

# マニピュレータ逆運動学問題の補間解法に関する研究

## Solving Inverse Kinematics Problem Using Interpolation Method

吉原佑器, 小野幸彦, 高橋隆行, 中野栄二

Yuki Yoshihara, Ono Yukihiko Takayuki Takahashi, Eiji Nakano

東北大学

Tohoku University

キーワード: マニピュレータ(manipulator), 逆運動学(inverse kinematics)

補間(interpolation), セル(cell), クラスタリング(clustering)

連絡先: 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉01 東北大学大学院情報科学研究科中野研究室(青葉山キャンパス  
機械系) 吉原 佑器, Tel.: (022)217-7025, Fax.: (022)217-7023, E-mail: yoshihara@robotics.is.tohoku.ac.jp

### 1. はじめに

マニピュレータの制御上, 極めて重要な計算のひとつに逆運動学がある. これは次式のようにマニピュレータの手先座標変換行列  $H$  を実現する関節角  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_F)$  ( $F$ : 自由度) を求める計算をいい, マニピュレータの手先をある位置に, 所定の姿勢で移動させる場合に欠かすことのできない制御上の重要な要素である.

$$\theta = f(H) \quad (1)$$

逆運動学は通常マニピュレータの幾何学的な構造を利用して解析的に導出する場合が多い(解析法). しかし解析法はマニピュレータの構造に依存しており, マニピュレータによって解き方が異なる上(汎用性問題), マニピュレータの構造によっては解が存在しない, もしくは一意に定まらない場合がある(解一意性問題). 解析法に付帯するこれらの問題は逆運動学問題と呼ばれ, 過去, 解析法によらない逆運動学解法が数多く研究されてきた.

数値解法としてはヤコビアン疑似逆行列を利用して, 式(1)を満たす解を繰返しにより導出するヤコビ法がある. これは一般的な構造のマニピュレータに適用可能であり, 汎用性問題を解決しているが, 局所的な最小解に陥りやすく解一意性問題があるマニピュレータにおいてもただひとつの解しか求まらない. 加えて演算時間を要するのでリアルタイムの制御には適さないという欠点がある.

Buchberger アルゴリズムはGroebner基底を利用することで, どのマニピュレータに対しても同じ手順で解析解を導出することのできる方法とされており<sup>1)</sup>, 汎用性問題を解決しているが, 解一意性問題の解は与えていない. 特に解が無数に存在するようなマニピュレータでは演算時間およびメモリ消費量が増大することが知られている. これらの方法は場合によっては強力であるが, 固有の問題を抱えており, 上記に挙げた2つの問題を同時に解決しているとはいえない.

そこで本研究では, 上記2点の問題を解決する

逆運動学の構築を目標とする．具体的には，手先座標変換行列 $H$ が与えられると，それに対応する関節角 $\theta$ を複数求めることができ，しかもマニピュレータの構造に依存しない汎用性の高い逆運動学演算システム(Fig.1)の構築を目指す．

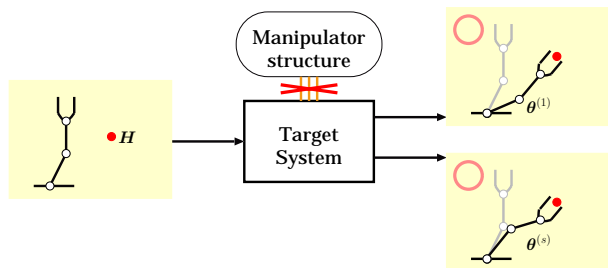


Fig. 1 The schematic diagram of target system

## 2. セル分割補間法

逆運動学の汎用性，解の一意性問題を同時に解決する手法としてセル分割補間法(CDI:Cell Division Interpolation)を提案する．セル分割補間法とは，順運動学とクラスタリング，補間を組み合わせた逆運動学演算システムであり，オフライン演算部のGeneratorとオンライン演算部のCalculatorから成っている．それぞれの概念図をFig.2，Fig.3に示し，またその各演算要素の役割を次に要約する．

