

オブザーバを用いた不安定周期軌道の状態推定 State Estimation of Unstable Periodic Orbits Using the Observer

○清水 能理

○Yoshimasa Shimizu

八戸工業大学

Hachinohe Institute of Technology

キーワード: カオスシステム(Chaotic system), 可観測性(Observability), 状態オブザーバ(State observer), 状態推定(State estimation), 不安定周期軌道(Unstable periodic orbit)

連絡先: 〒031-8501 八戸市大字妙字大開 88-1 八戸工業大学工学部システム情報工学科
清水能理 Tel.: (0178)25- 8135, Fax.: (0178)25-1691, E-mail: shimizu@hi-tech.ac.jp

1. まえがき

カオス理論は、人間の不整脈の治療や血糖値予測などに役立てようと研究が進められてきたが、カオスシステムのメカニズムや状態ベクトルの要素が全て得られるわけではない。一方、システムが可制御のとき、状態ベクトルの全ての要素が計測されていれば、状態フィードバック制御を用いてシステムを必ず漸近安定できる。しかし、希望する制御システムの固有値を実現できない場合が存在する。制御対象が人間や自然現象の場合、時系列からシステムの平衡点を予測する手法が考案されており、制御においては正確な数学モデルでなくても同じ入出力を実現できる等価システムが得られれば操作量を設計できる。よって、状態オブザーバに基づく状態フィードバック制御を用いたカオス制御システムの構築を目的に、状態オブザーバに基づいた未知カオスシステムの状態推定を行う^[1,2]。

2. 問題の記述

制御対象がカオス系の場合、数学モデルや状態ベクトル要素が全て得られるわけではない。一方、システムが

可観測のとき状態ベクトルの全ての要素が計測出来なくても、状態オブザーバに基づく状態フィードバック制御を用いてシステムを漸近安定できる。時系列からカオス系の平衡点を予測する手法を提案し、状態オブザーバを用いたカオス制御系を構築する[1]。

対象とする非線形離散時間システムを(1)式とする。

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f(x(k), u(k)) \\y(k) &= g(x(k)) \\x_f &= f(x_f, 0) \\y_f &= g(x_f)\end{aligned}\quad (1)$$

ここで、 x_f は系の不安定不動点である。よって、 x_f 近傍線形化離散時間システムは(2)式となる。

$$\begin{aligned}\bar{x}(k) &= x(k) - x_f \\ \bar{x}(k+1) &= A \bar{x}(k) + B u(k) \\ \bar{y}(k) &= y(k) - y_f = C \bar{x}(k) \\ u(k) &= K \bar{x}(k) = K(x(k) - x_f) \\ \bar{x}(k+1) &= (A + BK) \bar{x}(k)\end{aligned}\quad (2)$$

ここで、 $u(k)$ は入力でゲイン K は (A, B) によって設計する。

3. 既知系のカオス制御

数学モデルが既知の線形システムの状態オブザーバを設計し、オブザーバゲイン指定による同一次元オブザーバを設計する。得られる状態変数が限られる場合は、最小次元オブザーバを設計する。カオスシステムの安定に状態オブザーバを応用するため、システム固有の不安定周期点の探索を行う。システムのエルゴード性を用いて、システムの周回軌道が不安定周期点近傍にあるとき状態フィードバック制御を行う。

(2)式から、 x_f 近傍における線形オブザーバは(3)式となる。

$$\begin{aligned}
 & \hat{x}(k+1) \\
 &= A \hat{x}(k) + B u(k) + H \left(\hat{y}(k) - \bar{y}(k) \right) \\
 &= A \hat{x}(k) + B u(k) + H \left(\hat{y}(k) - y(k) + y_f \right) \quad (3) \\
 & \hat{y}(k) = C \hat{x}(k) \\
 & u(k) = K \hat{x}(k) \\
 & e(k) = \bar{x}(k) - \hat{x}(k) \\
 & e(k+1) = \bar{x}(k+1) - \hat{x}(k+1) \\
 &= A (\bar{x}(k) - \hat{x}(k)) + H C (\bar{x}(k) - \hat{x}(k)) \\
 &= (A + H C) e(k)
 \end{aligned}$$

よって、オブザーバゲイン H は (A, C) によって設計する。

数学モデルが既知の場合は、 x_f 近傍の非線形オブザーバ（観測器）は(1)式を用いて(4)式となる。

$$\begin{aligned}
 & \hat{x}(k+1) \\
 &= f \left(\hat{x}(k) \right) + B u(k) + H \left(\hat{y}(k) - y(k) \right) \\
 &= f \left(\hat{x}(k) \right) + B u(k) + H \left(g \left(\hat{x}(k) \right) - y(k) \right) \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$\hat{y}(k) = g \left(\hat{x}(k) \right)$$

$$u(k) = K \left(\hat{x}(k) - x_f \right)$$

(4)式の観測器を用いた非線形制御は(5)式となり、エルゴード性を用いた x_f 近傍におけるカオス制御を表している。

$$\begin{aligned}
 & \hat{x}(k+1) = \\
 & \begin{cases} f \left(\hat{x}(k) \right) + B u(k) + H \left(g \left(\hat{x}(k) \right) - y(k) \right), & \|y(k) - y_f\| < \varepsilon \\ x_f, & \text{Otherwise} \end{cases} \\
 & u(k) = K \left(\hat{x}(k) - x_f \right) \quad (5)
 \end{aligned}$$

