計測自動制御学会東北支部第 250 回研究集会（2009.6.19）
資料番号 250-21

道路交通流の物理的性質（III）

—t-s ダイアグラムから見た交通流のショックウエーブの性質—

Physical Properties of Road Traffic Flow (III)

-Fundamental Properties of Road Traffic Flow Viewing from t-s Diagram –

高木　相
東北大学名誉教授
Tasuku Takagi
Professor Emeritus, Tohoku University

キーワード：　交通流、t-s ダイアヤグラム、ショックウエーブ、

連絡先：〒981-0952　仙台市青葉区中山 5-2-20
E-mail: tasuku@sirius.ocn.ne.jp

１．はじめに

本文は道路交通流の筆者のこれまでの研究を初めから見直しながら、その後はっきりした事項を加えて、過去の考察不足、あるいは誤謬を正しながら取りまとめているシリーズの第３（III）である。（I）[1]では自動車の発進、走行特性の実地測定の結果についてのべた。ここでの結論は、交差点での車列の発進特性を定式化であった。（II）[2]では、交通流を図的表示で理解の便に供するための、time-space diagram(t-s ダヤグラム)の概要を説明した。本文は平均化線形 t-s ダイヤグラム[2]上でのショックウエーブ（Shock Wave: SW）の基本的性質を明らかにする。交通流のいろいろな条件下で交通流がどのように変化するかをSW 論として取りまとめる。SW 自体の性質については Adolf May により詳しく解説されているので[3]、理論的には本文に新規性はない。しかし、渋滞問題など、実用的立場からの検討に必要な SW 理論を整理しておく必要があるので、平均化線形 t-s ダイヤグラム上での SW の基本的性質を取りまとめておくこととする。

２．平均化線形 t-s ダイヤグラム

2.1 実交通流の t-s ダイヤグラム

図１は実際の道路交通流を測定して得た t-s ダイヤグラムである[2]。仙台市東２番町通りの道路を見下ろせるビル（SS30）から下の交差点を撮影したビデオ映像のうちの１車線を選んで通過車の時間を測定した。図中丸印が測定点である。縦軸の１目盛は約１０ｍで、１本の線は１台の車の走行軌跡を表す。

