計測自動制御学会東北支部 第216回研究集会 (2004.6.22)
資料番号 216-12

循環系におけるモード遷移ダイナミクスのカオス的遍歴モデル

Chaotic itinerant model of mode transition dynamics in human circulatory systems

○成田　大気*，本間 経康*，酒井 正夫*，吉澤　誠*，阿部 健一*

○Taiki Narita*, Noriyasu Homma*, Masao Sakai*, Makoto Yoshizawa*, and Kenichi Abe*

*東北大学

*Tohoku University

キーワード： カオス的遍歴(Chaotic itinerancy), 大域結合写像(Globally coupled map), 3要素Windkesselモデル(Windkessel model)

連絡先： 〒980-8576 仙台市青葉区荒巻字青葉05 東北大学大学院工学研究科 電気・通信工学専攻 吉澤研究室
成田 大気　Phone: (022)217-7130, E-mail: narita@abe.ecei.tohoku.ac.jp

1. はじめに

生体における心拍数や血圧などのダイナミクスは様々な内的，外的因子および覚醒や，睡眠，運動といった生理学的状態（モード）により変化する．このようなダイナミクスの状態依存性を考慮し，生体制御機構の性質を明らかにするためには，モードごとの信号ダイナミクスの差異を明確にできるようなモデル構築が有効であると考えられる．

多くのモードを含有する系のモデル化の手法としては，モードごとに専用のモデルを用意し，モード遷移に伴ってそれらを何らかのメカニズムで切替える方法が考えられる．しかし，たとえば生体のように大規模かつ非線形なシステムをモードごとに切替えるメカニズムは，非常に複雑なものになることが予想される．

一方，複雑なものの中に比較的簡単なルールが存在していることを証明したカオスの例にならって，複雑なモード遷移にも比較的簡単なメカニズムが存在しうることを期待したい．小自由度カオスに代表される特徴には，このような期待を満足する振舞いを見出すことは簡単ではなさそうであるが，大自由度カオスの特徴であるカオス的遍歴（Chaotic itinerancy）現象[1)]は，その候補となりうる．すなわち，そこではすでに自律的に複雑に遷移するモードが存在し，モード間の遷移は一見複雑そうに見えるが，単純なルールに支配されている．

本研究では，複雑系の観点から生体をとらえる意味で，カオス的遍歴現象を用いて生体のモード遷移を考慮した新しいモデルを提案する．提案モデルは，大自由度のカオス力学系におけるカオス的遍歴現象のもつ自律的なダイナミクスの遷移機構を応用した，より生体のダイナミクスに適した

モデルである．さらに，潜在的な自律的変化能力をもつ提案モデルのモード遷移を外部入力を用いて制御する手法を開発し，循環系制御への適用の可能性を計算機シミュレーションの結果より考察した．

2. 提案モデル

カオス的遍歴は，大自由度のカオス力学系において幾つかのほぼ安定な状態（準安定状態）が存在し，そのような状態の一つにしばらく滞在したあと別の状態にカオスを経て自律的に遷移していく現象と定義できる[1)]．これまでに，カオス的遍歴を示すさまざまな系が見出されている[2, 3, 4)]．ここでは，カオス的遍歴を示す代表的なモデルの１つであり，本研究で提案するモデルにおいて用いる大域結合写像について簡単に説明し，カオス的遍歴現象を応用した生体ダイナミクスのモード遷移制御モデルを提案する．

2.1 大域結合写像

カオス的遍歴が見られる系として，以下の式で表される大域結合写像（Globally Coupled Map: GCM）[4)]がある．

$$s_i(t+1) = (1-\varepsilon) g\left(s_i(t)\right) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{j=1}^{N} g\left(s_j(t)\right). \quad (1)$$

ここで，s_iはi番目の要素の状態，Nは要素数，$t = 0, 1, 2, \cdots$は離散時刻，εは$0 \leq \varepsilon \leq 1$なる負でない定数，また，$g(s)$は任意のカオス写像である．

この大域結合写像の右辺第１項は，カオスの初期値鋭敏性により要素間の出力の位相差を拡大し，また，右辺第２項は，全要素の出力の平均化により要素間の位相差を縮小しようとする．これより，パラメータを適切に設定することで，N個の出力が構成する同期の数（クラスター数$C(t)$）の時間変化がカオス的遍歴を示す．すなわち，ある準安定状態において，クラスター数$C(t)$はある一定値を維持するが，やがてクラスター数が要素数に近くなる（すべての要素が非同期的に振舞う）カオス状態を経て，異なる準安定状態（異なるクラスター数）に自律的に遷移する．

