計測自動制御学会東北支部 第 293 回研究集会 (2015.2.19)
資料番号 293-04

二輪型倒立ロボットを用いた安定化のための適応極配置

Adaptive Pole Placement Design for Stabilization of Two-wheels Handstand Robot

○渡邉大希 *, 天野耀鴻 **

○ Hiroki Watanabe*,Yoko Amano**

* 日本大学大学院　工学研究科　電気電子工学専攻, ** 日本大学

*Nihon University Graduate School of Engineering,Electrical and Electronic Engineering,
**Nihon University

キーワード： 二輪型倒立ロボット (Two-wheels Handstand Robot)，適応極配置 (Adaptive Pole Placement)

連絡先： 〒 963-1165 郡山市田村町徳定字中河原 1 8 号館 303 号室 日本大学工学部制御工学研究室
Tel:(024)956-8796,E-mail:control_lab_8@yahoo.co.jp

1.　諸言

近年倒立振子制御を応用した次世代の乗り物として, パーソナルモビリティや電動立ち乗り二輪車などが注目されている．同じくロボットでの姿勢制御の基本としても使用されている．本研究では、二輪型倒立ロボットを用いて外乱の大きな環境でも安定した倒立姿勢を保つことを目標とする．倒立振子の制御システムを構築する際, 多くの場合はゲインを導く際に最適レギュレータ (Linear Quadratic Regulator, LQR) を使用していることが多い．しかし，最適レギュレータ設計では評価関数の重みが閉ループ応答などの工学的な仕様と明確に結びついていないため，十分な安定余裕が高いゲインを選定することが困難である LQ 問題が生じる．そこで, 極配置法を用いてその問題を解決した上で，システム同定によってモデリングの精度を高くし, 逐次変化する極の推定誤差を最小にして最適化を行う適応極配置法による制御系の設計と検証を行い制御対象に対するシステムの安定性を実証する。

2.　制御対象のモデリング

2.1　制御対象

以下の Fig.1 は制御対象のモデリング図である．

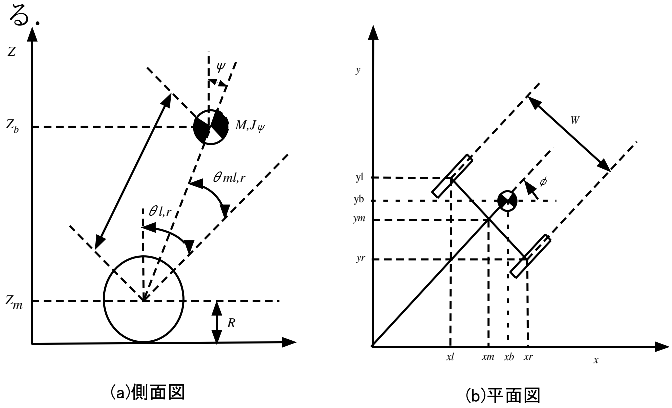

Fig. 1　二輪型倒立振子の側面図と平面図

2.2　運動方程式の導出

これら運動エネルギーの車輪平均回転角度 θ，車体傾斜角度 ψ，車体平面角度 φ の要素ご

とにラグランジュ方程式から計算すると, 次式の運動方程式を導出する.

$$\begin{aligned} F_\theta &= [(2m+M)R^2+2J_W+2n^2J_m]\ddot{\theta}+ \\ &\quad (MLRcos\psi-2n^2J_m)\ddot{\psi}- \\ &\quad MLR\dot{\psi}^2sin\psi \qquad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_\psi &= (MLRcos\psi-2n^2J_m)\ddot{\theta}+(ML^2+ \\ &\quad J_\psi+2n^2J_m)\ddot{\psi}-MgLsin\psi- \\ &\quad ML^2\phi^2sin\psi cos\psi \qquad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_\phi &= [\frac{1}{2}mW^2+J_\phi+\frac{W^2}{2R^2}(J_W+n^2J_m)ML^2 \\ &\quad sin\psi]\ddot{\phi}+2ML^2\dot{\psi}\dot{\phi}sin\psi cos\psi \qquad (3) \end{aligned}$$