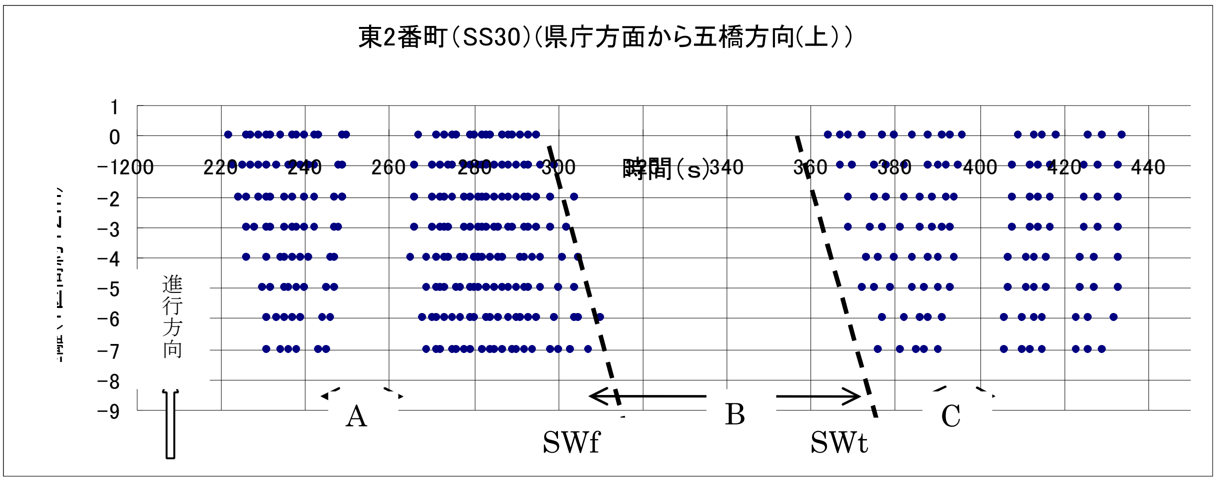


図１．実測定による t-s ダイヤグラム

図１で車は距離-9から１に向かって進行している。0 点が交差点の停止線である。この図からおよそ次のような交通流の状態をしることができる。

１）A、C の時間帯には車がない。これは前の交差点の信号の影響と考えられる。

２）B の時間帯は明らかに交差点の赤信号時間帯である。赤信号点灯によって車が次々と停止する様子が分かる。ここでは 7 台の車が約 60 秒間停止している（停止車の間隔（車頭距離）はここでの車列が大型バスの列であったために１０m以上と大きくなっている）。

３）太い斜めの点線が Shock Wave (SW)である。SWf は波頭（Wave Front）を、SWt は波尾(Wave Tail)を意味する。ＳＷは時間とともに伸びていくので矢印で示してある。それぞれは

・　SWf：先頭車が停止または速度を落としたときに後方に伝搬するショックウエーブ

・　SWt：停止車あるいは低速の車が速度を上げたとき、後続車がそれに追従走行するときに生じるショックウエーブ

である。この性質を本文では一般的に議論する。

４）　速度 V の情報

　ｔ-s ダイヤグラムの各線（走行軌跡）の傾きが速度を表す。定常的に走行している状態では、速度変化を感度よく読み取ることは難しいが、この図で示すように交差点での停止時、発進時の大きい速度変化はよく分かる。

５）車頭時間 T の情報

t-s ダイヤグラムは走行車群の定点でのタイミングを道路に沿って測定し、これを繋いだものであるから、もっともはっきり表される量である。図１を見ると赤信号の前で、区間Ａを除いた区間での各線間は密度が高い。すなわちここでは Tは短い。赤信号後の Tはこれに比べて長い。Tは時間領域での交通流の密度を表す。これが短いということは交通量が大きいことを意味する。この意味で t-s ダイヤグラムにおける Tは交通量の変化情報を示しているといってよい。

以上のごとく、t-s ダイヤグラムは交通流の挙動に関する全ての情報を持っているといっても過言ではない。

2.2 平均化線形 t-s ダイヤグラム

すでに[2]で述べたように、ある時間帯で速度 Vと車頭時間 Tを平均する（平均化）。走行軌跡は蛇行するが、これを直線で平均化する（線形化）。速度変化は従って折れ線になる。このようにして簡単化した t-s ダイヤグラムは[2]で示したが、車頭時間の平均化をせず、線形化だけでは、[2]でみたように t-s ダイヤグラムはまだ可成り複雑で解析には適さない。そこで車頭時間を平均化してモデルとしたものを図２に再掲する（[2]の図 2.4）。これは例として t-s ダイヤグラムを交差点の交通流に当てはめたものである。ここでは交差点に入る車（入力車）の車頭時間を平均化して T、交差点を出て行く車（出力車）のそれを T_0 としている。

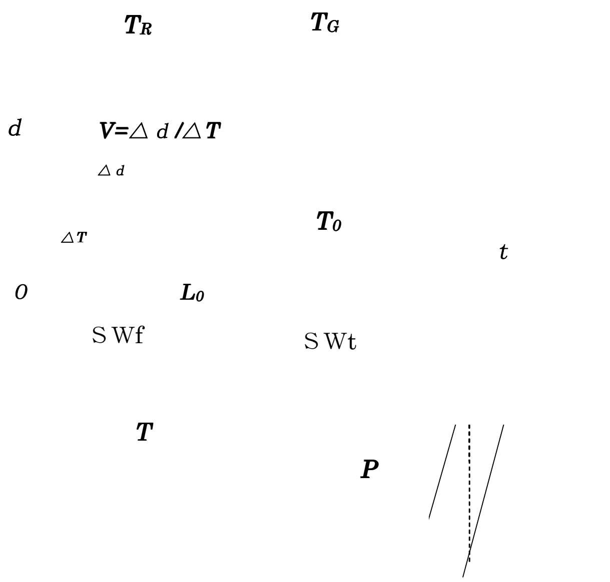


図２．交差点交通流の平均化線形 t-s ダイヤグラム

図２は交差点におけるモデル的な平均化線形 t-s ダイヤグラムである。図２と図１の対応について述べておく。図２で T_R は赤信号時間, T_G は青信号時間である（黄信号は無視している)。図１ではＳWf と SWt はほぼ平行である。しかし、図２ではこの両者はＰ点で交わりここでショックウエーブは収束している。図２のモデルは一般的な解析モデルである。図１で、赤信号時間で停止から発進までの車の t-s ダイヤグラムは曲線-水平線-曲線で表されている。図２では線形化しているので、折れ線で表示されている。