### 2.1 Generator

- datamaker  
関節角 $\theta$ を $\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(M)}$ のように変化させ，対応する手先座標変換行列 $H$ を順運動学により $H^{(1)}, \dots, H^{(M)}$ と求め，これらの組である $H$ - $\theta$ データセットを作成する．
- celldivider  
 $H$ - $\theta$ データセットの集合を手先位置 $(d_x, d_y, d_z)$ ，手先姿勢 $(r, p, y)$ および逆運動学の解の個数 $s$ により分類し，小領域であるセルを $W$ 個作成する．これを $CELL_{(d)}(d = 1, \dots, W)$ とよぶ．
- interpolator

$H$ - $\theta$ データセットを補間し，各セル毎に補間式 $\theta_{(d)} = f_{(d)}(H)(d = 1, \dots, W)$ を求める．

### 2.2 Calculator

- selector  
指定された座標変換行列 $H$ が所属するセルの番号 $d$ を選択する．
- calculator  
各セルにおいて $\theta_{(d)} = f_{(d)}(H)$ を用い，関節角 $\theta_{(d)}$ を得る．

### 2.3 セル分割補間法の特徴

セル分割補間法は次の点で従来の逆運動学演算システムより優れた性能を示すと期待できる．

- 1) 順運動学のみを使用するため，順運動学が簡単に求まるほとんどの構造のマニピュレータへ適用可能(汎用性問題の解決)．
- 2) 指定手先座標変換行列 $H$ が所属するセルが複数ある場合は，selectorの出力が $d_1, \dots, d_s$ と複数得られ，その結果関節角 $\theta$ も， $\theta_{(d_1)}, \dots, \theta_{(d_s)}$ のように有限の複数解として求めることができる(解一意性問題の解決)．