2.2 提案モデル

体温，心拍数，血圧などの生体の特徴量などは，睡眠，運動，休息といったモードごとに異なるダイナミクスを示すことが示唆されている[5)]．このようにダイナミクスが異なる複数のモードが存在する系をモデル化するには，各モードごとに個別のモデル化を行い，それら複数のモデルを単に切替える手法が考えられる．しかし，生体の循環系が機械的なスイッチの切替を行っているとは考えにくく，潜在的に自律的な切替メカニズムが存在していると考えたほうが自然である．さらに，モード遷移は完全に自律的ではなく，モードに対応した何らかの入力により制御されていなければ，適切なモード状態が安定にならない．たとえば，睡眠中に突然，運動モードに入るような制御は生体では通常生じ得ない．そこで，本研究ではカオス的遍歴のように自律的モード遷移メカニズムが内在している系において，モードに対応した何らかの外部入力により，そのモード間遷移が適切に制御可能な新しいモデルを提案する．

2.2.1 基本特性

(1)式で表される大域結合写像に用いるカオス写像$g(s)$に，時刻tにおけるモデルへの外部入力$I(t)$を考慮したロジスティック写像[6)]

$$g(s) = 1 - \left(a - I(t)\right) s^2, \quad (2)$$

を考える．入力$I(t) = 0$に対してカオス的遍歴現象が観測されるようにパラメータε，aの値を決定す

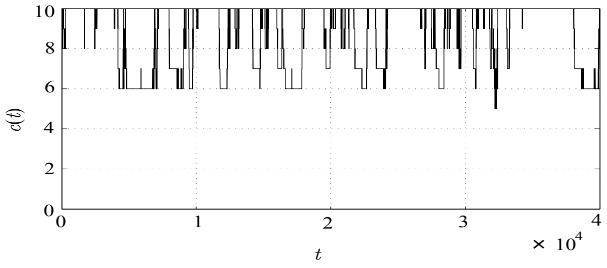

図 1　$I(t) = 0$時のクラスター数の時間変化

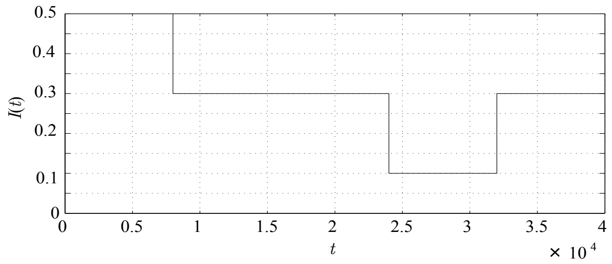

図 2　外部入力の時間変化

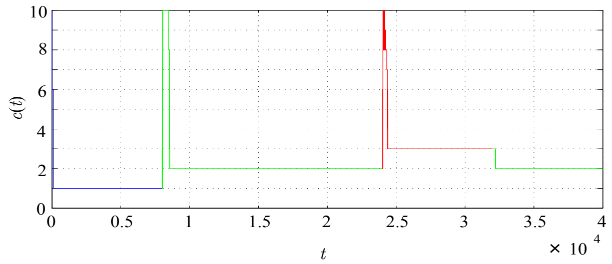

図 3　図2の外部入力によるクラスター数の時間変化

れば，入力の値が大きくなるにつれてロジスティック写像のカオス強度が弱まるため，大域結合写像のカオス的遍歴の性質も抑えられて定クラスター状態となり，そのクラスター数$C(t)$も次第に小さくなることが予想される．

実際に，パラメータを$N = 10$，$a = 1.90$，$\varepsilon = 0.186$と設定した場合を考える[4]．入力$I(t)$をゼロとしたときのクラスター数$C(t)$の変化を図1に示す．クラスター数は短い時間で見ると定クラスター状態になりつつ，全体で見ると時間的に変化していてカオス的遍歴が観測される．

次に，入力$I(t)$を図2のように変化させた場合の，クラスター数$C(t)$の変化を図3に示す．これより，入力$I(t)$を$0.5 \to 0.3 \to 0.1 \to 0.3$とステップ状に変化させた場合には$C(t)$が$1 \to 2 \to 3 \to 2$の定クラスター状態に，クラスター数が要素数$N = 10$に近くなる不安定カオスダイナミクスを経由しながら追随していることがわかる．