ここでパラメータを纏めておく（パラメータは全て平均値）。

V：車速（m/s）

T：交差点進入車の車頭時間（ｓ）

T_0：交差点発進車の車頭時間（ｓ）

L_0：停止車列の車頭距離（m）

この４つのパラメータでショックウエーブが計算でき、交通流の動的挙動（ダイナミクス）を明らかにすることが出来る。

以上のような背景と展望のもとに、本文の目的は交通流の条件を与えて、モデル的にショックウエーブの性質を明らかにすることである。しかしその前に、われわれが運転する自動車の車列形成についての知識が必要である。必要な知識は速度 V と車頭距離 L の関係である。次章でこのことを考察する。

3.　速度 V と車頭距離 L の関係（V-L 特性）

われわれが車を運転するときに、速く走る時は車間距離（L-L_0）は大きくなる。（L_0 は車の大きさ）。このことは単なる物理現象ではなく運転者の危険感覚で自然に定まるものと考えてよい。なお、追従走行に関する研究では Optimum Velocity　(OV) なる概念が提示されている[4]が V-L 関係については十分な議論はなされていない。　筆者は V-L 特性を実測データを与えて検討してみた。その結果、この関係はほぼ指数関数で 近似できるというデータを得ている（付録参照）。すなわち

$$L = L_0 e^{\beta V} \tag{1}$$

の関係が正立する。但し、β の値は小さいから、ある速度の範囲では緩やかな直線関係とみても大差はないと考えられる。この関係は今後多くの測定データのもとに検証しなければならないが、t-s ダイヤグラムでショックウエーブを考察する上で、（1）式の関係を頭に入れておく必要である。(1)式は、ある車速で走行するとき、後続車がどれだけ車間距離を詰めることが出来るかの限界車頭距離を示すものと解釈できる。交差点で赤信号で停止したときは、図２に示すように、車頭距離は L_0 になる(V=0)。

平均化線形ｔ-s ダイヤグラムでの線間の距離は横軸（時間軸）では T と T_0 であり、縦軸（距離軸）では停止時は L_0、走行時は L である。(１）式は L が V と指数関数関係にあることを示したものである。既報の[5]ではこの関係は考慮されていない。

