

GAを用いた動的巡回セールスマン問題へのアプローチ

Approach to Dynamic Traveling Salesman Problem Using GA

吉田等明, ○和賀光悦, 恒川佳隆, 三浦守

Hitoaki Yoshida, ○Kouetsu Waga, Yoshitaka Tsunekawa, Mamoru Miura

岩手大学

Iwate University

キーワード: 遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm), 巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem), 動的巡回セールスマン問題(Dynamic Traveling Salesman Problem),

連絡先: 〒020 盛岡市上田 4-3-5 岩手大学工学部情報工学科

和賀光悦, Tel: (019)623-5491, Fax: (019)623-5491, E-mail: waga@cis.iwate-u.ac.jp

1. はじめに

遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm:GA)とは, 遺伝子を持つ仮想的な生物の集団を計算機内に設定し, あらかじめ定めた環境に適応している個体が, 子孫を残す確率が高くなるように世代交代シミュレーションを実行し, 遺伝子を変化させることにより生物集団を進化させるものである. これは具体的に, ①初期集団の生成, ②適応度の計算及び③遺伝的操作(淘汰, 交差, 突然変異)の各処理から成る. GAは, 最大最小値探索問題や組み合わせ最適化問題のような, 探索に非常に時間のかかる問題に対して有効なアルゴリズムである. 本研究では, GAを組み合わせ最適化問題の1つである巡回セールスマン問題に適用し, さらに一般的なアルゴリズムでは計算が困難と思われる動的巡回セール

スマン問題に拡張した. 巡回セールスマン問題とは, 複数の都市を全て1回ずつ訪問して最初の都市に戻ってくる経路のうち, 最短距離のものを探索する問題である(図1).

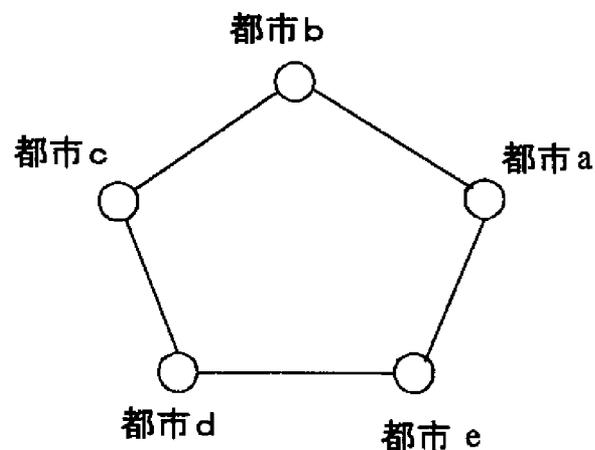


図1. 巡回セールスマン問題

2. 本研究のねらい

量子力学では、同時に確定できる物理量の値が時間的・空間的に変化しない状態のことを固有状態と呼ぶ。固有状態では、物理量はある固有値として観測されるが、この状態は通常ほとんどない。固有状態でないときは、物理量の観測値はランダムになるのではなく期待値として求められる。図2は、電子線散乱の様子である。

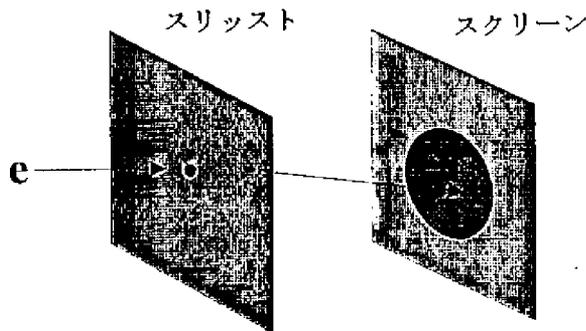


図2. 電子線散乱

多数の電子がスリットを通過してスクリーン上に達したとき、スクリーン上で観測される電子は、ある1点だけに集中するのではなく、また、スクリーン上の全体にランダムに観測されるわけでもない。電子は、図2のようにある一定の範囲内で統計的に観測される。観測値を a_m ($m = 0, 1, 2, \dots$) のいずれかとし、その出現確率を $|c_m|^2$ とすると、期待値 \bar{a} は (1) 式のように表される。

