から停止までの速度制御の結果により決まる値である。

以上から、外生入力集合のモデルを

$$F(M_r, M_d) \equiv \left\{ (r, f_d) : \begin{array}{l} \|\dot{r}\|_\infty \leq M_r \\ \|\dot{f}_d\|_\infty \leq M_d \end{array} \right\} \quad (7)$$

として与える。

## 2.4 制御器設計

線形近似された制御対象モデルと、(7)式の外生入力集合に属する全ての目標速度 $r$ と外乱 $f_d$ に対して、速度偏差を $\varepsilon$ 以下に維持するようにブレーキ制御器のパラメータ $c$ を調整する。すなわち、

$$\hat{e}(c) \equiv \sup\{\|e(r, f_d, c)\|_\infty : (r, f_d) \in F\} \quad (8)$$

で定義される速度偏差の上限に対して、

$$\hat{e}(c) \leq \varepsilon \quad (9)$$

を達成するように $c$ を決定する。ここで、制御対象の線形近似モデルに対しては、上記の上限は、文

献<sup>1, 2)</sup>より、

$$\hat{e}(F, c) = M_r \|e(h, 0, c)\|_1 + M_d \|e(0, h, c)\|_1 \quad (10)$$

で記述できる。ただし、 $\|e(h, 0, c)\|_1$ と $\|e(0, h, c)\|_1$ は、それぞれ $r$ と $f_d$ の入力チャンネルに単位ステップ入力を加えたときの速度偏差応答の1ノルムを表す。従って、(9)式は、以下の不等式で数値的に判定することが可能となる。

$$M_r \|e(h, 0, c)\|_1 + M_d \|e(0, h, c)\|_1 \leq \varepsilon \quad (11)$$

以上より、PID型のブレーキ制御器の設計問題は、次のように定式化される。

**問題1** あらかじめ与えた速度偏差の許容値 $\varepsilon$ に対し、式(11)を満たす $c$ を求めよ。

本研究では、数値探索アルゴリズムであるMATLAB Optimization Toolboxのfgoalattain関数を利用して、複数の探索初期点に対して数値探索を行い、 $\hat{e}(c)$ を極力小さくする $c$ を解として採用する。

## 3. 操作量制限を考慮した補償器設計

本研究で取り扱う機械ブレーキは、減速方向の力しか発生させることができないという作動方向の制約がある。また、現実の速度制御では滑走再粘着制御が行われており、路面状況の変化による粘着力の変化に応じて、操作量の制限値が変動する。Figure 2で示される車輪-レール間の粘着特性の限界の実験結果から求めた操作量の上限をFig. 3に示す。ここでは操作量制限を考慮しない場合のシミュレーションでの操作量との比較を行っているが、数箇所では操作量の制限値を超えているのが確認できる。制御器出力が操作量制限を逸脱している場合、操作量飽和が発生する。制御器に積分要素が含まれる場合に操作量飽和が存在すると、過渡的に制御器出力が増大し、最悪の場合制御系が不安定化するウィンドアップ現象が発生するこ

とが知られている。このような問題への対策方法の一つとして、アンチwindアップ補償器を付加する方法[3]がある。

線形系としてモデル化したFig. 1に示す制御系に、操作量飽和要素 $\Phi_s$ を加え、コントローラ出力(飽和前の操作量)を $\tilde{u}$ で表すとす。ここで、 $H$ を可調整パラメータとしてアンチwindアップ補償器 $K_a(s, H)$ を次式で定義し、制御器内にFigure 4のように配置する。

$$K_a(s, H) = C(sI - A)^{-1}H \quad (12)$$

ただし、 $A$ 及び $C$ はPIDコントローラの伝達関数 $K_{pid}(s, c)$ の状態空間表現の係数行列である。即ち、

$$K_{pid}(s, c) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (13)$$

である。以上の設定で、アンチwindアップ補償器 $K_a(s, H)$ の設計を考える。

### 3.1 設計問題

アンチwindアップ補償器 $K_a(s, H)$ の設計目標は、飽和領域での閉ループ制御系の安定性の確保、及び追従性能の劣化抑制の2点とする。ここで、Fig. 4で表される制御系を、飽和要素 $\Phi_d$ を用いてFigure 5に示す形に置換し、操作量飽和の影響を操作量飽和の等価外乱 $d$ で考える。

