

パラレルリンク機構の評価のための一手法

A global evaluation of manipulability and dexterity for parallel mechanisms

○ 小笠原 伸二*, 平元 和彦*, 長縄 明大*

Shinji Ogasawara*, Kazuhiko Hiramoto*, Akihiro Naganawa*

* 秋田大学

* Akita University

キーワード: パラレルマニピュレータ (parallel manipulators), 可操作度 (manipulability measure), 可操作性楕円体 (manipulability ellipsoid)

連絡先: 〒010-8502 秋田市手形学園町1番1号 秋田大学工学資源学部機械工学科平元研究室 小笠原 伸二,
Tel.: (018)889-2972, Fax.: (018)837-0405, E-mail: oga@mech.akita-u.ac.jp

1. はじめに

近年, 産業用ロボットをはじめとする各種マニピュレータの用途は多岐にわたり, 多種多様な仕様を満足するような設計が求められてきている. また同時に多様な環境・作業に柔軟に対応することが可能な汎用性の高いロボット開発が期待されている. これらの目的達成のための一つの手段として, マニピュレータの機構系の最適化がある. リンク寸法などの機構パラメータを, ターゲットとする作業 (一つとは限らない) や作業領域に対して最適に設計することによって, より効率的な作業が実現できる.

マニピュレータは, その手先をある作業領域内で移動して作業を行う. 与えられた作業領域内で, マニピュレータに特定の作業を行わせる場合, 各関節を動作させるために要求されるエネルギーの総量と, 手先の (何らかの意味で測った) “動きやすさ”の比は, マニピュレータを構成する各々のリ

ンク寸法に強く依存する. よって, 与えられた作業領域や作業内容に対して, 最適なリンク寸法を決定することは, エネルギー効率の観点から非常に重要である.

前述したような, 与えられた作業領域に対するマニピュレータ機構の良否を定量的に評価するため, 関節速度ベクトルと手先速度ベクトルを関連付けるヤコビ行列に着目した指標が数多く提案されている. 研究報告例として, ヤコビ行列の特異値の積 (可操作度)¹⁾ や, その最小特異値の最大化を指標としたもの²⁾, ヤコビ行列の条件数 (最大特異値と最小特異値の比) を1に近づけることを指標としたもの³⁾などが挙げられる. これらは, それぞれマニピュレータの操作性や器用さの指標として用いられているが, それぞれの指標を最適化することの物理的な意味合いは, 互いに異なっており, ある指標について最適な機構は, 別の評価指標の下では, 必ずしも優れたものにはならな

い。本報告では、これらの様々な性能指標を、与えられた作業領域の中で、単一の評価指標として考慮することが可能な新しい評価指標を提案する。この評価指標を、与えられた作業領域に対して最大化するリンク寸法を探索すれば、従来提案されている操作性や器用さを同時に考慮した、優れた機構を設計できる。

本報告では、平面上で動作する5節の平行リンク機構を考える。提案する新しい評価指標が最大となるようなリンク寸法を求め、作業領域内の可操作性楕円体の形状分布を調べることによって、指標の有用性を示す。

以下、本報告の構成を述べる。第2章では、今回対象とする平行リンク機構を定義し、そのヤコビ行列を導出する。第3章で、本報告で提案する機構評価の評価関数を提案する。第4章で、提案する評価指標を用いて平行マニピュレータのリンク寸法の最適設計を行い、結果を考察する。第5章で本報告のまとめを行う。

2. 平行リンク機構

2.1 リンク機構の概要

Fig. 1は本報告で考える平行リンク機構の概略図を示している。本報告では平面内での作業を想定し、 (x, y) の基準座標系を考える。平行リンクは y 軸に関して対称となっており、それぞれ $(-a, 0)$ 、 $(a, 0)$ の位置で固定されているものとする。固定点からのびるリンクをリンク1とし長さを b 、リンク1の先端からのびるをリンク2として長さを c とする。二つあるリンク2の先端は、手先位置 $P: (x, y)$ で、連結されている。関節角度 q_1 、 q_2 を図のように定義する。