$$\bar{a} = |c_0|^2 a_0 + |c_1|^2 a_1 + |c_2|^2 a_2 + \dots \quad (1)$$

この不確定性を持つ状態を、巡回セールスマン問題で表現すると図3のようになる。ただし、今回は簡単化のために、1都市 a だけの不確定性状態を扱ってみた。

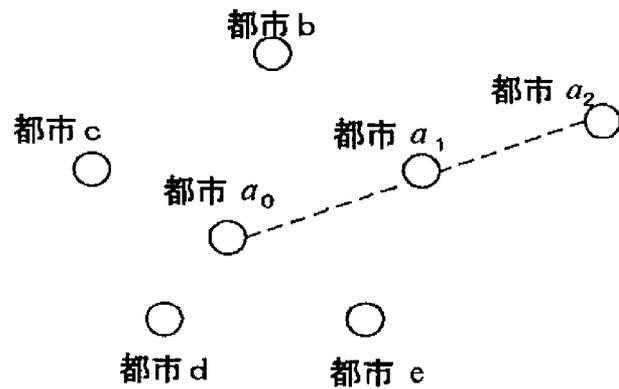


図3. 動的巡回セールスマン問題

都市 a は、1箇所に固定されておらず、 $|c_0|^2$, $|c_1|^2$, $|c_2|^2$ の確率で a_0 , a_1 , a_2 のいずれかの値を取るものとする。また一定時間後には、都市 a の位置は再び不確定になるものとする。このような統計的かつ動的な経路を最適化する問題は、通常のアプローチでは取り扱いが困難である。本研究では、統計的性格をもつ GA を①通常の巡回セールスマン問題及び②動的巡回セールスマン問題に適用した結果について報告する。

3. GA を通常の巡回セールスマン問題に用いた場合

まず、GA の条件を以下のようにして実行した。

方法 1

- 個体数 最大 200 個
- 遺伝子長 n ビット (n : 都市数)
- 適応度 $\frac{1}{R}$ (R : 巡回距離)
- 突然変異率 10%
- 淘汰方法 ルーレット方式
- 解となる経路 一般の最適化アルゴリズムで用いられているような適応度が最も大きい個体(エリート)の経路を解とするのではなく、集団の中で最大個体数を持つ生物種に対応する経路を解とした

しかし、方法1では正解率が悪く、正解率を上げるため次のような改良を行った。

方法2

- 適応度 $\left(\frac{1}{R}\right)^4$ (R : 巡回距離)
- 突然変異率 初期世代 20%
以後1世代につき -0.5%
最小(39世代以後) 0.5%

以上の2つの方法に対する結果を表1に示す。平均誤差率、平均正解率ともに方法1よりも方法2の方がよい結果が得られている。

表1. 改良前と改良後の比較(5都市)

	世代数	平均誤差率	平均正解率
方法1	50	3.03%	34%
	100	2.97%	35%
方法2	50	0.89%	69%
	100	0.42%	85%

次に、通常の巡回セールスマン問題でGAと総当たり法の比較を行った。それぞれ100回ずつシミュレーションを実行し、計算時間及び誤差率の平均値を求めた。それらの結果を図4と図5に示す。

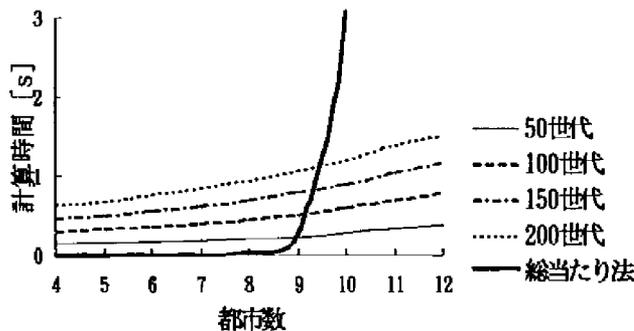


図4. 都市数と計算時間

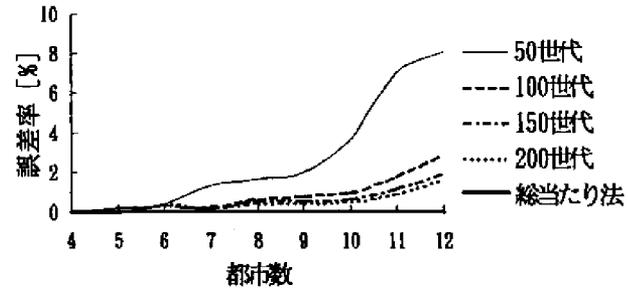


図5. 都市数と誤差率

図4からは、総当たり法の場合は、都市数が増えれば解が出るまでの計算時間が極端に長くなるが、GAでは、都市数が増えても解が出るまでの計算時間はあまり変わらないことが分かった。図5から、GAでは、都市数が多くなれば誤差率も高くなり、世代数が大きくなれば誤差率は低くなること分かるが、100世代以降の誤差率は、あまり変化していない。また、総当たり法では、都市数が増えても常に正解となっているのが分かる。