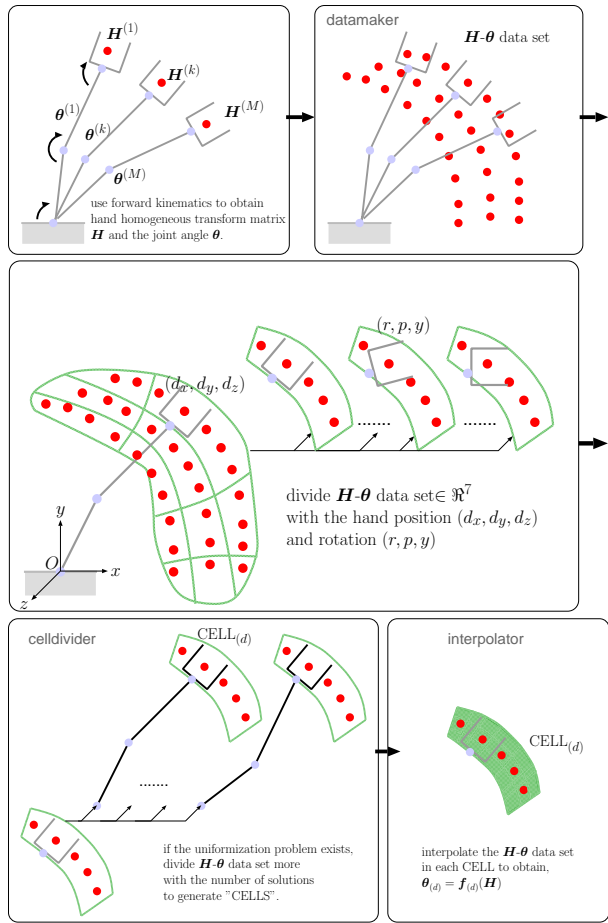


Fig. 2 The conceptual scheme of Generator

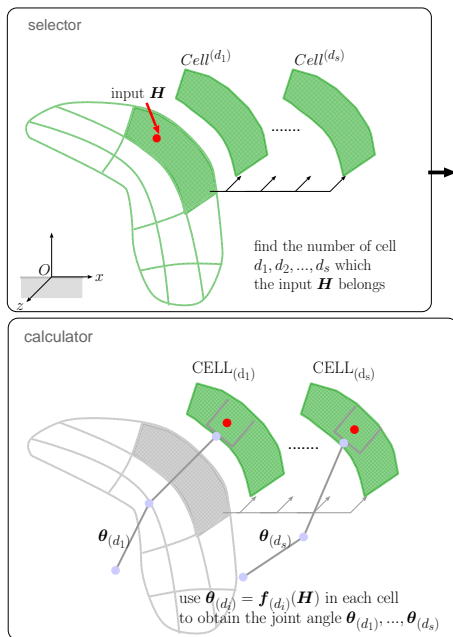


Fig. 3 The conceptual scheme of Calculator

### 3. セル分割補間法の実装

セル分割補間法を試験的に実装した。そのブロック図をFig.4, Fig.5に、またGeneratorの設計指針を以下にまとめる。なお対象とするマニピュレータは、簡単のためシリアルリンクで、かつ解一意性の問題をもたないよう可動範囲を限定したマニピュレータとする。

- datamaker

関節角の可動範囲( $\theta_{\min}$ ,  $\theta_{\max}$ )を $\delta$ 等分し、 $\Delta\theta = (\theta_{\max} - \theta_{\min})/\delta$ づつ変化させながら $H$ - $\theta$ データセットを作成する。ただし必ずしも等分する必要はなく、ここでは簡単のため等分割で実装した。(Fig.6)。

- celldivider

シリアルリンクマニピュレータの場合、データセットは比較的マニピュレータ第1関節(Fig.7のO点)近傍で密になることが多いが、補間精度の観点からセル毎のデータセット量に大きければつきがあるのは好ましくない。そこで第1関節近傍で小さく、遠方で大きくなるようなセルを作成する。これを満たす簡単な形状として、マニピュレータ第1関節を中心としデータセットを内包する中空球を、半径・経度・緯度方向にそれぞれ $\Delta$ 分割した微小片を採用する。なおデータセットの分類は、手先位置( $d_x, d_y, d_z$ )のみに関して行い、簡単のため手先姿勢( $r, p, y$ )の分割は行わないものとする。また本実装において対象とするマニピュレータは解一意性の問題をもたないので解の個数 $s$ については考えなくてよい。

- interpolator

補間式は次式に示す $N$ 次多項式とし、最小自乗法により係数 $C_{ij}$ を定める<sup>2)</sup>。この方法によれば補間次数 $N$ の調整によりデータセット

の情報量圧縮が期待できる．

$$\theta_i(\mathbf{H}) = \sum_{j=1}^Q C_{ij} f_j(\mathbf{H}) \quad (1 \leq i \leq F) \quad (2)$$

ここで，

$$f_j(\mathbf{H}) = r_{11}^{k_{j1}} r_{12}^{k_{j2}} r_{13}^{k_{j3}} d_x^{k_{j4}} \cdot r_{21}^{k_{j5}} r_{22}^{k_{j6}} r_{23}^{k_{j7}} d_y^{k_{j8}} r_{31}^{k_{j9}} r_{32}^{k_{j10}} r_{33}^{k_{j11}} d_z^{k_{j12}} \quad (3)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & d_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & d_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Q = \sum_{k=0}^N 12+k-1 C_k = 12+N C_N \quad (5)$$