2.3 状態方程式の導出

直立姿勢近傍 で運動方程式の線形化を行い, 状態方程式を求めると次式のようになる.

$$\begin{aligned} F_\theta &= [(2m+M)R^2+2J_W+2n^2J_m]\ddot{\theta}+ \\ &\quad (MLR-2n^2J_m)\ddot{\psi} \qquad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_\psi &= (MLR-2n^2J_m)\ddot{\theta}+(ML^2+J_\psi+ \\ &\quad 2n^2J_m)\ddot{\psi}-MgL\psi \qquad (5) \end{aligned}$$

$$F_\phi=[\frac{1}{2}mW^2+J_\phi+\frac{W}{2R^2}(J_W+n^2J_m)]\ddot{\phi} \qquad (6)$$

(4), (5), (6), より状態量を $x(t)$, 入力を $u(t)$, 出力を $y(t)$ として二輪型倒立ロボットの状態方程式を導出すると,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t)+Bu(t) \qquad (7) \\ y(t) &= Cx(t) \qquad (8) \end{aligned}$$

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -409.718 & -162.127 & 162.127 \\ 0 & 269.627 & 78.150 & -78.150 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 157.580 & 157.580 \\ 75.958 & -75.958 \end{bmatrix} \qquad (10)$$

$$C=diag[1111] \qquad (11)$$

3. 適応極配置

制御の流れは, コントローラに目標値を入力し制御対象を通して出力が得られる. また制御対象の入出力信号を用いて最小二乗法により推定パラメータをだすことができる. ここから状態空間モデルの一部逐次変更し, 極の再計算を行い, その値を制御入力に反映させた. Fig.2 は適応極配置法のブロック線図を示す.

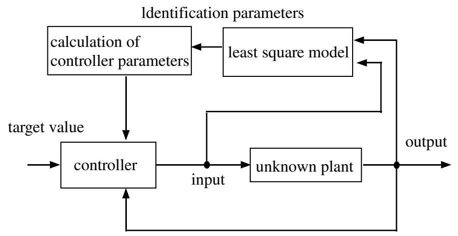

Fig. 2 適応極配置ブロック線図

3.1 システム同定モデル

先述のように二輪型倒立ロボットのモデリングを行ったがモデル誤差によってモデリングが実システムを完全に表現できているとは限らない. また, 制御対象の部品の摩耗などの経年の変化によってシステムを表現するパラメータに変化が生じる場合がある. そこで, システムの内部構成が不明であっても, 入出力関係の情報から伝達関数を推定するシステム同定によって状態行列を得られる. 本研究では, そのパラメータの 3 行 2 列を適応させたモデルを使用する. システム同定では, 幾通りもの方法が提案されており, それぞれに異なる推定結果が得られる. その為, モデルの選定法と得られたモデルの妥当性の検証法が重要でありシステムの対応度の評価が必要となる.

3.2 システム同定モデルの選定

同定モデルがどの程度信頼できるものなのか妥当性を検証しなければならない. そこで評価法としては適合率の観点からモデルの信頼性を確保した. 本研究では, 同定モデルを式誤差モデルである最小二乗法を用いた ARX モデル (Auto Regressive with eXtra input model) を採用し, 同定モデルの妥当性を検証する.

3.3 ARX モデル

$$A(q)y(k)=B(q)u(k)+w(k) \qquad (12)$$

入出力データより, 2 つの多項式が得られる.

$$\begin{aligned} A(q) &= 1+a_1q^{-1}+\cdots+a_{n_a}q^{-n_a} \qquad (13) \\ B(q) &= b_1q^{-1}+\cdots+b_{n_b}q^{-n_b} \qquad (14) \end{aligned}$$

システムの伝達関数と外乱モデルをそれぞれ次式のようになる.

$$G(q,\theta)=\frac{B(q)}{A(q)} \quad , \quad H(q,\theta)=\frac{1}{A(q)} \qquad (15)$$