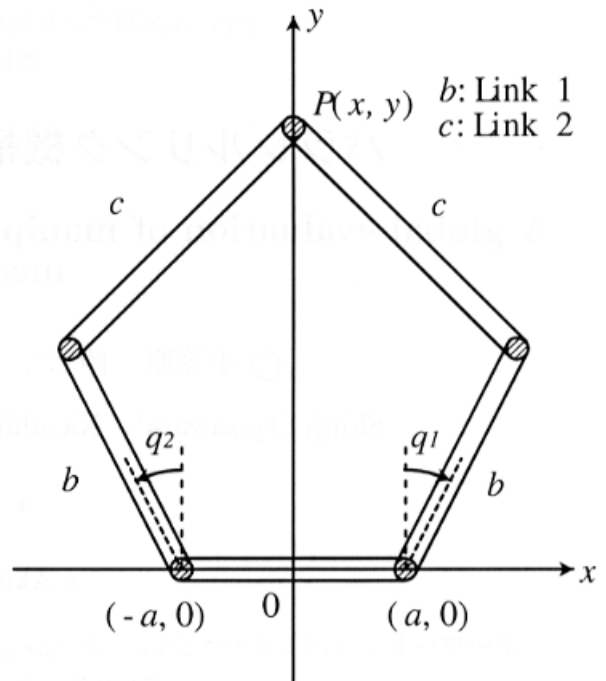


Fig. 1 平行リンク機構

2.2 作業領域の決定

前節で定義されたマニピュレータの機構評価を行うため、マニピュレータが作業を行う「作業領域」をFig. 2に示す。点 $(0, 1.45)$ を中心に縦、横ともに 0.5 [m]の正方形の領域を考え、さらに縦、横共に 0.05 [m]間隔に分割する。この領域の分割によって、得られる 121 個の点を用いることによって作業領域内の評価を考える。

2.3 ヤコビ行列の導出

与えられた機構の良否を評価する際、関節速度と手先の速度を関連付けるヤコビ行列が重要な役割を果たす。文献¹⁾⁻³⁾で提案されている機構評価の指標は、すべてヤコビ行列の特異値に基づいたものである。本報告において後に提案する評価指標も、ヤコビ行列の特異値を用いたものである。本節では、機構評価の鍵となる、Fig. 1の平行リンク機構のヤコビ行列を求める。

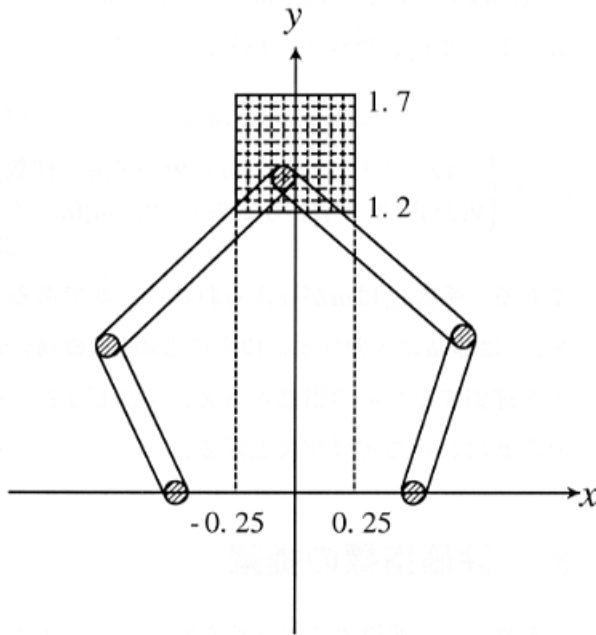


Fig. 2 作業領域

Fig. 1から, x, y, a, b, c, q_1, q_2 の関係式は

$$(x - a - b \sin q_1)^2 + (y - b \cos q_1)^2 = c^2 \quad (1)$$

$$(x + a + b \sin q_2)^2 + (y - b \cos q_2)^2 = c^2 \quad (2)$$

となる. この式を変形すると

$$A_1 \cos q_1 + B_1 \sin q_1 = C_1 \quad (3)$$

$$A_2 \cos q_2 + B_2 \sin q_2 = C_1 \quad (4)$$

となる. ただし

$$A_1 = y \quad (5)$$

$$B_1 = x - a \quad (6)$$

$$C_1 = \frac{(x - a)^2 + y^2 + b^2 - c^2}{2b} \quad (7)$$

$$A_2 = y \quad (8)$$

$$B_2 = -(x + a) \quad (9)$$

$$C_2 = \frac{(x + a)^2 + y^2 + b^2 - c^2}{2b} \quad (10)$$

である. この式から q_1 と q_2 を求めると

$$q_1 = \text{atan2}(B_1, A_1) \pm \text{atan2}(\sqrt{A_1^2 + B_1^2 - C_1^2}, C_1) \quad (11)$$

$$q_2 = \text{atan2}(B_2, A_2) \pm \text{atan2}(\sqrt{A_2^2 + B_2^2 - C_2^2}, C_2) \quad (12)$$

となる.