4. GAを動的巡回セールスマン問題に用いた場合

2で説明した動的状態を表現するために、それぞれ、10世代、5世代、3世代に1回の割合で都市 a の位置を a_0, a_1, a_2 の中からランダムに再決定し、シミュレーションを行った。ここで、都市 a_m の出現確率 $|c_m|^2$ を $|c_0|^2 = |c_1|^2 = |c_2|^2 = \frac{1}{3}$ として100回ずつ実行し平均値を求めた。都市数は5で行った(図6)。

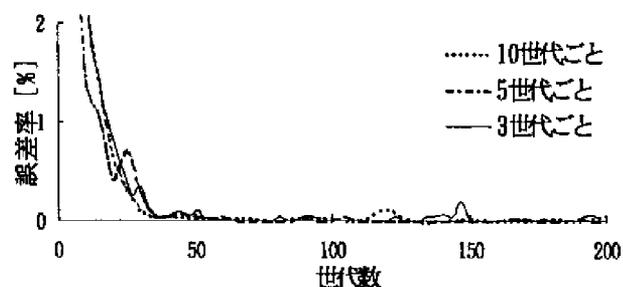
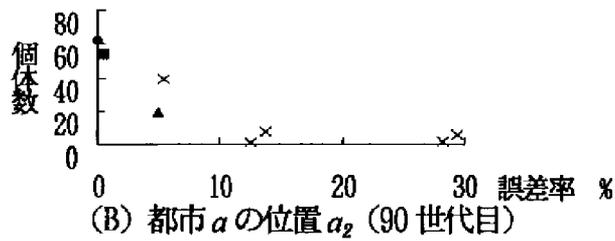
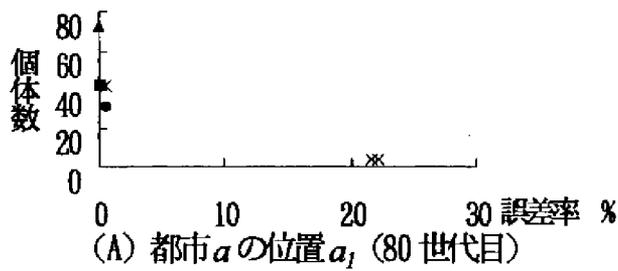


図6. 世代数と誤差率

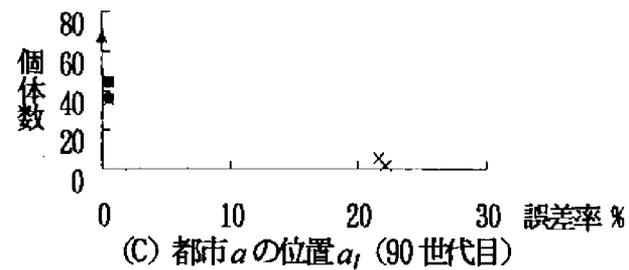
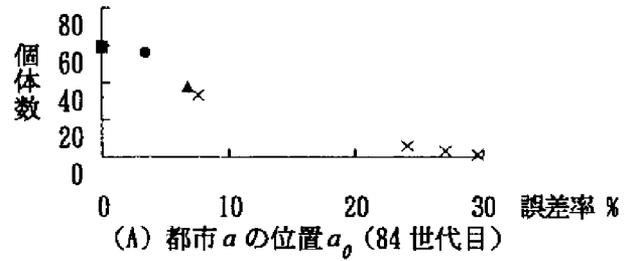
図6から、3世代ごとに都市の位置を再決定した場合も、5世代ごと、10世代ごとにも正解からの誤差率が収束しているのがわかる。これは、都市の位置を頻繁に再決定した場合もそうでない場合も誤差率が収束するというGAでの良い点である。

図7及び図8はそれぞれ10世代ごと、3世代ごとに都市の位置を再決定した場合の個体の分布の様子である。



- 都市 a_2 のとき正解となる経路を持つ個体
- ▲ 都市 a_1 のとき正解となる経路を持つ個体
- 都市 a_0 のとき正解となる経路を持つ個体
- × その他の経路を持つ個体

図7. 10世代ごとに都市を再決定したときの個体の分布



- 都市 a_2 のとき正解となる経路を持つ個体
- ▲ 都市 a_1 のとき正解となる経路を持つ個体
- 都市 a_0 のとき正解となる経路を持つ個体
- × その他の経路を持つ個体

図8. 3世代ごとに都市を再決定したときの個体の分布

図7及び図8の様に、仮想的な生物集団が、動的環境に適応した結果、都市 $a_0 \sim a_2$ のそれぞれの場合の正解となる個体が常に存在すること、そして都市の再決定後は、すみやかにその正解となる個体が増える傾向があることが分かる。

