

多孔質体内水流ベクトルの計測理論

Theory for the Measurement of Velocity Vector of Water Flowing in Porous Material

原 道宏

Michihiro Hara

岩手大学

Iwate University

キーワード： 流速ベクトル (velocity vector), 測温位置誤差 (errors in measuring points), 熱トレーサー法 (heat tracer method), 多孔質体 (porous material), 水流 (water flow)

連絡先： 〒020-8550 盛岡市上田 3-18-8 岩手大学農学部農林環境科学科リサイクル生物生産工学講座環境制御工学研究室 原道宏, TEL&FAX: (019)621-6125, E-mail: mrhara@iwate-u.ac.jp

1. はじめに

土壌のような多孔質体の中を流れる水など流体の速度ベクトルは土壌物理学、環境汚染、自然災害や農業などの分野において最も関心を持たれている事項の一つである。それゆえ古くから多くの研究者が多様な方法でこの測定について研究している (Dirksen 1972, 1974; Byrne ら 1967, 1968 など)。多孔質内の水流速計測への熱トレーサーの使用については、Ren ら(2000)は数値解法を計測に応用し、Wang ら(2002)は解析解の利用を提案し、Ochsner ら(2005)は解析解により計測した。遠藤・原(2003a)は熱トレーサーに 5 極子センサ (QPHP センサ) を導入し水流速ベクトル計測理論式を用いて計測精度を検討し、遠藤・原(2003b)は QPHP センサを用いて傾斜成層において計測し、他の計測値と比較した。

本論文の目的は、熱トレーサー法により多孔質内の水流速ベクトル計測する場合において、センサの設置位置に誤差があることを考慮に入れ、その対処方法をも含む計測理論を開発することである。

2. 材料および方法

無限場における等温・均質・等方性の多孔質体を扱う。多孔質体の熱特性には、温度伝導率 κ [m^2/s], 体積熱容量 C_v [$\text{J}/(\text{K m}^3)$], 熱伝導率 K [$\text{J}/(\text{K m s})$] があり、多孔質体中の水流ベクトル u の x, y, z 成分は (u_x, u_y, u_z) [m/s] であるが、それらは、いずれも、もちろん、未知である。

熱トレーサー法を実施するため、点熱源または直線熱源 (以下、線熱源と略称) を用いる。点熱源の位置を座標原点、また線熱源の位置を z 軸とする。座標軸上の、熱源に対して対称の位置に、温度センサを配置する。すなわち、点熱源に対しては xyz 座標軸上の 6 箇所、線熱源に対しては xy 座標軸上の 4 箇所に配置する。こうすることで、点熱源 + 6 測温点により流速ベクトルの全成分 (u_x, u_y, u_z) が、また、線熱源 + 4 測温により 2 成分 (u_x, u_y) が、それぞれ計測されるものと期待される。なお、上記のように熱特性は未知と仮定しているため、必要な熱特性は同

時に計測するものとする。すなわち、計測理論は、必要な熱特性および流速ベクトルのすべてを求められるものでなければならない。

測温点の位置は、いずれも、座標軸上の、原点からの距離が r [m] とする。ただし、厳密には測点ごとにこの距離は異なり、厳密に r ではなく、誤差が不可避と考えられる。測温センサの設置位置誤差に対する対応は、本理論において必須と考えられるので、それは本論において述べるものとする。

熱源（上記のように、点熱源または線熱源）は期間 t_0 [s] の間、一定強度で発熱するものとする。熱源がこの期間に発生した熱量の総量を Q （単位は、点熱源では[J]、線熱源では[J/m]）とする。時間軸の原点を発熱期間の中点にとる。すなわち、発熱期間は $-t_0/2 < t < t_0/2$ である。

温度測定は連続的に行われるものとし、特に、温度上昇が最高温度に達した時刻、 t_m [s] および最高上昇温度 T_m [degC] は計測結果から割り出されるものとする。

3. 結果

3.1 測温センサの設置位置に誤差が無い場合の理論

ここでは3次元計測を中心に記す。ただし、下記の p を3から2にすることにより線熱源の場合について対応できる。

瞬間点熱源 Q_3 [J]による温度上昇は次の通りである。

$$v_3[x, y, z, t] = \frac{Q_3}{(4\pi\kappa t)^{3/2} C_v} \exp\left[-\frac{(x-u_x t)^2 + (y-u_y t)^2 + (z-u_z t)^2}{4\kappa t}\right]$$

期間 $-t_0/2 < t < t_0/2$ の間、一定強度 Q_3/t_0 [J/s] を発熱した後の温度上昇は次の通りである。

$$T_3[x, y, z, t] = \int_{-t_0/2}^{t_0/2} \frac{Q_3/t_0}{(4\pi\kappa\tau)^{3/2} C_v} \exp\left[-\frac{(x-u_x\tau)^2 + (y-u_y\tau)^2 + (z-u_z\tau)^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau \quad (t > \frac{t_0}{2})$$