ARXモデルの一段先予測値は次式のようになる．

$$\bar{y}(k|\theta) = [1 - A(q)]y(k) + B(q)u(k) = \theta^T\phi(k) \quad (16)$$

3.4　適合率による同定モデルの評価

制御対象のシステム同定モデルに関する適合率を Fig.3 に示す．システム同定を行った際の入力を制御対象の電圧，出力を制御対象の車輪角度とした．適合率は 77.57 % という結果が得られた．

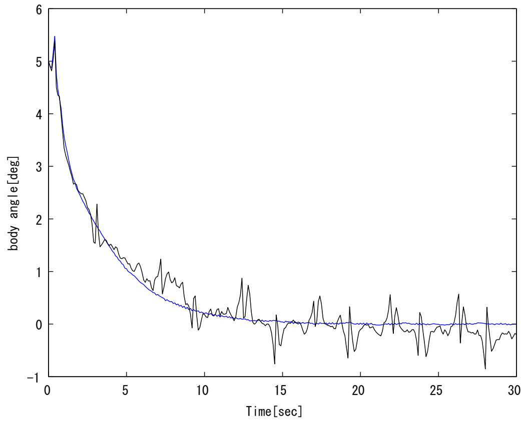

Fig. 3　適合率

3.5　サーボ系設計

観測出力と目標値の偏差を状態として加えた拡大系を考えることによりゲインを導出することが可能である．

はじめに，状態量の目標値を x_{ref} と定義し，状態量と状態量の目標値の偏差を $e(t) = C(x(t) - x_{ref})$，偏差の積分値を $z(t)$ と定義する．これによる拡大系の状態量を $\bar{x}(t) = [x_1(t), z(t)]^T$ とした拡大系の状態方程式は次式のように導出される．

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ C_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u_1(t) \quad (17)$$

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}\bar{u}(t) \quad (18)$$

式 (18) を安定化するために入力側に LQR 理論より与えられたゲインは以下のように導出される．

まず初めに評価関数を以下のように定義する．

$$J = \int_0^\infty (\bar{x}^T(t)Q\bar{x}(t) + \bar{u}^T(t)R\bar{u}(t)) \quad (19)$$

評価関数 J を最小化する最適制御入力 $\bar{u}^*(t)$ は

$$\begin{aligned} \bar{u}^*(t) &= -k\bar{x}(t) && (20) \\ &= \begin{bmatrix} -k_f & -k_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ z(t) \end{bmatrix} && (21) \\ k &= R^{-1}\bar{B}^T P && (22) \end{aligned}$$

$\bar{u}^*(t)$ は $\bar{u}(t)$ であり，k_f は状態フィードバックゲイン，k_i は積分ゲインである．ここで P は次の行列方程式の解である．

$$\bar{A}^T P + P\bar{A} + Q - P\bar{B}R^{-1}\bar{B}^T P = 0 \quad (23)$$

P は代数リカッチ方程式 (23) の正定対称解である．式 (7) から式 (23) を基にした制御系を Fig.4 に示す．

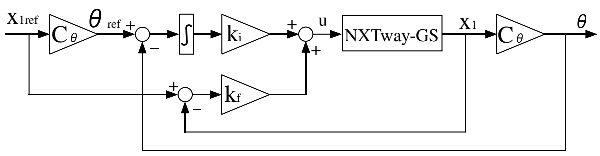

Fig. 4　制御対象のサーボ系

3.6　極配置

システム行列の固有値，特性方程式の極がシステムの極がシステムの安定性だけでなく，過渡応答性にも大きく影響を与えるため，システム設計において安定かつ過渡応答性の優れた極を選定し設計する必要がある。

m 入力 l 出力 n 次動的システムを考えると (7)，(8) のような出力方程式が導出されるので，ここで入力変数ベクトルを $u(t) \in R^{m\times1}$，出力変数ベクトルを $u(t) \in R^{l\times1}$，状態方程式を $x(t) \in R^{n\times1}$ とする．

状態フィードバックによる極配置システム入力 を (20) とする．ここで，状態方程式に (20) を代入すれば，状態フィードバックに構成される閉ループシステムの状態方程式は

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t) = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\boldsymbol{x}(t) \quad (24)$$