ここで, 関数 atan2 とは Fig. 3 のような図を考えた場合, $\text{atan2}(\alpha, \beta)$ は, xy 座標平面上の点 (β, α) と原点を結んだ線分の x 軸とのなす角として定義される関数である.

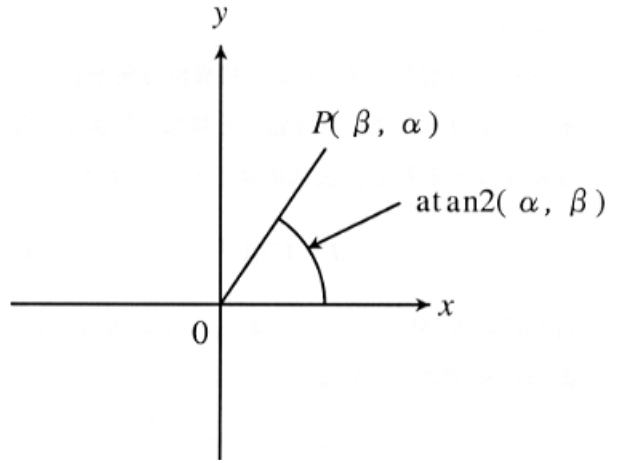


Fig. 3 関数 atan2

式(1), (2)を用いて, 本パラレルリンクの速度特性を考える.

式(1)を時間で微分すると

$$\begin{aligned} (x - a - b \sin q_1)\dot{x} + (y - b \cos q_1)\dot{y} \\ = -(x - a)b \cos q_1 \dot{q}_1 + yb \sin q_1 \dot{q}_1 \end{aligned} \quad (13)$$

となる. 同様にして式(2)を時間で微分すると

$$\begin{aligned} (x + a + b \sin q_2)\dot{x} + (y - b \cos q_2)\dot{y} \\ = ((x + a)b \cos q_2 + yb \sin q_2)\dot{q}_2 \end{aligned} \quad (14)$$

となる. これらの結果を行列で表現すると

$$J_l \dot{r} = J_r \dot{q} \quad (15)$$

となる. ここで

$$J_l = \begin{bmatrix} x - a - b \sin q_1 & y - b \cos q_1 \\ x + a + b \sin q_2 & y - b \cos q_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\dot{r} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$J_r = \text{diag}(J_r^{11}, J_r^{22}) \quad (18)$$

$$J_r^{11} = -(x-a)b \cos q_1 + yb \sin q_1 \quad (19)$$

$$J_r^{22} = (x+a)b \cos q_2 + yb \sin q_2 \quad (20)$$

である.

以上の結果から, ヤコビ行列 J は

$$J = J_l^{-1} J_r \quad (21)$$

となる.

次にヤコビ行列 J に対し, 特異値分解を行う. 一般に, ヤコビ行列 J の特異値分解は, 行列 J の次元を $m \times n$ とすると, 次式のように与えられる.

$$J = U \Sigma V^T \quad (22)$$

行列 U および V は, それぞれ $m \times m$ および $n \times n$ の直行行列であり, Σ は

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 & \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & \dots & \sigma_m & \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$(\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0) \quad (24)$$

で与えられる. $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$ は J の特異値であり, 行列 $J J^T$ の固有値 λ_i ($i = 1, \dots, m$)を大きいものから順に並べたものの平方根である. あるマニピュレータの姿勢におけるヤコビ行列の特異値分解の結果から, 可操作性楕円体¹⁾を定義することが出来る. 可操作性楕円体は, ヤコビ行列の特異値をその主軸の長さに持ち, 各軸の方向は行列 U の対応する列ベクトルで表される. すなわち, 可操作性楕円体の主軸は, 行列 U の第 i 列ベクトルを u_i で表せば, $\sigma_1 u_1, \sigma_2 u_2, \dots, \sigma_m u_m$ で与えられる. ヤコビ行列の特異値はその値が大きいほど, その軸方向で, エンドエフェクタが速度を発生しやすいという物理的な意味があることから, ヤコビ行列の特異値, 特にその最大特異値と最小特異値の値は, 機構評価の指標を構成する重要な要素である.