温度上昇 T_3 は次のように書き直される。

$$T_3[x, y, z, t] = \exp\left[\frac{u_x x}{2\kappa} + \frac{u_y y}{2\kappa} + \frac{u_z z}{2\kappa}\right] \int_{-t_0/2}^{t_0/2} \frac{Q_3/t_0}{(4\pi\kappa\tau)^{3/2} C_v} \exp\left[-\frac{r^2 + u^2\tau^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau$$

$$\text{where } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{ and } u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

原点に対して対称の位置にある2点 $\{x, y, z\}$, $\{-x, -y, -z\}$ における温度上昇の差の和に対する比は、次のように双曲線正接となるが、その値は時間に関わらず一定である。

ただし、双曲線正接 $\tanh[x]$ は $(e^x - e^{-x}) / (e^x + e^{-x})$ である。

$$\frac{T_3[x, y, z, t] - T_3[-x, -y, -z, t]}{T_3[x, y, z, t] + T_3[-x, -y, -z, t]} = \tanh\left[\frac{u_x x}{2\kappa} + \frac{u_y y}{2\kappa} + \frac{u_z z}{2\kappa}\right]$$

(u_x, u_y, u_z) を求めるには次式がふさわしい。ただし、 $\tanh^{-1}[x]$ は $\tanh[x]$ の逆関数である。

$$\frac{u_x x}{2\kappa} + \frac{u_y y}{2\kappa} + \frac{u_z z}{2\kappa} = \tanh^{-1}\left[\frac{T_3[x, y, z, t] - T_3[-x, -y, -z, t]}{T_3[x, y, z, t] + T_3[-x, -y, -z, t]}\right]$$

まず、無次元数 $\{H_x, H_y, H_z\}$ を次のように定義する。

$$H_x \equiv \frac{r u_x}{2\kappa}, \quad H_y \equiv \frac{r u_y}{2\kappa}, \quad H_z \equiv \frac{r u_z}{2\kappa}$$

これらは、測温点における温度上昇 T_3 から、次のように求められる。

$$H_x \equiv \frac{r u_x}{2\kappa} = \tanh^{-1}\left[\frac{T_3[r, 0, 0, t] - T_3[-r, 0, 0, t]}{T_3[r, 0, 0, t] + T_3[-r, 0, 0, t]}\right]$$

$$H_y \equiv \frac{r u_y}{2\kappa} = \tanh^{-1}\left[\frac{T_3[0, r, 0, t] - T_3[0, -r, 0, t]}{T_3[0, r, 0, t] + T_3[0, -r, 0, t]}\right]$$

$$H_z \equiv \frac{r u_z}{2\kappa} = \tanh^{-1} \left[\frac{T_3[0, 0, r, t] - T_3[0, 0, -r, t]}{T_3[0, 0, r, t] + T_3[0, 0, -r, t]} \right]$$

しかし、温度伝導率 κ が未知であるので、その求解を追究しなければならない。無次元数 H を次のように定義する。

$$H \equiv \frac{r u}{2\kappa}$$

この H の値は、上記の H_x , H_y , H_z から次のように計算される。

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2}$$

一方、対称点における温度上昇の相乗平均 $G_3[x, y, z, t]$ は次のように計算される。

$$G_3[x, y, z, t] \equiv \sqrt{T_3[x, y, z, t] T_3[-x, -y, -z, t]}$$

これは、伝熱理論においては次のようになる。

$$G_3[x, y, z, t] = \int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{Q_3/t_0}{(4\pi\kappa\tau)^{3/2} C_v} \exp\left[-\frac{r^2 + u^2 \tau^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau$$

$$\text{where } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{ and } u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

ここまでは点熱源を対象にしてきたが、次のように p を設定すれば線熱源の場合に移行できる。

$$G_p[r, t] = \int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{Q_p/t_0}{(4\pi\kappa\tau)^{p/2} C_v} \exp\left[-\frac{r^2 + u^2 \tau^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau$$

for a point heat source at the origin, $p=3$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ and $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$, and

for a line heat source on z -axis, $p=2$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ and $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$.

さて、 κ の求解を進めよう。

対称点における温度の相乗平均の時間ピーク値は次式を満たす。

$$\frac{dG_p[r, t]}{dt} = 0 \text{ at } t = t_m \text{ and } G_{p,m} = G_p[r, t_m]$$

すなわち次の通りである。

$$\left[\frac{Q_p/t_0}{(4\pi\kappa\tau)^{p/2} C_v} \exp\left[-\frac{r^2 + u^2 \tau^2}{4\kappa\tau}\right] \right]_{t_m-t_0/2}^{t_m+t_0/2} = 0$$

したがって、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{(t_m + \frac{t_0}{2})^{p/2}} \exp\left[-\frac{r^2 + u^2 (t_m + \frac{t_0}{2})^2}{4\kappa (t_m + \frac{t_0}{2})}\right] = \frac{1}{(t_m - \frac{t_0}{2})^{p/2}} \exp\left[-\frac{r^2 + u^2 (t_m - \frac{t_0}{2})^2}{4\kappa (t_m - \frac{t_0}{2})}\right]$$