となり，特性方程式は次式となる．

$$|s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}| = 0 \quad (25)$$

システムの極は次の特性方程式の根である．

$$\begin{aligned} |s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}| &= s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \\ &\cdots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (26) \end{aligned}$$

システムの特性は，複素数平面における特性方程式の根によって決められる．特性方程式の根の位置で示された極配置は実部，虚部によりシステムの安定性が変化する．また，応答の速応性及び安定性を検討するには，特性根のうち実数部の絶対値が最小の成分は過渡的な時間経過において最後まで過渡状態が残る成分代表特性根が必要になる．

$$P = -\varepsilon\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \qquad (27)$$

Fig.5 より極の複素平面上の位置は制御対象の速応性，減衰性に対して影響を与えている．固有周波数 ω は速応性の尺度を与えるものである．特性根の実数部の絶対値が小さすぎると速応性が害されるため斜線を施した部分に特性根が分布されるように設計する必要がある．固有周波数 ω と減衰係数 の値については一概には言えない．なぜならば，各制御系によって要求される使用が異なるためである．そのため，経験則として減衰係数 は0.6〜0.8，ε は37 °から53 °とされているので，この値の範囲内で設計されるのがこの好ましい．

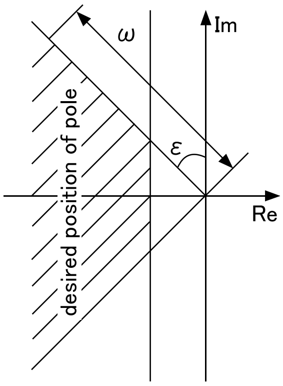

Fig. 5　極配置

3.7　安定判別法

ナイキスト安定判別法では，制御システムのベクトル軌跡をナイキスト線図で表した時，点 (-1,j0) の右側を通れば安定である。

Fig.6 の GM はゲイン余裕，PM は位相余裕であり安定度の目安を与える。一般にゲイン余裕が小さければ安定性は悪く, 大きければ安定性が良くなる。よって, 点 (-1,j0) からできるだけ離れた方が, 安定性の面からは外乱に強いと言える。

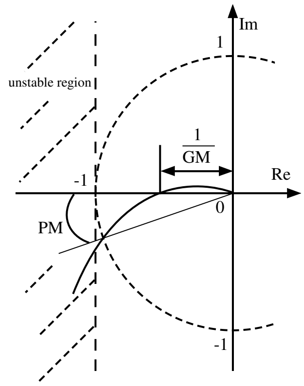

Fig. 6　ナイキスト図

4.　実機実験

実機実験では二輪型倒立ロボットの指定位置での倒立実験を行い，適応極配置制御 P_1 と従来型の LQR 制御 P_2 の結果を比較検証した．実機実験結果は以下の Fig.7 に表す．

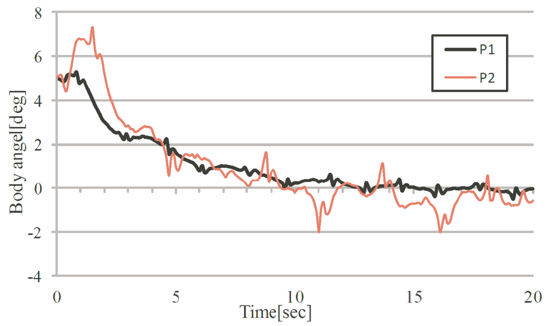

Fig. 7　指定位置実験結果

Fig.7 より．P_2 の立ち上がりを見てみると車体傾斜角度が大きく傾いており，静止状態時も若干車体傾斜角度が乱れ安定していないが P_1 は立ち上がりの車体傾斜角度が乱れることなく静止時も安定して倒立状態を保てていることが分かる．このことから，本研究での適応極配置制御系の方が倒立時での高い安定性を実証できた．

5.　結言

本研究では，状態空間モデルの一部が逐次変化させた．そこから，最適な極配置計算を行うシステムを構築した．実機検証において高い安定性を実証した．

今後の課題としては，状態空間モデルのパラメータをすべて変更できる環境を整え実機実験による検証を行う必要がある．