これらの結果より，クラスター数をモードと定義した場合，(1)，(2)式で表されるモデルは，自律的なモード間遷移を，外部入力$I(t)$の値によって制御可能であることが示された．

2.2.2　モード遷移制御モデル

(1)，(2)式のモデルにおいて各状態量s_iが所望のデータの時間的変化を表現するとは限らず，むしろ，その可能性が低いことに注意しよう．そこで，別のモデルで対象データの時間的変化を表し，そのモード遷移を(1)式，(2)式のモデルで制御する図4のような新しいメカニズムを提案する．いま，つぎのような一般的なn次元の離散時間制御システムを考える．

$$\left\{\begin{array}{rcl}\boldsymbol{x}(t+1) & = & \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{u}(t)),\\ \boldsymbol{y}(t) & = & \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{u}(t)),\end{array}\right. \tag{3}$$

$$\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t)\ x_2(t)\ \ldots\ x_n(t)]^T \in \Re^n, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{u}(t) = [u_1(t)\ u_2(t)\ \ldots\ u_r(t)]^T \in \Re^r, \tag{5}$$

$$\boldsymbol{y}(t) = [y_1(t)\ y_2(t)\ \ldots\ y_m(t)]^T \in \Re^m, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{u}) = [f_1(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{u})\ f_2(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{u})\ \ldots\ f_n(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{u})]^T \in \Re^n, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{u}) = [g_1(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{u})\ g_2(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{u})\ \ldots\ g_m(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{u})]^T \in \Re^m. \tag{8}$$

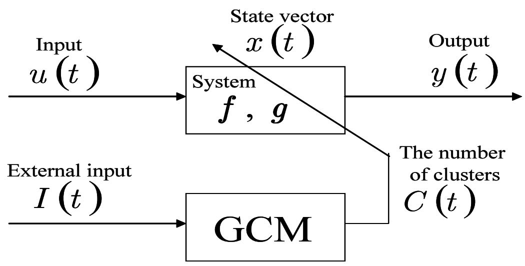

図 4　提案モデル

ただし，$\boldsymbol{x}(t)$，$\boldsymbol{u}(t)$，$\boldsymbol{y}(t)$はそれぞれ，時刻tにおける システムの状態，入力，出力ベクトルであり，f_p，g_q，$p=1,\ 2,\ \cdots,\ n$，$q=1,\ 2,\ \cdots,\ m$はそれぞれ一般には非線形関数である．このシステムの自律的なモード遷移を実現するために，(1)，(2)式のクラスター数の変動を利用することを考える．

ここで，(7)式のf_pが，線形関数の場合，$i \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ n\}$として，

$$\begin{aligned} f_p(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = a_{p_1}x_1 + a_{p_2}x_2 + \cdots + a_{p_n}x_n \\ +b_{p_1}u_1 + b_{p_2}u_2 + \cdots + b_{p_r}u_r, \end{aligned} \tag{9}$$

とする．各モード$j \in \{1,2,\ldots,N\}$に対応するシステム関数f_p^jが

$$\begin{aligned} f_p^j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = a_{p_1}^j x_1 + a_{p_2}^j x_2 + \cdots + a_{p_n}^j x_n \\ +b_{p_1}^j u_1 + b_{p_2}^j u_2 + \cdots + b_{p_r}^j u_r, \end{aligned} \tag{10}$$

のように表されたとする．いま各モードjに対応する(1)，(2)式のクラスター数をC_jとし，

$$\begin{aligned} a_{p_k}^j &= h_{p_k}^j(C_j), \quad k \in \{1,2,\ldots,n\}, \\ b_{p_\ell}^j &= H_{p_\ell}^j(C_j), \quad \ell \in \{1,2,\ldots,r\}, \end{aligned} \tag{11}$$

のように表される関数$h_{p_k}^j$，$H_{p_\ell}^j$が存在すると仮定すると，f_pが生成可能な時系列であれば，外部入力によってモードが制御可能なダイナミクスとしてモデル化可能である．f_pとしてパラメータの組

$$\boldsymbol{\theta}_p = [a_{p_1},\ \ldots,\ a_{i_{n_i}},\ b_{p_1},\ \ldots,\ b_{p_{r_i}}]^T \in \Re^{n_i+r_i},$$