4. 未知系のカオス制御

数学モデルが未知のカオスシステムのファジィモデルを構築し、時変パラメータを持つ状態オブザーバを設計する。

4.1. カオスシステムの不安定周期点

非線形かつ非周期であるカオスシステムを安定化し、システム固有の不安定周期軌道に状態ベクトルを漸近的に近づけるような制御を設計するため、時系列から不安定周期領域を算出する。

4.2. 不安定周期点における線形化

状態オブザーバの極（固有値）を求めるため、カオス制御システムが時変パラメータを持つ線形型の非線形システムとなるように構築する。

4.3. 未知パラメータおよび未知システム

知ることが出来る状態変数が限られるため、最小次元オブザーバを設計し自然界など数学モデルが得られないカオスシステムを制御する。インテリジェント制御システムファジィモデルとして対象となるカオスシステムを構築し、時変パラメータを持つ状態オブザーバを設計する。

高木・菅野タイプのアジイモデルを用いる場合、時変線形型非線形離散時間システムの(6)式となる。

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \\ A(x(k))x(k) + B(x(k))u(k) + a(x(k)) & \quad (6) \\ y(k) &= C(x(k))x(k) \\ u(k) &= K(x(k))x(k) \end{aligned}$$

不安定周期領域の重心 c_f を x_f の近似として用いると、

c_f における高木・菅野アジイモデルに基づいて設計する x_f 近傍の線形化離散時間システムは(7)式となる。

$$\begin{aligned} c_f \sim x_f &= f(x_f, 0) \\ d_f &= C(c_f)c_f \sim y_f = g(x_f) \\ \bar{x}(k) &= x(k) - c_f \\ \bar{x}(k+1) &= \\ A(c_f)\bar{x}(k) + B(c_f)u(k) + a(c_f) & \quad (7) \\ \bar{y}(k) &= y(k) - d_f = C(c_f)\bar{x}(k) \\ &= C(c_f)(x(k) - c_f) \\ u(k) &= K(c_f)\bar{x}(k) = K(c_f)(x(k) - c_f) \end{aligned}$$

(7)式に基づき設計する x_f 近傍における非線形オブザーバは(8)式となる。

$$\begin{aligned} c_f \sim x_f &= f(x_f) \\ \hat{x}(k+1) &= \\ A(c_f)\hat{x}(k) + B(c_f)u(k) + a(c_f) + H(c_f)(\hat{y}(k) - y(k)) & \\ = A(c_f)\hat{x}(k) + B(c_f)u(k) + a(c_f) + H(C(c_f)\hat{x}(k) - y(k)) & \\ u(k) &= K(c_f)(\hat{x}(k) - c_f) \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式の観測器は、 x_f 近傍においてのみ用いる時変線形型非線形オブザーバである。

5. 状態オブザーバを用いたカオス制御

状態ベクトルを推定する状態オブザーバの設計をカオスシステムに応用するため、システムが可安定となるように設定した漸近安定システムを対象とする。高木・菅野アジイモデルに基づく時変線形型非線形オブザーバを用いたカオス制御は(9)式となる。

$$\begin{aligned} c_f \sim x_f &= f(x_f) \\ d_f &= C(c_f)c_f \sim y_f = g(x_f) \\ \hat{x}(k+1) &= \\ \begin{cases} A(c_f)\hat{x}(k) + B(c_f)u(k) + a(c_f) + H(c_f)(C(c_f)\hat{x}(k) - y(k)) \\ \quad (\|y(k) - d_f\| < \varepsilon \text{ の場合}) \\ \text{または} \\ c_f \text{ (Otherwise)} \end{cases} \\ u(k) &= K(c_f)(\hat{x}(k) - c_f) \end{aligned} \quad (9)$$

c_f は x_f 近傍を示す不安定周期領域の重心を表す。

6. シミュレーション

図1にMATLAB/Simulinkを用いて設計したオブザーバを用いて不動点に安定化された2次元カオスシステムであるエノン写像の時系列の振る舞いを示す。

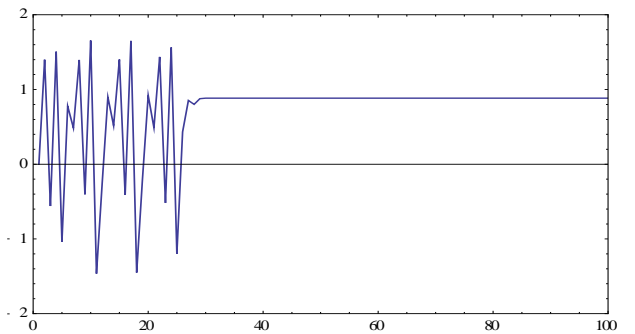


Fig. 1: The state of the unknown system that has been chaos control.

7. まとめ

未知カオス系の状態ベクトルが全て得られるわけではないので、未知系の状態オブザーバに基づくカオス制御系

を構築し，カオス系の状態推定および不安定周期軌道安定化を行った。

参考文献

[1] Y. Shimizu, M. Miyazaki, H.-H. Lee, and F. Qian, A Method of the Secrecy Communication Using Fuzzy and Chaos, Special Issue of Int. J. of Innovative Computing, Information and Control on Recent Advances in Stochastic Systems Theory and Its Applications, vol.5, no.1, pp.97-108, Jan.2009.

[2] Y. Shimizu, M. Miyazaki, H.-H. Lee, and K. Akizuki, Chaos Synchronization Based on Fuzzy Model Using Sliding Mode Control, Special Issue of Int. J. of Innovative Computing, Information and Control on Recent Advances in Stochastic Systems Theory and Its Applications, vol.1, no.3, pp.563-579, Sep.2005.