これは、変形すれば、次のようになる。

$$\frac{r^2 + u^2 (t_m - \frac{t_0}{2})^2}{4\kappa (t_m - \frac{t_0}{2})} - \frac{r^2 + u^2 (t_m + \frac{t_0}{2})^2}{4\kappa (t_m + \frac{t_0}{2})} = \frac{p}{2} \ln\left[\frac{t_m + \frac{t_0}{2}}{t_m - \frac{t_0}{2}}\right]$$

ここで、 $m=(t_0/2)/t_m$ および $M=\ln[(1+m)/(1-m)]/2$ を定義し導入すると、次のようになる。

$$\frac{r^2 + u^2 t_m^2 (1-m)^2}{4 \kappa t_m (1-m)} - \frac{r^2 + u^2 t_m^2 (1+m)^2}{4 \kappa t_m (1+m)} = pM$$

これを t_m (ピーク時刻) の方程式として整理すれば、次のようになる。

$$t_m^2 u^2 + \frac{2 \kappa M p t_m}{m} - \frac{r^2}{1-m^2} = 0 \quad (1)$$

ここで、先に定義した関係：

$$u = \frac{2H}{r} \kappa$$

により、未知数を u から κ に変えれば、 κ についての方程式を次のように得る。

$$\kappa^2 + \frac{M p r^2}{2 H^2 m t_m} \kappa - \frac{r^4}{4 H^2 (1-m^2) t_m^2} = 0 \quad (2)$$

無縁根 ($\kappa < 0$) を捨てれば、温度伝導率 κ の解は次のようになる。

$$\kappa = \frac{m}{(1-m^2) M \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 H^2 m^2}{(1-m^2) M^2 p^2}} \right)} \frac{r^2}{p t_m} \quad (3)$$

ここで、 $M = \ln[(1+m)/(1-m)]/2$ であるので、これは次のように書ける。

$$\kappa = \frac{1}{1-m^2} \frac{2m}{\ln\left[\frac{1+m}{1-m}\right]} \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{1-m^2} \left(\frac{2m}{\ln\left[\frac{1+m}{1-m}\right]} \right)^2 \left(\frac{2H}{p} \right)^2}} \frac{r^2}{2 p t_m} \quad (3a)$$

温度伝導率 κ が求められたので流速 u は次のように求められる。

$$u = \frac{2H}{r} \kappa = \frac{1}{1-m^2} \frac{2m}{\ln\left[\frac{1+m}{1-m}\right]} \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{1-m^2} \left(\frac{2m}{\ln\left[\frac{1+m}{1-m}\right]} \right)^2 \left(\frac{2H}{p} \right)^2}} \frac{H r}{p t_m} \quad (3b)$$

流速の各成分は、次のようになる。

$$u_x = u \frac{H_x}{H}, \quad u_y = u \frac{H_y}{H}, \quad u_z = u \frac{H_z}{H} \quad (4)$$

速度ベクトルの成分 $\{u_x, u_y, u_z\}$ がこのように求められた。

体積熱容量 C_v は次式により求められる。すなわち、積分の計算が必要である。

$$C_v = \frac{Q_p / t_0}{(4 \pi \kappa)^{p/2} G_{p,m}} \int_{t_m - t_0/2}^{t_m + t_0/2} \frac{1}{\tau^{p/2}} \exp\left[-\frac{r^2 + u^2 \tau^2}{4 \kappa \tau}\right] d\tau \quad (5)$$

なお、 m の値が 1 より小さく十分 0 に近い場合には、 $2m/\ln[(1+m)/(1-m)]$ は $(1-m^2)^{1/3}$ に非常に近いので次の近似式が成り立つ。この近似式の誤差は $0 < m < 0.43$ で 0.1% 以下、 $0 < m < 0.7$ で 1% 以下である。

$$\kappa \approx \frac{2}{(1-m^2)^{2/3} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{1-m^2}} \left(\frac{2H}{p} \right)^2} \right)} \frac{r^2}{2 p t_m} \quad (6a)$$

$$u = \frac{2H}{r} \kappa \approx \frac{2}{(1-m^2)^{2/3} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{1-m^2}} \left(\frac{2H}{P} \right)^2} \right)} \frac{Hr}{Pt_m} \quad (6b)$$

さらに、Hが1に比べて小さい場合には次のように近似される。

$$\kappa \approx \frac{1}{\sqrt[3]{1-m^2} \left(\sqrt[3]{1-m^2} + \left(\frac{H}{P} \right)^2 \right)} \frac{r^2}{2Pt_m} \quad (7a)$$

$$u = \frac{2H}{r} \kappa \approx \frac{1}{\sqrt[3]{1-m^2} \left(\sqrt[3]{1-m^2} + \left(\frac{H}{P} \right)^2 \right)} \frac{Hr}{Pt_m} \quad (7b)$$