ここで操作量飽和の等価外乱 $d$ から飽和前の操作量 $\tilde{u}$ までの伝達関数を $G_{d\tilde{u}}(s, H)$ とすれば、この閉ループ系が安定であるための十分条件は、スモールゲイン定理より次式で与えられる。

$$\|G_{d\tilde{u}}(H)\|_\infty < 1 \quad (14)$$

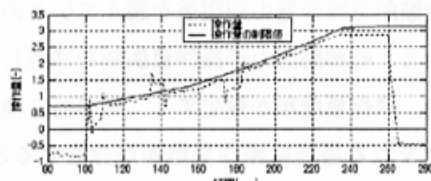


Fig. 3 操作量の制限値

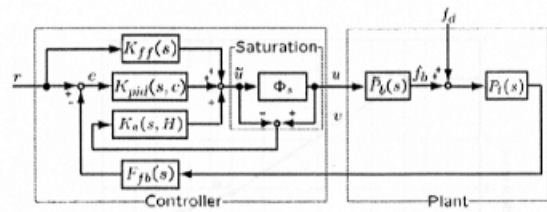


Fig. 4 アンチwindアップ補償器を加えた制御系

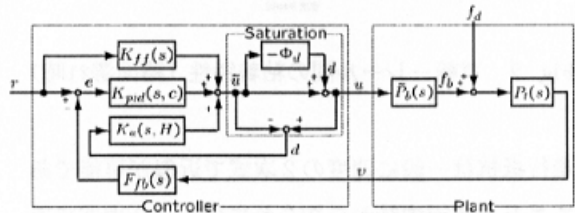


Fig. 5 操作量飽和の等価外乱を考えた制御系

また、操作量飽和の等価外乱 $d$ から速度偏差 $e$ までの閉ループ伝達関数を $G_{de}(s, H)$ とおき、追従性能の劣化抑制条件として次式を考える。

$$\|G_{de}(H)\|_\infty < \gamma \quad (15)$$

以上より、アンチwindアップ補償器の設計問題を次のように定式化する。

問題2 式(14)を満たし、 $\gamma$ を最小とする $H$ を求めよ。

上記の問題も、線形系に対する設計と同様に、数値探索アルゴリズムであるMATLAB Optimization Toolboxのfgoalattain関数を利用する。複数の探索初期点に対して数値探索を行い、 $\gamma$ を小さくする許容解 $H$ を探索結果として採用する。

## 4. 数値例

### 4.1 制御系の数値設定

制御系の構成要素は以下のように設定した。

$$P_t(s) = \frac{10^{-5}}{3.2s} \quad (16)$$

$$P_b(s) = -\frac{8 \times 10^4}{0.5s + 1} e^{-0.3s} \quad (17)$$

$$\bar{P}_b(s) = -\frac{8 \times 10^4}{0.5s + 1} \cdot \frac{s^2 - 20s + 133.3}{s^2 + 20s + 133.3} \quad (18)$$