4. 交通流とショックウエーブ（ＳＷ）

４.1 解析モデルとＳＷの伝搬速度

平均化線形t-sダイヤグラムのショックウエーブの考察は２台の車の走行軌跡（線）の形で考察出来る。

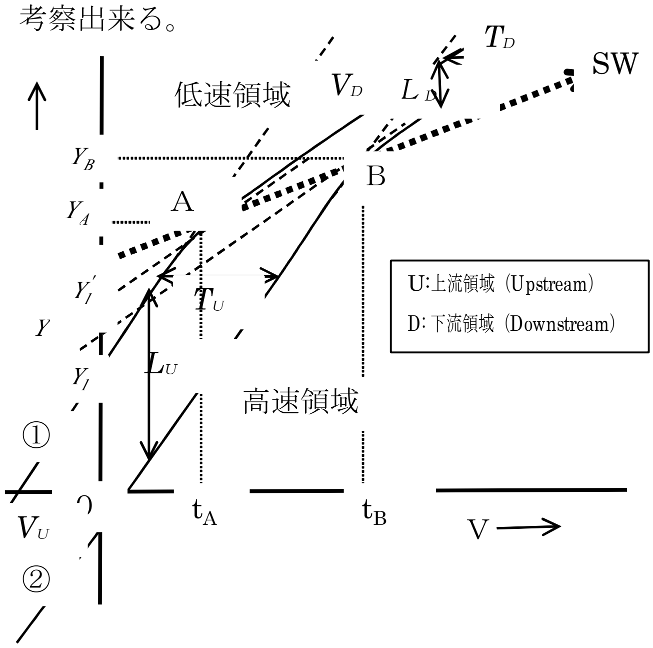


図３．途中で速度が変化するときの２台の車の t-s ダイヤグラム（解析モデル）

図３は①と②の２台の車がはじめ V_U　なる速度、L_U なる車頭距離, T_U なる車頭時間で走行しており、それが途中でそれぞれ V_D ,L_D,T_D に変わった様子を示している。①はA点で、②はB点でそれぞれ速度が変化している。図３は速度 V_D が V_U より小さくなったとき（$V_D < V_U$）の場合が示してあるが、（１）式の関係を導入すると、この関係が（$V_D > V_U$）となっても、さらに、（V_D=0, $V_U \neq 0$）あるいは（$V_D \neq 0$, V_U =0）　となった場合でも SW は一般的に議論することができる。

通常われわれが経験するように、前車が速度をおとすと、後続車は前車に近づく。この時の車間距離は感覚的に安全な距離を保つ。つまり、L_D は前車に最も接近した距離になる。この関係が（１）式で定まるということである。

また、速度が大きくなるように変化する場合は車間距離は一時大きくなるが、やはり（１）式

の関係で車頭距離がたもたれるように追従走行するという考えで以下の議論を展開する（これは必ず成立する条件ではないが、準拘束領域から拘束領域（付図２）では多くのドライバは前車に出来るだけ接近して走行するという一般的性質をもっている）。

Ａ点とＢ点を結ぶ線がここで出来るショックウエーブ（ＳＷ）である。

4.2 準拘束領域・拘束領域のＳＷ

4.2.1 定式化

走行車列の速度 V が変化しても車頭時間がほとんど変化しないで車列が進行する領域がある(付図２[2])。これは付図１では 5<V<12(m/s) の範囲である。この領域では $V_U \neq 0, V_D \neq 0$ でほぼ追従走行するものと考える。拘束領域では $V_U \neq 0$ ある限りすべて追従走行である。

（交差点では、$V_U \neq 0, V_D = 0$（赤信号時交差点進入車）であり、また $V_U = 0, V_D \neq 0$（青信号時発進車）である。交差点での SW は５．で議論する）。よって、ここでの議論は交差点とは無関係で、通常走行時の議論である。

平均化線形 t-s ダイヤグラムではＳＷは直線になる。図３で言えば、ＳＷの線上に後続の車③、④、----,（図中には書かれていない）、が等間隔で並び SW は直線になるから、SW はＡ点とＢ点の座標が分かればこの両点(A と B)を結ぶ直線として定式化ができる。

車①、②のＵ領域、Ｄ領域の軌跡を定式化すると、車①のＵ領域では

$$Y = V_U t + Y_1 \qquad (2)$$

Ｄ領域では

$$Y = V_D t + Y_1' \qquad (3)$$

車②のＵ領域では(2)式を T_U だけ移動したものであるから、

$$Y = V_U (t - T_U) + Y_1 \qquad (4)$$

Ｄ領域では

$$Y = V_D (t - T_D) + Y_1' \qquad (5)$$

であるから、（2）、（4）式を等置してＡ点の座標 $A(t_A, Y_A)$ を、また（3）、（5）式を等置してＢ点の座標 $B(t_B, Y_B)$ をそれぞれ決定して、Ａ点とＢ点を通過する直線を求めると、これがショックウエーブ（ＳＷ）である。これをＳＷの式として

$$Y = ut + Q \qquad (6)$$

なる直線で表わすと、u はＳＷの伝搬速度である。Q は定数であるが、これは座標軸のとりかた（任意）であるため、重要な意味はもたないからここでは問題にしないこととする。

ＳＷの伝搬速度 u は（2）～（5）の式から

$$u = V_D \frac{1 - \frac{T_D}{T_U}}{1 - \frac{T_D V_D}{T_U V_U}} = V_D \frac{1 - \frac{T_D}{T_U}}{1 - \frac{L_D}{L_U}} \qquad (7)$$