をもつ非線形関数$f_{\boldsymbol{\theta}_p}$の場合も同様に考えることができる．また，出力関数$\boldsymbol{g}$についても同様である．次節におけるシミュレーションで具体的な例を示す．

3.　計算機シミュレーション

3.1　レスラー方程式のモード制御

連続時間系における2.2.2節の図4の対象システム$\boldsymbol{f}$，$\boldsymbol{g}$，すなわち (3)式として，つぎのレスラー方程式を考える．

$$dx_1/dt = -x_2 - x_3, \tag{12}$$

$$dx_2/dt = x_1 + ax_2, \tag{13}$$

$$dx_3/dt = b + x_3(x_1 - c). \tag{14}$$

レスラー方程式は自律系，すなわち入力がなく，出力を状態変数と同じ（$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}$）とみなせるので，

$$\begin{aligned} f_1(\boldsymbol{x}) &= a_{1_1}x_1 + a_{1_2}x_2 + a_{1_3}x_3, \\ f_2(\boldsymbol{x}) &= a_{2_1}x_1 + a_{2_2}x_2 + a_{2_3}x_3, \\ f_3(\boldsymbol{x}) &= a_{3_1} + x_3(x_1 - a_{3_2}), \end{aligned}$$

と書ける．ここで，(11)式の関数を

$$\begin{aligned} &a_{1_1}^j = 0, \quad a_{1_2}^j = -1, \quad a_{1_3}^j = 1, \\ &a_{2_1}^j = 1, \quad a_{2_2}^j = a = 0.36,\ a_{2_3}^j = 0, \\ &a_{3_1}^j = b = 0.4,\ \ a_{3_2}^j = c = C_j, \end{aligned}$$

とする．すなわち，$a_{3_2}^j$以外は定数である．ここでC_jは(1)，(2)式のクラスター数であり，本節では2.2.1節で説明した図2，図3のような外部入力とクラスター数の変化を用いた．このときの時系列$x_1(t)$を図5に，擬似最大リヤプノフ指数$\lambda(t)$の振舞いを図6に，アトラクタを図7にそれぞれ示す．モード変化に追随して，時系列の振舞い，擬似最大リアプノフ指数の値が変化していることが分かる．また，アトラクタはモード変化に追随して遷移していることが分かる．これらの結果より，本来，自律的に遷移するモデルダイナミクス，すなわち時系列，擬似最大リアプノフ指数，アトラクタの振る舞いが外部入力の変化で制御可能なことがわかる．

ここで重要なことは自律的なモード遷移と，その外部入力による制御が(12)〜(14)式のレスラー方程式で生成可能な振舞いに対して実現できたことである．すなわち，レスラー方程式の代わりに別のシステムを用いれば，そのシステムに表象可能な振舞いに対して同様な制御が可能であり，任意のシステムに対しても同様に可能である．