$$K_{pid}(s, c) = -(c_p + \frac{c_i}{s} + \frac{c_d s}{0.1s + 1}) \quad (19)$$

$$K_{ff}(s) = -\frac{4s(0.5s + 1)}{(0.1s + 1)^2} \quad (20)$$

$$F_{fb}(s) = \frac{1}{0.1s + 1} \quad (21)$$

## 4.2 外生入力の数値設定

目標速度 $r(t)$ は、300[km/h]からレール車輪間の粘着特性に沿って減速し、最短距離で停止する減速パターンとして与える。目標速度パターンの速度、及び減速度の変化をFig. 6に示す。走行抵抗の変化率の上限は $M_r = 0.722[\text{m}/\text{sec}^2]$ となる。一方、走行抵抗の近似誤差 $\delta(t)$ は、変化率の上限を $M_\delta = 2.43 \times 10^4[\text{N}/\text{s}]$ とし、変化率を一様分布の信号としてFig. 7のように与えることにする。また、勾配抵抗の変化率の上限は、縦曲線半径を $R = 3000[\text{m}]$ とすると、式(5)より $M_g = 8.71 \times 10^4[\text{N}/\text{s}]$ となる。勾配抵抗はFig. 8のように与える。減速がFig. 6の目標速度に完全に追従した形で行われると仮定すれば、式(6)における $M_v(v, \dot{v})$ の値は $M_v(v, \dot{v}) = 786[\text{N}/\text{s}]$ と求まるため、外乱の変化率の上限は $M_d = 11.22 \times 10^4[\text{N}/\text{s}]$ となる。

## 4.3 制御器の設計

外生入力集合 $F(M_r, M_d)$ は、変化率の上限を $M_r = 0.722$ 、 $M_d = 11.22 \times 10^4$ として与える。また、設計仕様として速度偏差の上限目標値を6[km/hour]とし、 $\epsilon = 1.67[\text{m}/\text{sec}]$ で与えた。設計結果を下図に示す。

パラメータ	探索結果
$c$	(6.79, 3.33, 3.42)
$K_{pid}(s, c)$	$-\frac{4.10(s^2 + 1.74s + 0.81)}{s(0.1s + 1)}$
$\hat{\epsilon}(F, c)$	1.64

結果より $\hat{\epsilon}(F, c) < 1.67$ であるので、設計仕様を満たす許容解が発見できたといえる。

続いて、上の数値探索で得られたPIDコントローラの伝達関数から、式(13)よりアンチwindアップ補償器 $K_a(s, H)$ を構成する行列 $A$ 及び $C$ を求め、

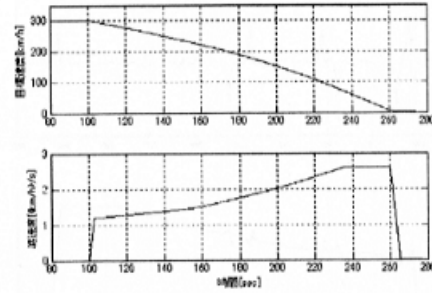


Fig. 6 外生入力（目標速度）

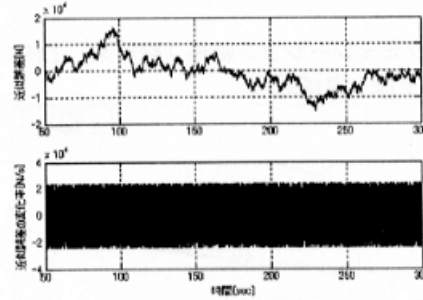


Fig. 7 外生入力（走行抵抗の近似誤差）

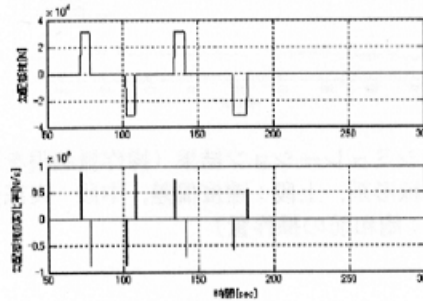


Fig. 8 外生入力（勾配抵抗）

アンチwindアップ補償器 $K_a(s, H)$ を構成し、その設計を行った。設計結果を下図に示す。

パラメータ	探索結果
$H$	$[0.48 \ 0.70]^T$
$K_a(s, H)$	$-\frac{0.83(1.13s - 1)}{s(0.1s + 1)}$
$\ G_{d\dot{u}}(H)\ _\infty$	0.999
$\ G_{de}(H)\ _\infty$	0.249

設計の結果、 $\|G_{d\dot{u}}(H)\|_\infty$ 及び $\|G_{de}(H)\|_\infty$ がいずれも1以下となる許容解を発見できたため、操作量飽和の等価外乱 $d$ により制御系が不安定化するのを防止する制御器が設計できた。