可操作性楕円体から誘導される操作能力 (マニピュレータの手先速度の発生しやすさ) の目安の

代表的なものとしては, 楕円体の体積があげられる, これは $c_m \omega$ で与えられる. ここで,

$$\omega = \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_m \quad (25)$$

$$c_m = \begin{cases} (2\pi)^{m/2} / [2 \cdot 4 \dots (m-2) \cdot m] (m: \text{偶数}) \\ 2(2\pi)^{(m-1)/2} / [1 \cdot 3 \dots (m-2) \cdot m] (m: \text{奇数}) \end{cases} \quad (26)$$

である. 係数 c_m は m が与えられれば定数であるから, ω は体積に比例する. ゆえにこの ω を機構の良否を評価するための指標と考え, マニピュレータの姿勢における可操作度と呼ぶ.

3. 評価指標の提案

本章では, 前節までに求められたパラレルマニピュレータのヤコビ行列の特異値を用いて, 与えられた作業領域に対して, 様々な観点から機構の良否を評価できる以下のような単一の評価指標 W を提案する.

$$W := \frac{W_1}{W_2 \times W_3} \quad (27)$$

ここで, W_i ($i = 1, 2, 3$)は, 以下のように定義される.

指標 W_1 : 作業領域内での可操作度の平均値を評価する. W_1 を, 以下で定義する.

$$W_1 := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i \quad (28)$$

ここで, N は, 作業領域内で評価を行う点数であり, 本報告では $N = 121$ である. α_i は, 次式で与えられるある手先位置での可操作度である.

$$\alpha_i := \sigma_1 \sigma_2 \quad (29)$$

σ_i ($i = 1, 2$)は, 手先が作業領域の1点上にあるときの, 式(22)で与えられる本パラレルリンク機構のヤコビ行列の特異値である. なお, 本報告では, 作業領域内に特異点は存在しないと仮定する. 本指標が大きければ, 作業領域全体で, 可操作度は大きく, 操作性は良好であると言える.

指標 W_2 : 次式で定義される, 作業領域での可操作度の一様性を評価する指標である.

$$W_2 := \max_i \alpha_i - \min_j \alpha_j, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (30)$$

W_2 が小さければ, 全領域にわたって可操作度のばらつきは小さく, 作業領域内で操作性の極端な相違は少ない.

指標 W_3 : マニピュレータの器用さの評価. 次式で定義される.

$$W_3 := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \gamma_i \quad (31)$$

ここで, γ_i は, ヤコビ行列の最大特異値と最小特異値の比で,

$$\gamma_i := \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad (32)$$

と与えられる¹. W_3 が小さければ (最小値は1である.), 作業領域内で描かれる可操作性楕円体は球体に近くなり, どの方向にも同程度の速度を発生できることになる.

本報告で提案する評価指標 W (式(27))は, 上記の各指標を総合したものと考えることができる. 明らかに, W は, 与えられた作業領域および機構パラメータ (リンク寸法等) の関数であり, より大きな W が得られるような作業領域や機構パラメータを探索すれば, 前述の物理的な意味で, 優れた作業領域および機構を設計することが出来る. 本報告では, 作業領域は固定し, 特異点が領域内に存在しない範囲内で, パラレルリンクマニピュレータの機構パラメータを変化させ, W の意味で優れた機構を導出する.

注意 1 式(27)は, 文献^{1), 3)}など, 機構評価で多く採用されている評価指標を直接的に含んでいる. 特異点回避に関連した²⁾の結果は, 指標 W_1, W_2, W_3 の最適化によって, 間接的に達成される. W を

$$W' := \frac{W}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_2^i} \quad (33)$$

¹ヤコビ行列 J の条件数の逆数

と変更すれば, 作業領域内において, 最小特異値も直接評価することが可能になる. ここで, σ_2^i ($i = 1, \dots, N$)は, それぞれの手先位置でのヤコビ行列 J の最小特異値である.

注意 2 中間的な評価として, $W'' := W_1/W_2$ も考えることが出来る. この評価が大きければ, 作業領域内での可操作度は高く, 領域内各点での可操作度のばらつきも小さくなることが期待できる.