となる。一般に $TV = L$（車頭距離）である。

（7）式は(1)式の関係から、

$$T = \frac{L_0}{V} e^{\beta V} \qquad (8)$$

となるから、

$$L_D = L_0 e^{\beta V_D},\ L_U = L_U e^{\beta V_U},$$

$$T_D = \frac{L_0}{V_D} e^{\beta V_D},\ T_U = \frac{L_0}{V_U} e^{\beta V_U} \qquad (9)$$

となる。これを(7)式に代入すると、(10)式を得る。この式は SW の伝搬速度は速度情報 V_U, V_D と β で決まるということを示している。β は道路によって決まる定数であるが、交通流との関係はまだ明らかではない。今後の調査に期待するところである。

$$u = -V_D \frac{1 - \frac{V_U}{V_D} e^{\beta (V_D - V_U)}}{e^{\beta (V_D - V_U)} - 1} \qquad (10)$$

ショックウエーブ（ＳＷ）の性質で最も重要なのは(7)式あるいは(10)式で表される伝搬速度である。t-s ダイヤグラムによる交通流の性質はこれを議論することによって明らかにすることが出来る。

図２の交差点における t-s ダイヤグラムでは T_U を T 、T_D を T_0 としている。

4.1.2 ＳＷの伝搬方向

追従走行をしている車列の先頭車の速度が変化したとき、ＳＷが生じる。平均化線形 t-s ダイヤグラムではＳＷの式は線形で(6)式で表される。前述のように、（6）式の Q は物理的に意味を持たない。交通流の物理的性質は全てＳＷの伝搬方向が道路上で前方向（車の走行方向）か、後方方向か、そしてその大きさ（速度）はどのようになるのか、ということできまる。これらは全て(10)式の値で決定される。すなわち、

$$\begin{aligned} u > 0 &\ \text{：前方伝搬ＳＷ} \\ u < 0 &\ \text{：後方伝搬ＳＷ} \\ u = 0 &\ \text{：無ＳＷ} \end{aligned} \tag{11}$$

である。

5. 交差点ＳＷの特性

5.1 問題の整理

通常道路での交通流の議論においては交差点を除いて議論することは出来ない。都市交通流の改善等に資する知見を得るためにはＳＷの議論を交差点に当てはめて考察しなければならない。ここで考察すべき問題を整理する。

図２に交差点の t-s ダイヤグラムを示した。これを再掲して図４に示す。

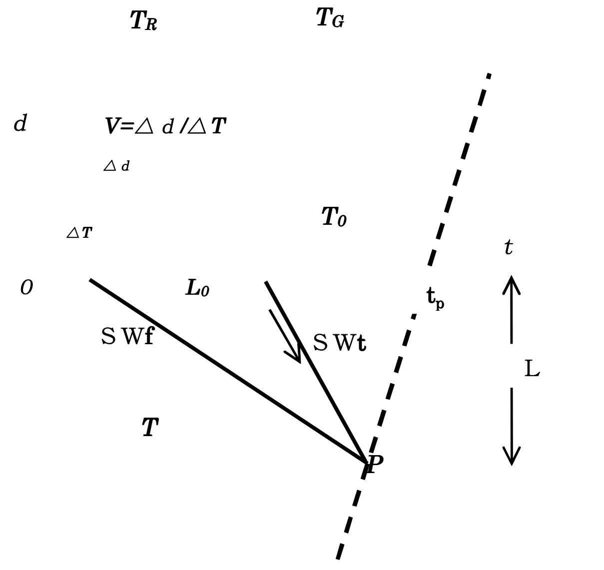


図４．交差点のショックウエーブ

図４は交差点でのショックウエーブ（ＳＷ）を示している。SWf, SWt ともに速度は負方向（u<0）である。この図は赤信号でできた車列が次の青信号で全て通過できて、取り残しがない場合を示している。これは P 点でＳＷが消滅した直後ここを通過する車が青信号時間内の t_p 点で通過するからである。もしＳＷが長くなって、t_p が次の赤信号時間にかかると、もう１度次の青信号時間まで待つことになる。このことは交通量を捌く交差点交通信号のあり方に係わる。よって、交通信号の交通流量適応制御、あるいは当該交差点での最大捌き流量の推定に係わる関心事を次のように纏めることができる。すなわち、