3. 2 測温センサの設置位置に誤差がある場合

ここでは、線熱源の場合について述べる。

まず、瞬間熱源の場合からはじめよう。温度上昇は次の通りである。

$$v_2[x, y, t] = \frac{Q_2}{4\pi\kappa t C_v} \exp\left[-\frac{(x-u_x t)^2 + (y-u_y t)^2}{4\kappa t}\right]$$

簡単化のため次のように定義する。

$$P = \{x, y\} \text{ and } u \equiv \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

すると、温度上昇は次のように書ける。

$$v_2[P, t] = \exp\left[\frac{xu_x}{2\kappa} + \frac{yu_y}{2\kappa}\right] \frac{Q_2}{4\pi\kappa t C_v} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2 + u^2 t^2}{4\kappa t}\right]$$

有限時間 $(-t_0/2 < t < t_0/2)$ における熱パルス発生後の温度上昇は次のようになる。

$$T_2[P, t] = \exp\left[\frac{u_x x}{2\kappa} + \frac{u_y y}{2\kappa}\right] \int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{Q_2/t_0}{4\pi\kappa\tau C_v} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2 + u^2 \tau^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau \quad \left(t \geq \frac{t_0}{2}\right)$$

測温点の座標は次の通り。

- (1) $P_1=(x_1, y_1)=(r_1, 0)$ and $P_2=(x_2, y_2)=(-r_2, 0)$
- (2) $P_3=(x_3, y_3)=(r_3, 0)$ and $P_4=(x_4, y_4)=(-r_4, 0)$

測温点の原点からの距離の平均を r とし、平均との相対誤差を e_k と置く。

$$r \equiv \frac{r_1 + r_2 + r_3 + r_4}{4}, \quad e_k \equiv \frac{r_k - r}{r} \quad (1 \leq k \leq 4), \quad \sum_{k=1}^4 e_k = 0$$

すなわち、

$$r_1=r(1+e_1), r_2=r(1+e_2), r_3=r(1+e_3) \text{ and } r_4=r(1+e_4).$$

である。このとき、各測温点における温度上昇は次のとおりである。

$$\begin{aligned} T_2[P_1, t] &= \exp\left[\frac{u_x r (1+e_1)}{2\kappa}\right] \int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{Q_2/t_0}{4\pi\kappa\tau C_v} \exp\left[-\frac{(r(1+e_1))^2 + u^2 \tau^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau \\ T_2[P_2, t] &= \exp\left[-\frac{u_x r (1+e_2)}{2\kappa}\right] \int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{Q_2/t_0}{4\pi\kappa\tau C_v} \exp\left[-\frac{(r(1+e_2))^2 + u^2 \tau^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau \\ T_2[P_3, t] &= \exp\left[\frac{u_y r (1+e_3)}{2\kappa}\right] \int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{Q_2/t_0}{4\pi\kappa\tau C_v} \exp\left[-\frac{(r(1+e_3))^2 + u^2 \tau^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau \\ T_2[P_4, t] &= \exp\left[-\frac{u_y r (1+e_4)}{2\kappa}\right] \int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{Q_2/t_0}{4\pi\kappa\tau C_v} \exp\left[-\frac{(r(1+e_4))^2 + u^2 \tau^2}{4\kappa\tau}\right] d\tau \end{aligned}$$

ここで、 t が大きい場合には次のような近似が成り立つことを用いる。

$$\left(\int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{\exp\left[-\frac{r^2+u^2\tau^2}{4\kappa\tau}\right]}{\tau} d\tau \right) / \left(\int_{t-t_0/2}^{t+t_0/2} \frac{\exp\left[-\frac{r^2+u^2\tau^2}{4\kappa\tau}\right]}{\tau^2} d\tau \right) \approx \frac{1}{t}$$

すると、各測温点ペアにおける昇温差の昇温和に対する比は次のように近似される。

$$\frac{T_2[P_1, t] - T_2[P_2, t]}{T_2[P_1, t] + T_2[P_2, t]} \approx \tanh\left[\left(1 + \frac{e_1 + e_2}{2}\right) \left(H_x - \frac{(e_1 - e_2)r^2}{4\kappa t}\right)\right]$$

$$\frac{T_2[P_3, t] - T_2[P_4, t]}{T_2[P_3, t] + T_2[P_4, t]} \approx \tanh\left[\left(1 + \frac{e_3 + e_4}{2}\right) \left(H_y - \frac{(e_3 - e_4)r^2}{4\kappa t}\right)\right]$$

無次元数 H_x と H_y は次のように解ける。

$$H_x \equiv \frac{r u_x}{2\kappa} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\tanh^{-1} \left[\frac{T_2[P_1, t] - T_2[P_2, t]}{T_2[P_1, t] + T_2[P_2, t]} \right] / \left(1 + \frac{e_1 + e_2}{2}\right) \right)$$

$$H_y \equiv \frac{r u_y}{2\kappa} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\tanh^{-1} \left[\frac{T_2[P_3, t] - T_2[P_4, t]}{T_2[P_3, t] + T_2[P_4, t]} \right] / \left(1 + \frac{e_3 + e_4}{2}\right) \right)$$