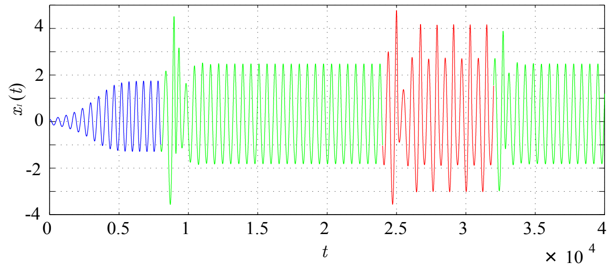

図 5　$x_1(t)$の時系列

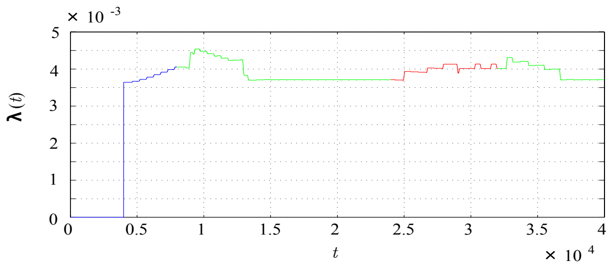

図 6　擬似最大リアプノフ指数の時間変化

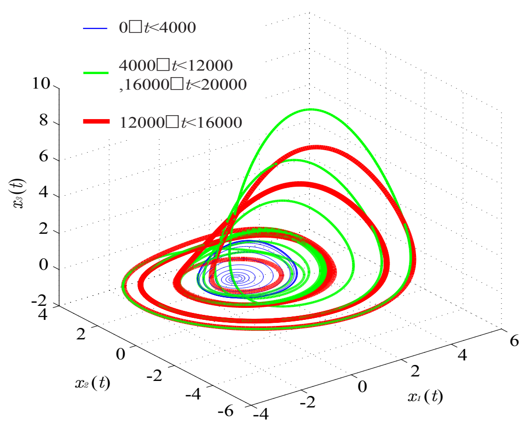

図 7　アトラクタ

3.2　生体循環系モデルのモード制御

ここでは，生体循環系への応用を考え，クラスター数$C(t)$の値を用いてレスラー方程式よりも生体モデルに近い，以下で示す３要素Windkesselモデル[7]を2.2.2節の図4の対象システム$\boldsymbol{f}$，$\boldsymbol{g}$，すなわち (3)式として考えた場合のシミュレーション結果について考察する．図8のブロック線図は，出力Pを用いて入力Qを決定するフィードバックシステムになっていることに注意しよう．

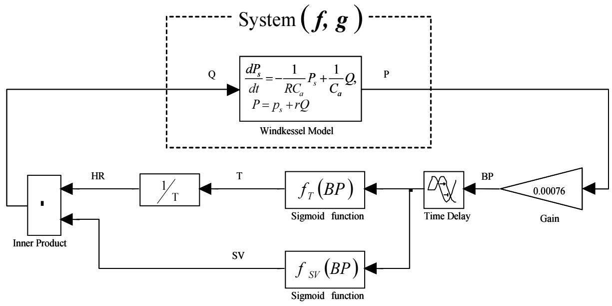

図 8　３要素Windkesselモデル

３要素Windkesselモデルとは，末梢血管抵抗R，動脈コンプライアンスC_a，および大動脈特性インピーダンスrの３要素で表現され，入力を大動脈流量Q，出力を大動脈圧Pとする電気回路モデルで循環系を近似したものである．この３要素Windkesselモデルにおいて成立する式は(15)式および(16)式である．

$$\frac{dP_s(t)}{dt} = -\frac{1}{RC_a}P_s(t) + \frac{1}{C_a}Q(t), \quad (15)$$

$$P(t) = P_s(t) + rQ(t). \quad (16)$$

ただし，$P_s(t)$は３要素Windkesselモデルの状態変数である．

また，圧反射の動作である動脈圧BPから心周期Tおよび一回拍出量SVの決定には，それぞれ以下の(17)式および(18)式のようにシグモイド関数的な非線形曲線を使用している．各定数については生理学的に妥当な数値を用いている[7]．

$$T = f_T(BP) = T_s + \frac{T_m - T_s}{1 + \gamma e^{-\alpha \frac{BP}{P_n}}}, \quad (17)$$

$$SV = f_{SV}(BP) = \frac{SV_{max}}{1 + \beta(\frac{BP}{P_v} - 1)^{-k}}, \quad (18)$$

$$T_s = 0.66[\mathrm{s}],$$

$$T_m = 1.2[\mathrm{s}],$$

$$
\begin{aligned}
P_n &= 89[\mathrm{mmHg}], \\
\alpha &= 31, \\
\gamma &= 6.7 \times 10^{13}, \\
SV_{max} &= 86[\mathrm{cm}^3], \\
P_v &= 25[\mathrm{mmHg}], \\
\beta &= 72, \\
k &= 7.
\end{aligned}
$$