$$\sum_{s=1}^{12} k_{js} \leq N \quad (6)$$

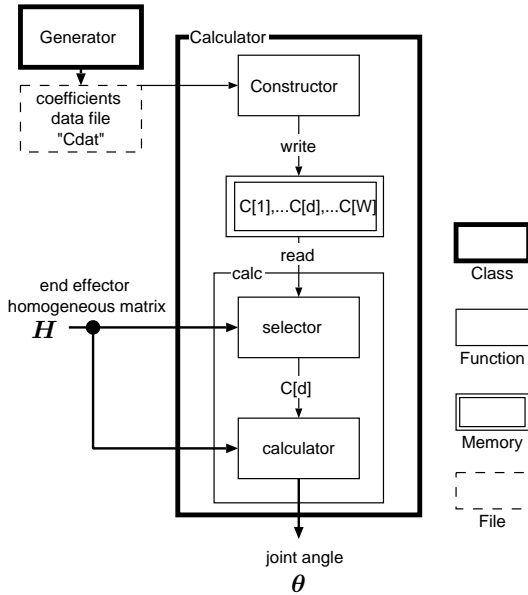


Fig. 4 Calculator Class

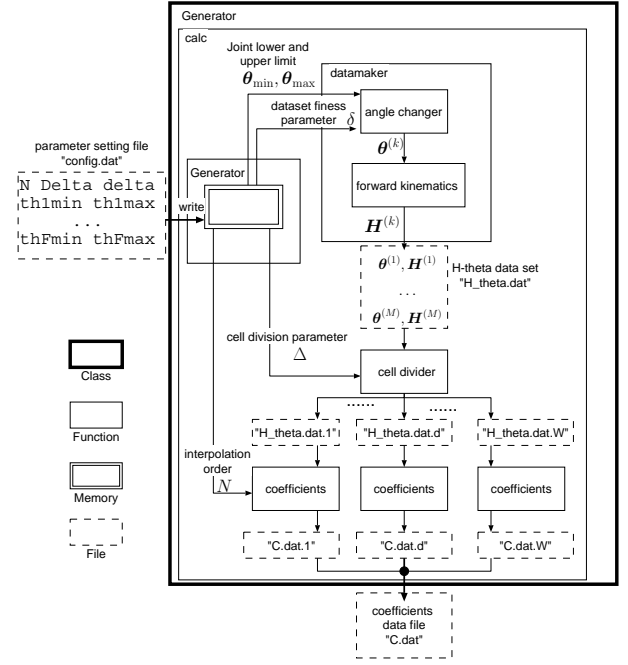


Fig. 5 Generator Class

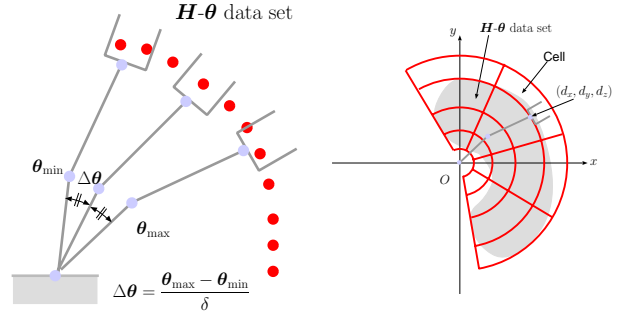


Fig. 6 datamaker

Fig. 7 celldivider

## 4. セル分割補間法の精度評価

$xy$ 平面運動をする3自由度マニピュレータにセル分割補間法を適用して逆運動学を解き，その精度評価を行った．

### 4.1 計算条件

マニピュレータの座標系をFig.8に，諸元および計算条件をTable.1に示す．本評価では簡単のためマニピュレータの手先を第3関節 $\theta_3$ 上におく．また第2関節 $\theta_2$ の可動範囲を $(0,90)$ [deg]と限定することで解一意性を排除する．

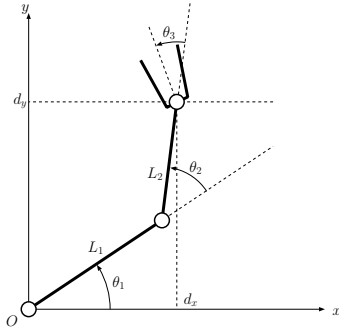


Fig. 8 Spatial 3 axes manipulator

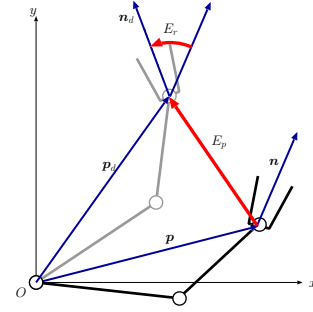


Fig. 9 Positional error  $E_p$  and orientational  $E_r$

Table 1 Conditions for CDI method

Joint limit	$(\theta_{1\min}, \theta_{1\max})$	$(-90, 90)$ [deg]
	$(\theta_{2\min}, \theta_{2\max})$	$(0, 90)$ [deg]
	$(\theta_{3\min}, \theta_{3\max})$	$(-90, 90)$ [deg]
Length	$L_1$	0.45[m]
	$L_2$	0.48[m]
Interpolation order	$N$	2
Cell division param.	$\Delta$	20
Dataset finess param.	$\delta$	80