これらの計算を実施するには e_k の値を知っている必要がある。相対誤差 e_k は、各測温点における昇温のピーク出現時刻 tm_k ($1 \leq k \leq 4$) と次のような近似関係がある。この関係を用いて e_k の値が求められる。無次元数 H が小さい場合には $H=0$ においても誤差は小さい。例えば、 $0 \leq H \leq 0.4$ であれば、左辺は誤差 1% 以内で e_k に等しい。

$$e_k \left(1 - \frac{H^2}{16} - O[m]^2\right) = \frac{1}{2} \frac{tm_k - \frac{tm_1+tm_2+tm_3+tm_4}{4}}{\frac{tm_1+tm_2+tm_3+tm_4}{4}} \quad \text{for } k = 1, 2, 3, 4$$

3. 3 数値例

物性定数および流速を次のように設定し、数値計算した。

$$\kappa = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, C_v = 2 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3, u_x = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}, u_y = 4 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}, u = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}, r = 0.01 \text{ m}, Q_2 = 1000 \text{ J/m}.$$

測温点の誤差については、つぎのように検討した。

(A) 誤差の無い場合

(B) 誤差のある場合

誤差は、-20% と 20% の範囲とした(B1~B3)。

発熱時間 (t_0) については、A と B1 では 10s, B2 では 20s, B3 では 30s とした。

数値例の結果を図 (Fig.1-5) と表 (Table 1-8) に示す。

4. おわりに

測温位置に誤差のある場合を含め、一定時間一定強度の発熱により生起される温度上昇を熱源からの対称位置における測定値から求める方法を示した。測温点の位置が厳密に対称にならないと考えられるので、それへの対処が必要である。本論文で示した対処方法は、数値例で例示されるように、有効なものであると判断される。

参考文献

- 1) Bristow, K.L., J.R. Bilskie, G.J. Kluitenberg and R. Horton : Comparison of techniques for extracting soil thermal properties from dual-probe heat-pulse data, Soil Sci. 160, 1/7 (1995)
- 2) Byrne, G.F., J.E. Drummond and C.W. Rose : A sensor for water flux in soil. "Point source" instrument, Water Resour. Res. 3, 1073/1078 (1967)
- 3) Byrne, G.F., J.E. Drummond and C.W. Rose : A sensor for water flux in soil. 2. "Line source" instrument, Water Resour. Res. 4, 607/611 (1968)

- 4) Campbell, G.S. I, C. Calissendorff and J.H. Williams : Probe for measuring soil specific heat using a heat-pulse method, Soil Sci. Soc. Am. J. 55, 291/293 (1991)
- 5) Carslaw, H.S. and J.C. Jaeger : Conduction of heat in solids. 2nd ed., Oxford Univ. Press, London, 266/267 (1959)
- 6) Dirksen, C. : A versatile soil water flux meter, Proc.2nd Symp. on Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media, 2, IAHR, ISSS, Canada, 425/442, (1972)
- 7) Dirksen, C. : Field test of soil water flux meters. Trans. ASAE 17, 1038/1042 (1974)
- 8) Melville, J.G, F.J. Molz and O. Güven : Laboratory investigation and analysis of a ground-water flowmeter, Ground Water 23, 486/495 (1985)
- 9) Ochsner, Tyson E., Robert Horton, Gerard J. Kluitenberg, and Quanjiu Wang: Evaluation of the Heat Pulse Ratio Method for Measuring Soil Water Flux, Soil Sci. Soc. Am. J. 69:757-765 (2005).
- 10) Ren, T., G.J. Kluitenberg and R. Horton : Determining soil water flux and pore water velocity by a heat pulse technique, Soil Sci. Soc. Am. J. 64, 552/560 (2000)
- 11) Sisodia, S., O.J. Helweg : Modeling the heat sense flowmeter. J. Irrig. Drain. Eng. 124(3), 148/151 (1998)
- 12) Wang, Q., Tyson E. Ochsner and Robert Horton: Mathematical analysis of heat pulse signals for soil water flux determination, Water Resources Research, Vol.38, No.6, 27-1/27-9, (2002)
- 13) 遠藤 明・原 道宏: 五極子熱線パルス法を用いた2次元流れの場における砂質土壌の熱前線伝播速度ベクトルおよび熱特性の同時計測法およびその応用、計測自動制御学会産業論文集、Vol.2, No.12, 88/95 (2003a)
- 14) 遠藤 明・原 道宏: QPHP センサを用いた多重成層砂中の流体速度ベクトルと熱物性の同時測定、計測自動制御学会産業論文集、Vol.3, No.2, 12/21 (2003b)