これらをグラフ上にプロットするとそれぞれ図9および図10ような非線形曲線を描く．

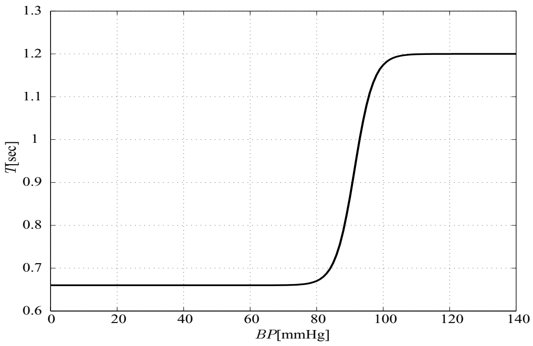

図 9　血圧Pと心周期T間の非線形関数f_T

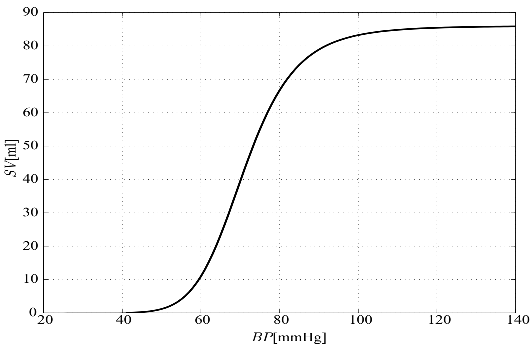

図 10　血圧Pと一回拍出量SV間の非線形関数f_{BP}

シミュレーションにあたっては時間$\tau = 2.5$だけ遅れて次の要素に入力されるよう，むだ時間をフィードバックループ枝に含めた（図8）[8]．

ここで，2.2.2節の(11)式の関数として，

$$
\begin{aligned}
R &= 1.2 \times 10^3[\mathrm{dyns/cm}^5], \\
C_a &= 1 \times 10^{-3}[\mathrm{dyns/cm}^5],
\end{aligned}
$$

$$
r = \begin{cases} 52[\mathrm{dyns/cm}^5] & \text{if } C(t) < 3 \text{ (mode 1)} \\ 120[\mathrm{dyns/cm}^5] & \text{if } C(t) \geq 3 \text{ (mode 2)} \end{cases} \tag{19}
$$

とするとき，入力$I(t)$を図11のように変化させた場合の，クラスター数$C(t)$を図12に，動脈圧BPを図13に，心拍数HRを図14に，一回拍出量SVを図15に，擬似最大リアプノフ指数$\lambda(t)$を図16に，アトラクタの振舞いを図17にそれぞれ示す．３要素Windkesselモデルの状態変数はP_sのみであるが，図17のアトラクタは生理学的に意味のある動脈圧BP，心拍数HR，一回拍出量SVを用いて描いている．アトラクタの再構成法の観点からは，フィードバックループに含まれる非線形写像と遅延素子による時間遅れ座標への再構成に相当すると考えられる[6, 9, 10]．

モード変化に追随して，動脈圧BP，心拍数HR，一回拍出量SVの時系列は周期的振動に変化し，擬似最大リアプノフ指数$\lambda(t)$は値が大きくなることが分かる．また，アトラクタの振舞いはモード変化に追随して図17の細線部（mode 1）から太線部（mode 2）に遷移していることが分かる．