１）　入力車（交差点に入ってくる車）の車頭時間 T と SWf の速度（u_f）および出力車（青信号で出て行く車）の SWt の速度（u_t）

２）　P 点の座標(t_p,L)

である。

5.2　SWf 、SWt の伝搬速度の定式化

以下、上記 1), 2)について議論することとするが、議論を進めるにあたって、(10)式では分かりにくいので、(7)式を使うこととする。(7)式は次のように書きかえられる。すなわち、

a）赤信号停止時（$V_D \to 0, T_D \to \infty$）

このとき $V_D T_D$ の極限は L_0 であるから（付録参照）、

$$u = \frac{V_U(V_D T_U - L_0)}{T_U V_U - L_0} \tag{12}$$

より

$$u = -\frac{V_U L_0}{T_U V_U - L_0} \tag{12'}$$

b）青信号発進時（$V_U \to 0, T_U \to \infty$）

このときも $V_U T_U$ の極限も L_0 であるから

$$u = \frac{V_D(V_U T_D - L_0)}{T_D V_D - L_0} \tag{13}$$

より

$$u = -\frac{V_D L_0}{T_D V_D - L_0} \tag{13'}$$

である。図４に当てはめれば、$V_U = V_D = V$ 、

であり、$T_U = T,\ T_D = T_0$ である。

5.3 SWf, SWt の式

赤信号停止時の SW である。赤信号点灯時を原点とする。そして SWf は原点を通るものとする（図４では原点から外れているが、原点から発進するとしても大きい誤差にはならない）。

SW の式は(6)式に示すが、原点を通るとすると $Q = 0$ である。図４の縦軸は d であるから

SWf, SWt は

$$\text{SWf :}\quad d = -\frac{V L_0}{TV - L_0}t \qquad (14)$$

$$\text{SWt :}\quad d = -\frac{V L_0}{TV - L_0}(t - T_R) \qquad (15)$$

である（SWt は青信号点灯時 $t = T_R$ の点から始まる）。

5.4 $P(t_p, L)$点の座標

(14)と(15)式を等置して t を求めるとこれが t_p で次のようになる。

$$t_p = \frac{TV - L_0}{V(T - T_0)} \qquad (16)$$

これを

d＝0 からＰ点までの距離が待ち車列長 L である。これは(16)式を(14)式に代入することによって求められる。結果は

$$L = \frac{L_0}{T - T_0} \qquad (17)$$

である。

6. おわりに

本文では交通流の挙動をもっともよく表しているショックウエーブ（ＳＷ）の定式化を行った。この定式化は複雑な交通流を t-s ダイヤグラムで解析出来るように平均化と線形化を行ったものをモデル解析した結果である。既発表の文献[5]では考慮していない車頭距離と速度の関係、(1)式を本文で導入した。交差点での SW の式は文献[5]と同じであるが、本文で(1)式を導入したことによって、SW が速度と β なる道路定数によって定まることが新しい知見として加わった。

ここでの理論を実際的に運用するためには、平均化線形 t-s ダイヤグラムのもとになるデータ（速度 V と車頭時間 T）を交差点の前後で測定しなければならない。既に設置してあるセンサ（ループ、超音波、光、電波など）からの情報が活用できるであろう。

信号の制御で一番重要なことは、交通流の予測情報が必要となるということである (12)',(13')の速度 V と車頭時間 T は予測情報であって現在の値ではない。過去の速度 V と車頭時間 T の変化の傾向から現在のそれらを予測したものである。この問題については今後考察すべき課題である。

謝辞

本研究の推進にあたっては東北文化学園大学谷口正成教授、鈴木祥介准教授には常日頃からお世話になっている。とくに鈴木准教授には論文作成、発表についての細部のご協力・ご助力を頂いている。ここに厚く御礼申し上げる。