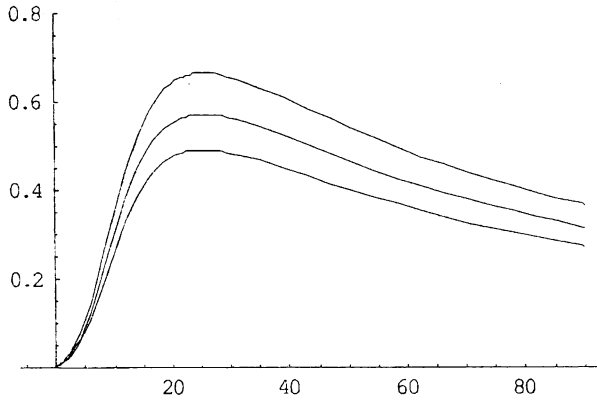


Fig.1 $T_2[P_1,t]$, $T_2[P_2,t]$ and $(T_2[P_1,t]T_2[P_2,t])^{1/2}$
(upper, lower and middle, respectively)

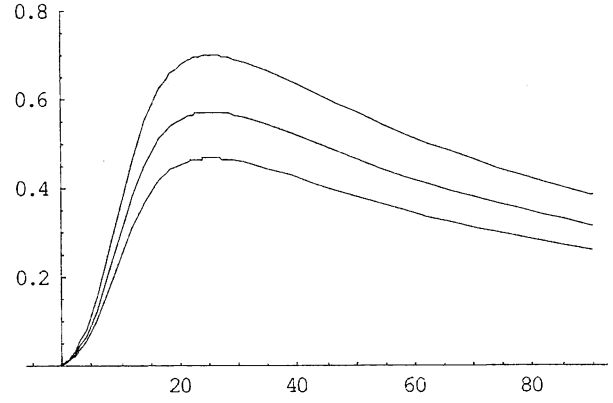


Fig.2 $T_2[P_3,t]$, $T_2[P_4,t]$ and $(T_2[P_3,t]T_2[P_4,t])^{1/2}$
(upper, lower and middle, respectively)

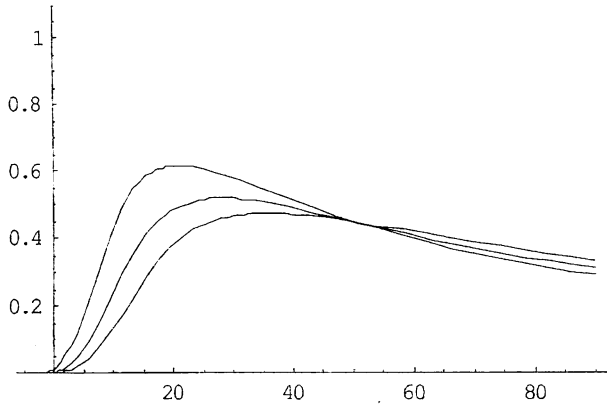


Fig.3 $T_2[P_1,t]$, $T_2[P_2,t]$ and $(T_2[P_1,t]T_2[P_2,t])^{1/2}$
(Left, right and middle, respectively)

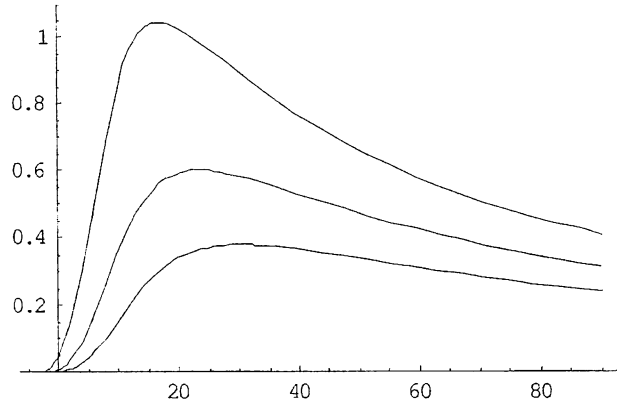


Fig.4 $T_2[P_3,t]$, $T_2[P_4,t]$ and $(T_2[P_3,t]T_2[P_4,t])^{1/2}$
(Left, right and middle, respectively)

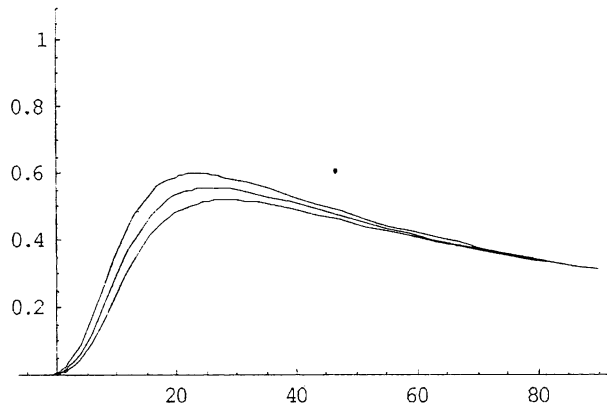


Fig.5 $(T_2[P_1,t]T_2[P_2,t])^{1/2}$, $(T_2[P_3,t]T_2[P_4,t])^{1/2}$, and
 $(T_2[P_1,t]T_2[P_2,t]T_2[P_3,t]T_2[P_4,t])^{1/4}$
(Lower, upper, and middle, respectively)