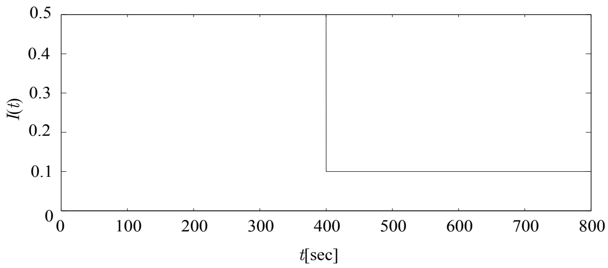

図 11　外部入力の時間変化

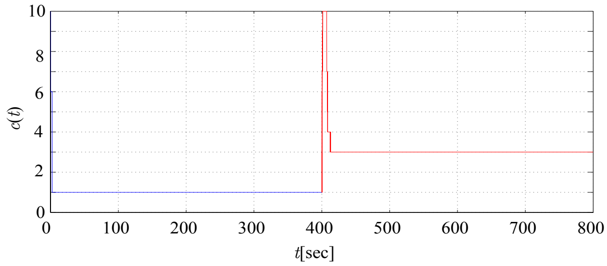

図 12　図11の外部入力によるクラスター数の時間変化

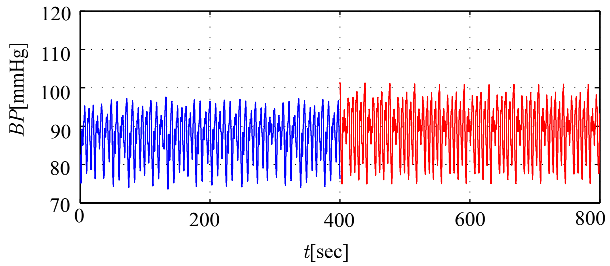

図 13　動脈圧の時間変化

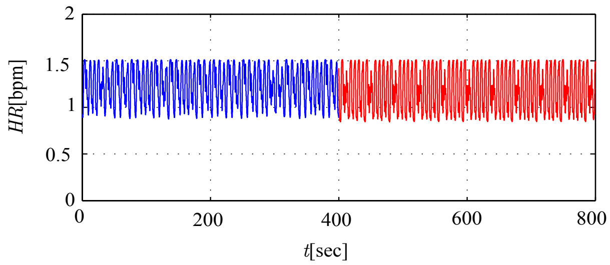

図 14　心拍数の時間変化

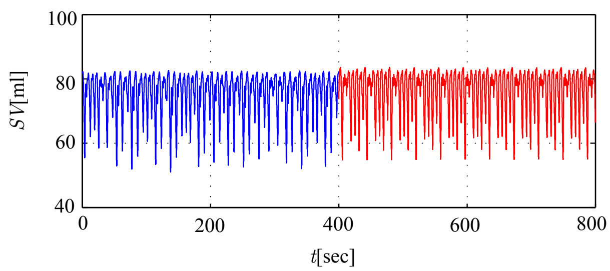

図 15　一回拍出量の時間変化

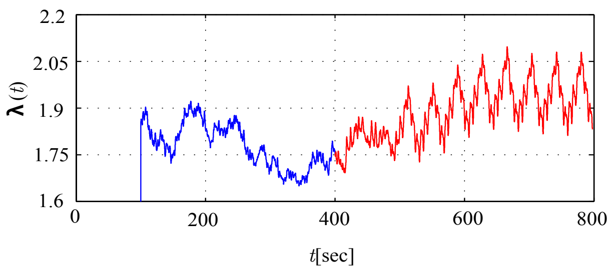

図 16　擬似最大リアプノフ指数の時間変化

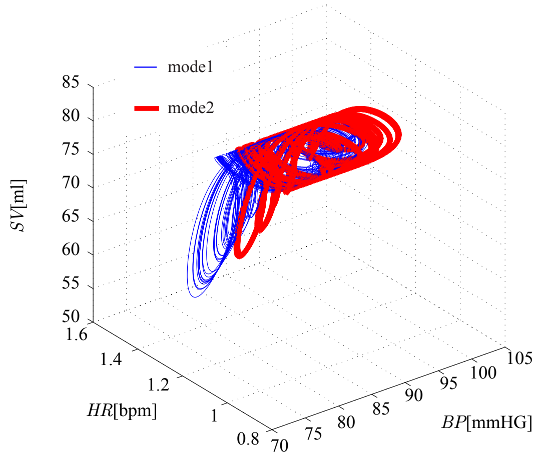

図 17　アトラクタ

ここで外部入力$I(t)$の変化を直接(14)式および(19)式のパラメータcおよびrに反映させる場合との比較について考察する．今回のシミュレーションの段階では，両者に明確な差異は無く，モード遷移はいずれの場合も表現可能であろう．しかし，外部入力がない場合の振舞いが決定的に異なる．すなわち，外部入力がない場合に自律的にモード間を遷移する振舞いと，外部入力がないと 1 つのモードに安定する振舞いである．たとえば，生体において，正常時に存在する制御が，病的な何らかの原因で正常に働かない状態に陥ると，ガン細胞増殖やてんかん発作などを引き起こす例が知られている．したがって，制御が働かない場合に自律的な遷移を呈する提案モデルのほうが，より自然なメカニズムであると考えられる．つまり，生体系はオープンシステムであり，常に外界とのインタラクションが存在し，そのような外部入力を遮断すると，基本的には暴走する傾向があると推測される．人工物の代表であるロボットは外部入力がなければ基本的に安定（動かない）であることと比較すると，生体系のモデリングおよびそのような系の制御には，提案モデルのようなこれまでと違った観点からのアプローチも一考に値するであろう．

4. おわりに

本研究では，生体の循環系の特徴量のダイナミクスがモードごとに変化する様子をふまえた上で，カオス的遍歴現象を応用して，潜在的に自律的変化能力をもつモデルの外部入力によるモード遷移制御手法を提案した．さらに，レスラー方程式，および循環系のモデルである３要素Windkesselモデルに提案手法を適用することで，実際にモード遷移制御が可能であることをシミュレーション結果より確認した．