注意 3 作業領域内で期待値をとる部分 (例: 式(29))を, 次式のような重み付期待値として, 作業領域内での特定領域の重要性を考慮することも可能である.

$$\frac{1}{NS_d} \sum_{i=1}^N d_i \alpha_i \quad (34)$$

ここで, $d_i > 0$ ($i = 1, \dots, N$)は, 設計者が指定可能な重みであり, $S_d := \sum_{i=1}^N d_i$ である. 例えば, ある特定作業を多く行い, 作業領域内での特定領域での機構の性能が特に重要な場合は, その領域での d_i を大きくすればよい.

4. 結果と考察

本報告ではリンク寸法は, $a=0.5$ とし, b, c をそれぞれ $0.8[\text{m}] \sim 1.2[\text{m}]$ まで $0.02[\text{m}]$ 刻みで変化させる. しかし, マニピュレータの手先が作業領域の4端点 $(-0.25, 1.2), (0.25, 1.2), (-0.25, 1.7), (0.25, 1.7)$ に到達できなければならない. この条件を満たさないリンク寸法の組み合わせは考えないものとする. Fig.4~Fig.7にそれぞれの評価結果を示す. Fig.4からわかるように W_1 が最大となるのは $b=1.2, c=0.8$ の時である. Fig.5からわかるように W_2 が最小となるのは $b=0.8, c=1.2$ の時である. b が大きく, c が短い時には W_2 が急激に大きくなっているのがわかる. Fig.6からわかるように W_3 が最小となるのは $b=0.8, c=1.2$ の時である. この場合も評価2と同様に b が大きく, c が短い時には W_3 が急激に大きくなっているのがわかる. これはパラレルリンク機

構の手先が特異点近傍に近づくことにより、可操作楕円体の長軸と短軸の長さの差が大きくなったためであると考えられる。これらの評価を総すると、Fig.7からわかるように W が最大となるのは $b=0.86, c=1.2$ の時である。この指標は、作業領域内での可操作性とその一様性、可操作楕円体の真円度を同時に評価可能であり、その意味でマニピュレータの（与えられた作業領域内での）機構の良否を多目的に評価したものと見える。

Fig.8は、リンク長さを $b=1, c=1$ とした場合（点線）とリンク長さを $b=0.86, c=1.2$ にした場合（実線）の作業領域での可操作楕円体を示している。提案した評価手法で最適なリンク長さの組み合わせの場合は可操作度は小さくなっているが楕円体は真円に近くなり、作業領域全体での可操作度の差も小さくなっていることがわかる。

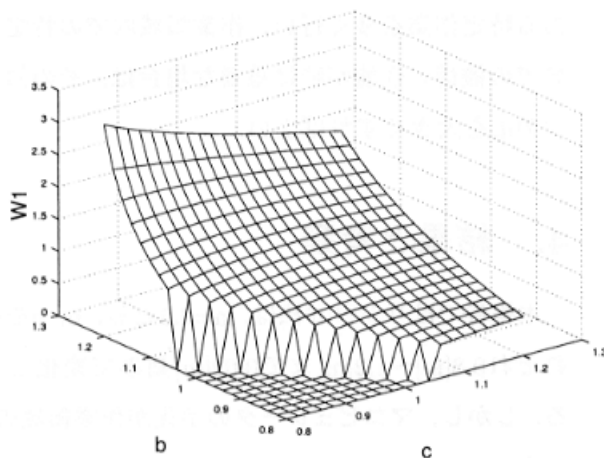


Fig. 4 指標 W_1

5. まとめ

本報告では5節の平行リンク機構を考え、機構の良否を多目的に評価できる指標を提案した。本評価指標によって、マニピュレータの与えられた作業領域に対する可操作度と、その一様性および器用さを同時に考慮できることを示した。5節の平行リンク系に対して、提案する新しい評価