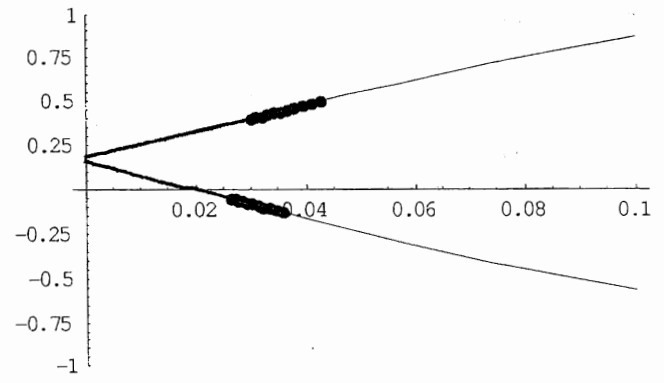
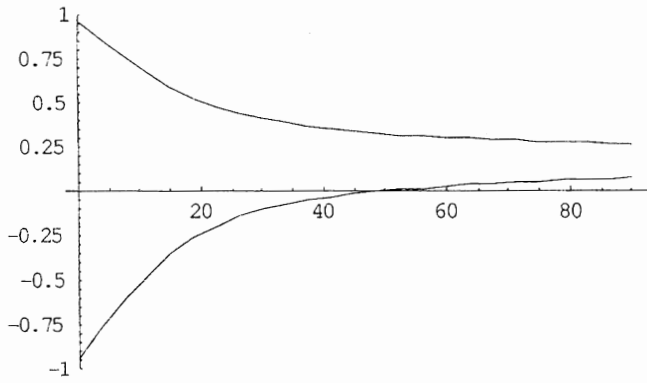


Fig.6 $(T_2[P_1,t]-T_2[P_2,t])/(T_2[P_1,t]+T_2[P_2,t])$ and $(T_2[P_3,t]-T_2[P_4,t])/(T_2[P_3,t]+T_2[P_4,t])$ vs t (Lower and upper, respectively)

Fig.7 $\text{Tanh}^{-1}[(T_2[P_1,t]-T_2[P_2,t])/(T_2[P_1,t]+T_2[P_2,t])]$ and $\text{Tanh}^{-1}[(T_2[P_3,t]-T_2[P_4,t])/(T_2[P_3,t]+T_2[P_4,t])]$ vs $1/t$ (Lower and upper, respectively)

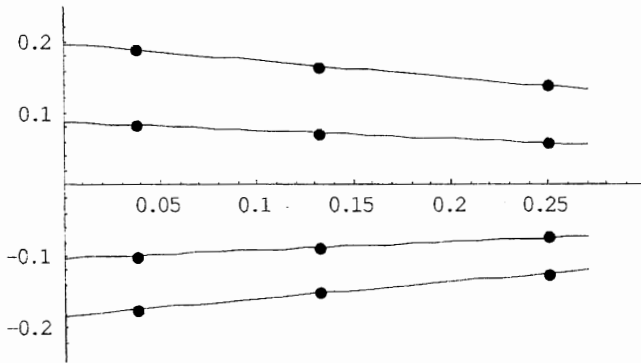


Fig.8. Plots of each e_k ($1 \leq k \leq 4$) vs. m^2 . Dots are for B1, B2 and B3. Lines are regression of the dots.

Table 1 Set values for the measurements.

Case	u	u _x	u _y	r ₁	r ₂	r ₃	r ₄	r =(r ₁ +r ₂ +r ₃ +r ₄)/4 / (10 ⁻² m)	
				/ (10 ⁻² m)					
				e ₁	e ₂	e ₃	e ₄		
A	5.0	3.0	4.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	
				0.0	0.0	0.0	0.0		
B1, B2, B3				1.2	0.9	0.8	1.1		
				0.2	-0.1	-0.2	0.1		

Table 2 Measured values for each set value of t₀.

Case	t ₀ / s	t _{m1}	t _{m2}	t _{m3}	t _{m4}	Ave[t _{mk}]	t _m / s	G _{2,m} / degC
		/ s				Sum[e _k]		
		e ₁ [t ₀]	e ₂ [t ₀]	e ₃ [t ₀]	e ₄ [t ₀]			
A	10	25.281	25.281	25.281	25.281	25.281	25.281	0.57250
		0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000		
B1	10	35.688	20.805	16.845	30.247	25.896	25.811	0.55675
		0.18906	-0.09830	-0.17476	0.08400	0.00000		
B2	20	37.032	23.000	19.457	31.818	27.827	27.475	0.54738
		0.16540	-0.08673	-0.15039	0.07172	0.00000		
B3	30	39.136	26.144	23.014	34.222	30.629	30.006	0.53364
		0.13887	-0.07321	-0.12431	0.05865	0.00000		

Table 3 Calculation for C_v.