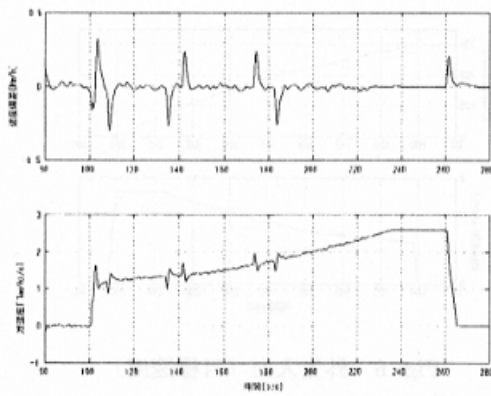


Fig. 9 シミュレーション結果（線形系，上段：速度偏差，下段：実減速度）

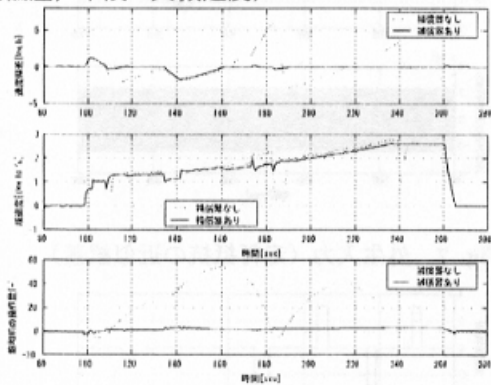


Fig. 10 シミュレーション結果（操作量制限を考慮した非線形系，上段：速度偏差，中段：実減速度，下段：飽和前の操作量）

#### 4.4 シミュレーション

設計したPIDコントローラにより構成される線形制御系，及び設計したPIDコントローラとアンチwindアップ補償器から構成される操作量制限を考慮した制御系に対し，Fig. 6, Fig. 7, 及び Fig. 8で示した外生入力を加え，速度偏差及び実減速度の変化から，設計したPIDコントローラ及びアンチwindアップ補償器からなる制御系の制御性能を確認した．また，アンチwindアップ補償器の有効性については，飽和前の操作量の変化からも確認した．線形制御系の速度偏差及び実減速度の変化をFig. 9に，操作量制限を考慮した非線形系の速度偏差，実減速度，及び飽和前の操作量の変化をFig. 10にそれぞれ示す．速度偏

差の上限は0.322[km/hour]即ち0.0893[m/sec]となっており，設計の際に求めた速度偏差の上限の保証値 $\hat{e}(F, c) = 1.64$ [m/sec]に比べ大幅に小さい値となった．これは，各外生入力の変化率が同時に大きく変化しないためである．実システムと同様に操作量に飽和特性を持たせた場合，アンチwindアップ補償器による飽和補償を行なわないと，過渡的に飽和前の操作量が肥大化する現象が見られ，それに伴って振動的な速度偏差の増大，不必要なブレーキの緩めなど，好ましくない挙動が見られる．しかし，アンチwindアップ補償器を付加すると，それらの点が改善され，追従性能の観点から好ましい制御が実現できることが確認できる．

## 5. まとめと今後の課題

新ATCを用いた鉄道車両の一段ブレーキ制御系に対して，適合原理を適用して操作量の上限を保証した制御器の設計を行った．また，設計した線形制御系にアンチwindアップ補償器を付加し，機械ブレーキ特有の作動方向の制約や操作量飽和に伴う制御系の不安定化，及び追従性能の劣化の防止を図った．

今後，より実用に近く制御性能の高い制御器を設計するためには，外生入力信号の性質を考慮したより適切な外生入力集合のモデル化の方法，及び制御性能や操作量制限に対する安定性をより向上させるための制御器全体の構成について，再考する必要がある．

## 参考文献

- 1) V. Zakian, "Perspectives on the principle of matching and the method of inequalities", *Int. J. Control*, Vol. 65, No. 1, 147/175 (1996)
- 2) 石原 正, "適合原理に基づく制御系設計", 計測と制御, Vol. 38, No. 5, 339/344 (1999)
- 3) 和田 信敬, 佐伯 正美, "ロバスト安定性を保証する静的Anti-Windup補償器の設計", システム制御情報学会論文誌, Vol.12, No.11, 664/670 (1999)