## 4.2 評価式

補間法の精度は次式で定義される手先位置誤差  $E_p$  , 手先姿勢誤差  $E_r$  で評価する (Fig.9) .

$$E_p = \|p - p_d\| \quad (7)$$

$$E_r = \cos^{-1}(\mathbf{n}^T \mathbf{n}_d) \quad (8)$$

ここで ,

- $p_d$  : 指定手先位置ベクトル
- $p$  : CDIにより実現される手先位置ベクトル
- $n_d$  : 指定手先姿勢ベクトル
- $n$  : CDIにより実現される手先姿勢ベクトル

## 4.3 計算結果

作業領域内に約20000点の計算点を取り , 各点において  $E_p, E_r$  を求めた . 手先位置誤差分布をFig.10 に , 姿勢誤差分布をFig.11に示す .

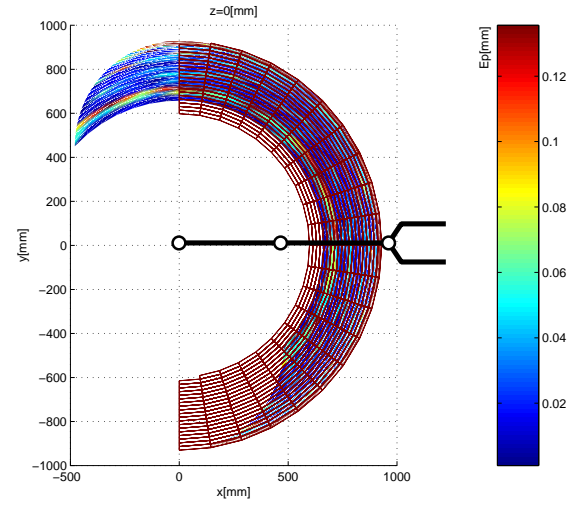


Fig. 10 Distribution of positional error  $E_p$

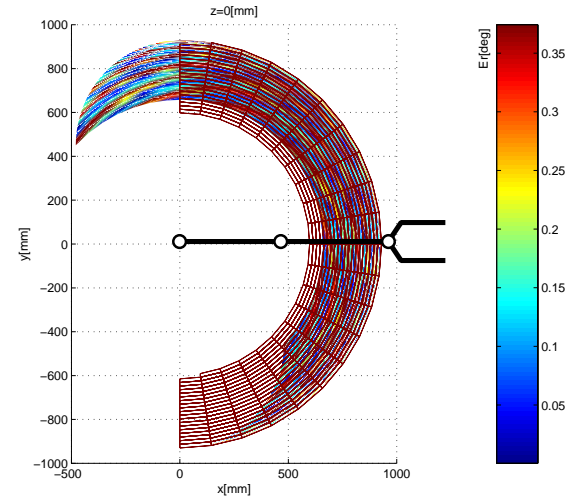


Fig. 11 Distribution of orientational error  $E_r$

## 4.4 考察

Fig.10によれば手先位置誤差は最大で0.12[mm]程度であり，これはマニピュレータ全長930[mm]に対して十分小さな値といえる．また手先姿勢誤差 $E_r$ はFig.11より最大で0.35[deg]程度と十分小さな値が得られた．しかしながら，セルの境界部分で誤差が大きくなる特性が認められた．このことからセル分割補間法を実際の軌道計算に適用した場合，マニピュレータ手先が境界部をまたぐ際の関節軌道が不連続になると推測できる．

## 5. セル分割補間法による軌道計算

この節ではマニピュレータに直線の位置目標軌道を与え，セル分割補間法により実際に関節目標軌道を計算し，解析法による関節目標軌道と比較する．

### 5.1 位置目標軌道の設定

位置目標軌道を $xy$ 平面内にFig.12のように設定する．なおマニピュレータの速度は等速時0.3[m/s]の台形曲線を与え，時間間隔2[ms]の代表点を位置目標軌道上に設定する．