文献

[1] 高木相：“道路交通の物理的性質（I）—挙動の調査—”、計測自動制御学会東北支部第 246 回研究集会、資料番号 246-17（2008.11.17）

[2] 高木相：“道路交通の物理的性質（II）—t-s ダイヤグラムによる交通流の表示—”、同上、247 回研究集会、資料番号 247-5 (2008.12.19)

[3] Adolf May: Traffic Flow Fundamentals, Prentice Hall (1990)

[4] M. Bando、K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata, Y. Sugiyama:“Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation”, Physical Rev. E. 51, pp. 1035-1042 (1995)

[5] 高木相：“道路交通のダイナミクス（II）—交差点車列形成とショックウエーブの挙動—”、情報処理学会、ITS(1-13), (平成 12,5,25)

（大坂大学基礎工学部）

付録

付図１は車速度 V と車頭時間 T の関係の測定結果である（文献[2]の図 3.1）。$V=0$ で $T=\infty$ である。図中の実線はTの下限を辿ったものである。この曲線は

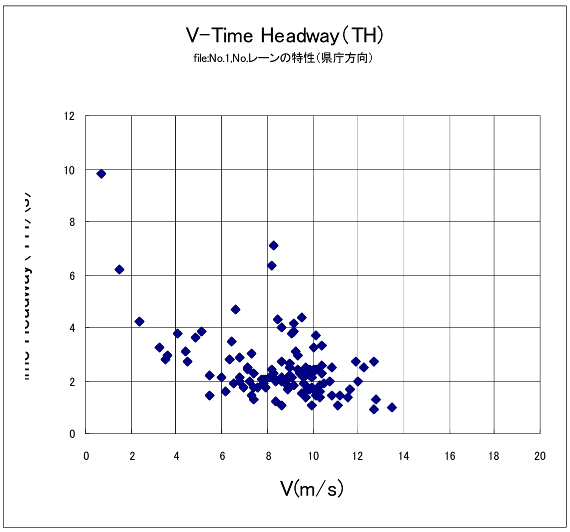
$$T \propto \frac{1}{V} \qquad （付１）$$

である。これは本文（１）式で $L=TV$ であるから、V の小さいところでは（付１）式に接近するということから云えることである。

　付図１では V が大きいところがはっきりしない。付図２にしめすように、V が大きいところは上向きの曲線になる。V の大きいところは自由領域で前車の存在には無関係に走行できる領域である。ここでは速度の上限が存在する。すなわち、自由走行時の平均速度 V_M が存在する。この領域の交通流は疎であるから、T は大きい。よって V-T 曲線は付図２のように凹型曲線になる。

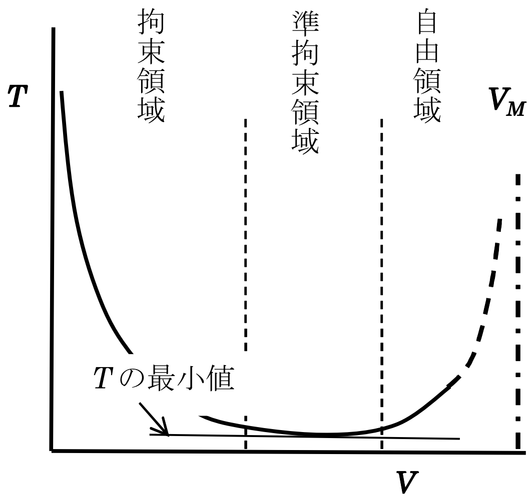
　T と V の積は L（$L=TV$）である。そして $\lim_{V\to 0,T\to\infty} TV = L_0$ である。すなわち、$V=0, T=\infty$ の極限値は、停止車列の一台当たりの道路占有距離 L_0 であることは現実を知るわれわれには十分納得できることである。

　本文の式（１）を証明するデータを付図３に示す。



付図１．V-T 特性の測定結果の例

（文献[2]の図 3.1）



付図２．V-T 特性の一般
（文献[2]の図.3.2）

（A）

（B）

付図３． V-L 関係のデータ

A：方形目盛り、B：$V-ln(L)$；これが平均的に直線関係にあることから（1）式が成立する）