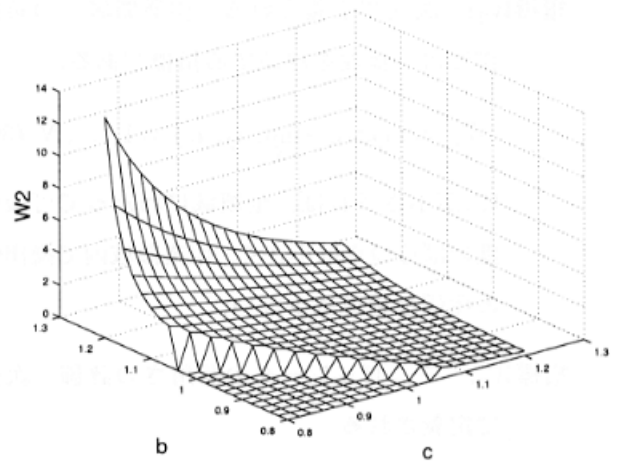


Fig. 5 指標 W_2

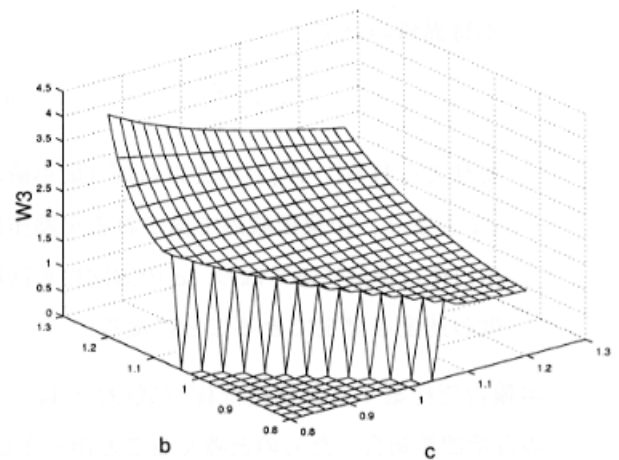


Fig. 6 指標 W_3

指標が最大となるようなリンク寸法を求めた。

今後は作業領域を固定しない場合や動特性を考慮にいたった場合について検討する。

参考文献

- 1) T. Yoshikawa: Manipulability and redundancy control of robotic mechanisms, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, 2, 1004/1009 (1985).
- 2) C. A. Klein and C.-H. Huang: Review of Pseudoinverse control for use with kinematically

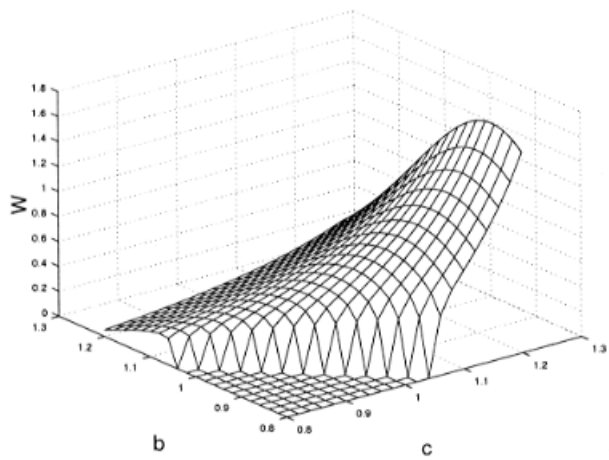


Fig. 7 評価指標 W

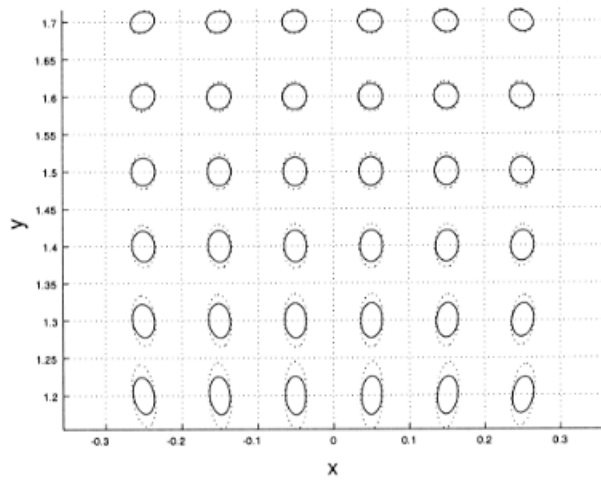


Fig. 8 可操作性楕円体の比較

redundant manipulators, IEEE Trans. Syst., Man and Cybernetics, 13, 245/250 (1983).

- 3) R. S. Stoughton and T. Arai: A modified Stewart platform manipulator with improved dexterity, IEEE Trans. Robotics and Automation, 9-2, 166/173 (1993).