生体ダイナミクスのモード遷移をこのように捉えたモデルはこれまでに提案されていないため，たとえば従来の循環系モデルに基づく人工心臓制御では，モード遷移は考慮されていない．とくに，従来の人工心臓の制御では，安静時における制御を目的としたものが多い．安静時の場合でも，多くの場合，中心動脈圧の上昇など種々の循環動態の異常が出現している．また，現存する制御方法の中で，運動による必要拍出量の変化など，刻々と変化する生体の要求に充分な応答速度で対応できるものは存在しない．そういった意味では，今回提案したモード遷移を考慮したモデルは人工心臓の制御における新しい方針として興味深いものである．しかし，生体の状態量におけるモードごとの振る舞いや状態量間の関係はまだあまり解明されておらず更なる解析が必要である．この解析が進めば今回の提案モデルと組み合わせることで自律的にモード遷移を行い，かつモード選択可能な生体の振舞いに近い生体モデルの構築も不可能ではない．

参考文献

1) 金子邦彦, 津田一郎：複雑系のカオス的シナリオ, 朝倉書店(1996).

2) I. Tsuda: Chaotic itinerancy as a dynamical basis of Hermeneutics in brain and mind, *World Futures*, 31, 105/122(1991)

3) K. Ikeda, K. Otsuka, and K. Matsumoto: Maxwell Bloch Turbulence, *Prog. Theor. Phys.* (Supplement) 99, 295/324(1989)

4) K. Kaneko: Clustering, coding, switching, hierarchical ordering, and control in network of chaotic elements, *Physica D*, Vol. 41, 137/172(1990)

5) 成田大気，本間経康，酒井正夫，吉澤誠，阿部健一：循環系におけるモード遷移ダイナミクスのカオス的遍歴モデル，東北大学医学部保健学科紀要，**13**-2，(2004, 印刷中)

6) 合原一幸：カオス時系列解析の基礎と応用，産業図書(2000)

7) S. Cavalcanti and E. Belardinelli: Modeling of cardiovascular variability using a differential delay equation, *IEEE Trans Biomed Eng.*, 43(10), 982/989(1996)

8) 井田智剛：循環系の動特性推定に関する研究，東北大学工学部電気工学科学士学位論文(1996)

9) F. Takens: Detecting strange attractors in turbulence, In D. A. Rand and B. S. Young, editors, Dynamical systems of turbulence, Vol. 898 of Lecture Notes in Mathematics, Berlin, 366/381(1981)

10) M. Yano, N. Homma, M. Sakai, and K. Abe: Phase-space reconstruction from observed time series using Lyapunov spectrum analysis, *Proc. SICE Annual Conference 2002*(2002.8)

11) 吉澤誠，田中明，阿部健一，竹田宏，山家智之，仁田新一，阿部裕輔，井街宏：人工心臓の制御，計測と制御，**38**-5，328/333(1999)

12) 阿部裕輔，鎮西恒夫，磯山隆，満渕邦彦，松浦弘幸，馬場一憲，河野明正，小野俊哉，望月修一，孫艶萍，今西薫，吉澤誠，田中明，内山賢一，藤正巖，渥美和彦，井街宏：完全人工心臓1/R制御による532日生存ヤギの血行動態と病体生理，人工臓器，**26**，21/26(1997)

13) A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, and J. A. Vastano: Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica D*, Vol. 16, pp. 285/317(1985)

14) 合原一幸：カオスの数理と技術－カオス，そしてフラクタル，複雑系への序章－，放送大学教育振興会(1997)

15) J. P. Eckmann, S. O. Kamphorst, D. Ruelle, and S. Ciliberto: Liapunov exponents from time series, *Phys. Rev. A*, Vol. 34, 4971/4979(1986)

16) M. Sano and Y. Sawada: Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 55, 1082/1085(1985)

17) S. Sato, M. Sano, and Y. Sawada: Practical methods of measuring the generalized dimension and the largest Lyapunov exponent in high dimensional chaotic systems, *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 77, 1/5(1987)

18) S. Wolfram: Universality and complexity in cellular automata, *Physica D*, Vol. 10, 1/35(1984)

19) G. Nicolis and I. Prigogine: *Self-organization in nonequilibrium sysytem*, John Wiley, New York(1977)

20) 矢野操：時系列信号のリヤプノフスペクトル解析に関する研究，東北大学大学院工学研究科修士学位論文(2001)