Case	G _{2,m} / degC	G _{2,mTh} / degC	C _v / (10 ⁶ J/m ³)	
			e[C _v]	e[θ]
A	0.57250	0.57250	2.0000	0.00000
B1	0.55675	0.55991	1.9887	-0.00270
B2	0.54738	0.55299	1.9797	-0.00485
B3	0.53364	0.54071	1.9738	-0.00625

Table 4 Calculation of H_x , H_y and H .

Case	ate_{x_0}	$1+(e_1+e_2)/2$	H_x	ate_{y_0}	$1+(e_3+e_4)/2$	H_y	H
			error			error	error
A	0.15000	1.00000	0.15000	0.20000	1.00000	0.20000	0.25000
			0.000%			0.000%	0.000%
B1	0.16014	1.04538	0.15319	0.18590	0.95462	0.19474	0.24777
			2.126%			-2.632%	-0.893%
B2	0.16741	1.03934	0.16107	0.17498	0.96066	0.18215	0.24315
			7.383%			-8.927%	-2.740%
B3	0.17781	1.03283	0.17216	0.16005	0.96717	0.16548	0.23879
			14.77%			-17.26%	-4.482%

Table 5a Calculated values of κ , u , u_x , u_y with eq.(3).

Case	m	κ	u	u_x	u_y
	$=(t_0/2)/t_m$	$/(10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})$	$/(10^{-5} \text{ m/s})$		
A	0.19778	1.00000	5.0000	3.0000	4.0000
		0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
B1	0.19372	0.97864	4.8495	2.9983	3.8116
		-2.136%	-3.009%	-0.055%	-4.711%
B2	0.36397	0.98573	4.7936	3.1755	3.5909
		-1.427%	-4.128%	5.850%	-10.23%
B3	0.49990	0.99564	4.7551	3.4282	3.2952
		-0.436%	-4.898%	14.27%	-17.62%

Table 5b Calculated values of κ , u , u_x , u_y with eq.(7).

Case	m	κ	u	u_x	u_y
	$=(t_0/2)/t_m$	$/(10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})$	$/(10^{-5} \text{ m/s})$		
A	0.19778	0.99973	4.9986	2.9992	3.9989
		-0.027%	-0.027%	-0.027%	-0.027%
B1	0.19372	0.97839	4.8483	2.9976	3.8106
		-2.161%	-3.035%	-0.082%	-4.736%
B2	0.36397	0.98507	4.7904	3.1734	3.5885
		-1.493%	-4.192%	5.780%	-10.29%
B3	0.49990	0.99363	4.7455	3.4212	3.2886
		-0.637%	-5.091%	14.04%	-17.79%

Table 6 The index e obtained with eq.(8) and the h^2 -extrapolation method.

Case	m^2	e_1	e_2	e_3	e_4	Ave.
B3	0.24990	0.13887	-0.07321	-0.12431	0.05865	0.00000
B2	0.13247	0.16540	-0.08673	-0.15039	0.07172	0.00000
B1	0.03753	0.18906	-0.09830	-0.17476	0.08400	0.00000
h^2 -ext. e_k	(0.00000)	0.19746	-0.10260	-0.18299	0.08812	0.00000
true e_k		0.20000	-0.10000	-0.20000	0.10000	0.00000
error in h^2 -ext. e_k		-1.269%	2.598%	-8.508%	-11.88%	-4.765%

Table 7 The H_x , H_y and H using the improved e values with the h^2 -extrapolation in Table 6.

Case	$atex_0$	$1+(e_1+e_2)/2$	H_x	$atey_0$	$1+(e_3+e_4)/2$	H_y	H
			error			error	error
B1	0.16014	1.04743	0.15289	0.18590	0.95257	0.19516	0.24791
			1.925%			-2.422%	-0.835%
B2	0.16741	1.04743	0.15983	0.17498	0.95257	0.18369	0.24349
			6.553%			-8.153%	-2.603%
B3	0.17781	1.04743	0.16976	0.16005	0.95257	0.16802	0.23885
			13.17%			-15.99%	-4.461%

Table 8a The values of u , u_x , u_y with eq.(3) using improved H values in Table 7.

Case	m $=(t_0/2)/t_m$	κ $/(10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})$	u	u_x	u_y
			$/(10^{-5} \text{ m/s})$		
B1	0.19372	0.97864	4.8524	2.9925	3.8198
			-2.953%	-0.251%	-4.506%
B2	0.36397	0.98573	4.8003	3.1510	3.6214
			-3.993%	5.032%	-9.46%
B3	0.49990	0.99564	4.7561	3.3804	3.3458
			-4.877%	12.68%	-16.36%

Table 8b The values of u , u_x , u_y with eq.(7) using improved H values in Table 7.

Case	m $=(t_0/2)/t_m$	κ $/(10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})$	u	u_x	u_y
			$/(10^{-5} \text{ m/s})$		
B1	0.19372	0.97839	4.8511	2.9917	3.8188
			-2.978%	-0.278%	-4.531%
B2	0.36397	0.98507	4.7971	3.1489	3.6190
			-4.057%	4.962%	-9.52%
B3	0.49990	0.99363	4.7465	3.3735	3.3390
			-5.069%	12.45%	-16.53%