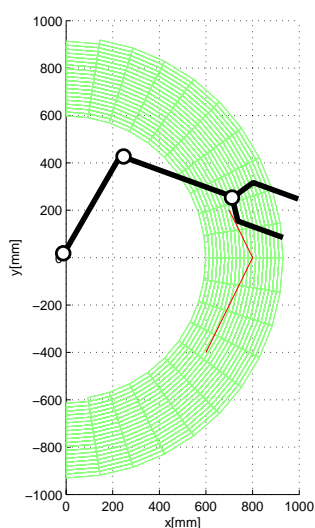


Fig. 12 Positional desired path

### 5.2 関節目標軌道計算

位置目標軌道にとって代表点を解析法とセル分割補間法によって関節目標軌道に変換した．セル分割補間法による軌道をFig.13に，セル分割補間法と解析法による軌道の差をFig.14にそれぞれ示す．

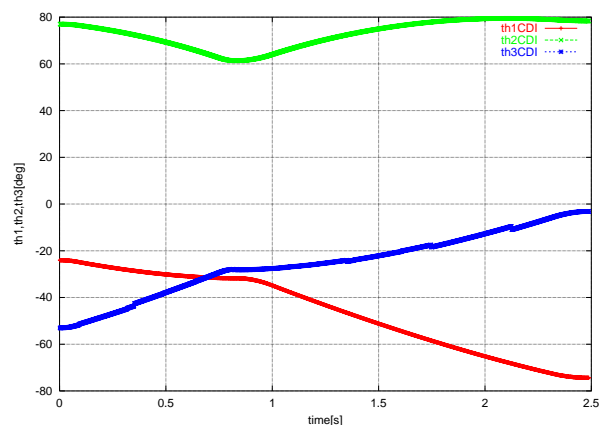


Fig. 13 Angular desired path by CDI method

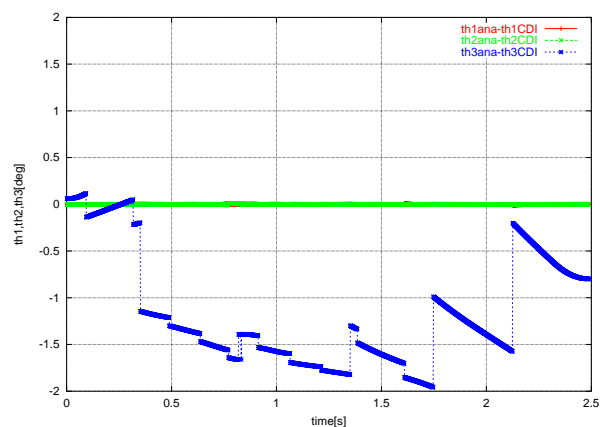


Fig. 14 Difference of analytical and CDI path

### 5.3 考察

軌道差Fig.14を見ると，セル分割補間法による $\theta_1, \theta_2$ の軌道が，解析法とほぼ同じであることが分かる．一方， $\theta_3$ の軌道には不連続性が認められる．これはcelldividerが手先の位置 $(d_x, d_y)$ のみについて $H-\theta$ データセットを分類しているため，セルの境界部で特に大きな誤差を生じるためと考えられる．

## 6. おわりに

マニピュレータの逆運動学問題(汎用性問題, 解一意性問題)を解決するアルゴリズムとしてセル分割補間法(CDI)を提案した. 簡単なマニピュレータについて試験的に実装し, 精度の評価を行った. この結果マニピュレータ全長に対し約0.001[%]以下の実用上ほぼ問題ない精度が得られることが確認できた. また直線軌道を追従する関節目標軌道を計算して解析法と比較を行い, 解析法に対しほぼ遜色ない軌道が得られることを確認した. 今後の課題としては以下が挙げられる.

- セル境界部での軌道不連続への対応.
- 複数解のあるマニピュレータへの演算システムの拡張.
- 多種のマニピュレータへの適用, 検証.

## 参考文献

- 1) T.Shimizu and H. Kawasaki : An Analysis for Inverse Kinematics of Robot Manipulators using Grobner basis, Jour. of Robotics and Mechatronics, 9-5, 324/331(1997)
- 2) 新井 : 多関節マニピュレータにおける演算処理手法, 計測自動制御学会論文集, 18-1, 92/99(1982)