次に、都市 a の位置をそれぞれ3個、5個、10個の中からランダムに再決定し、シミュレーションを行った(図9、図10及び図11)。

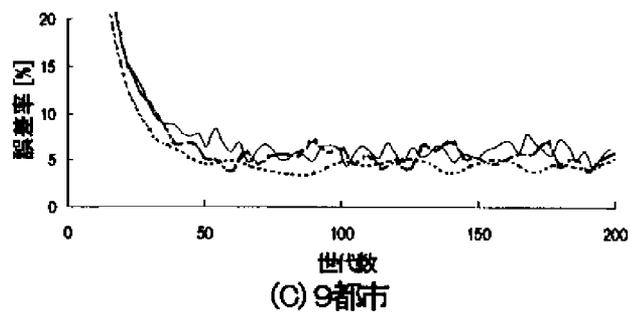
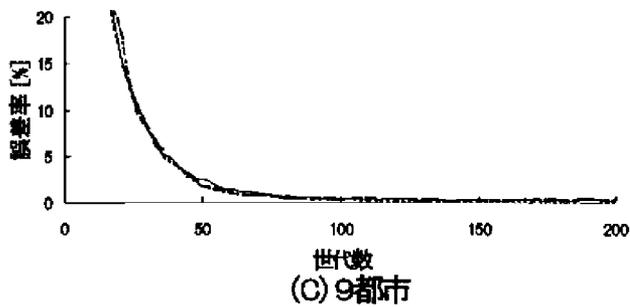
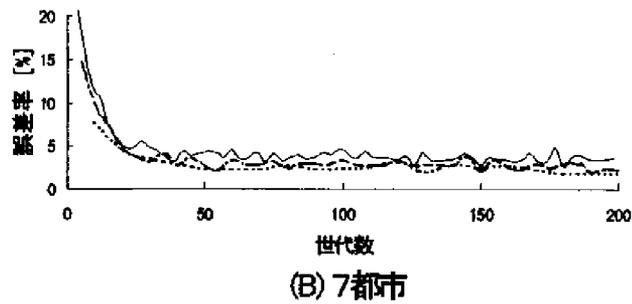
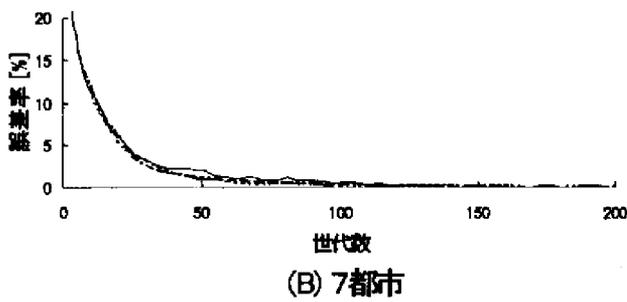
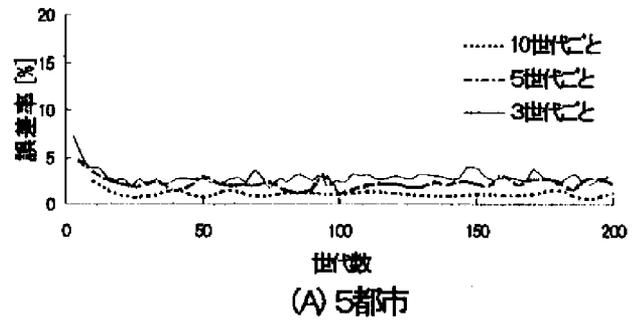
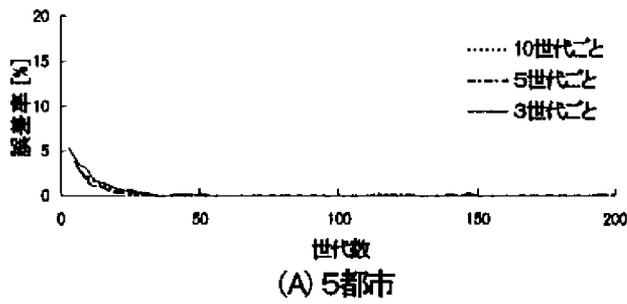


図9. 都市 a の位置を a_0, a_1, a_2 の3個の中からランダムに再決定した場合, すなわち,

$$\bar{a} = \frac{1}{3}a_0 + \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{3}a_2$$
とした場合

図10. 都市 a の位置を $a_0 \sim a_4$ の5個の中からランダムに再決定した場合, すなわち

$$\bar{a} = \frac{1}{5}a_0 + \frac{1}{5}a_1 + \frac{1}{5}a_2 + \frac{1}{5}a_3 + \frac{1}{5}a_4$$
とした場合

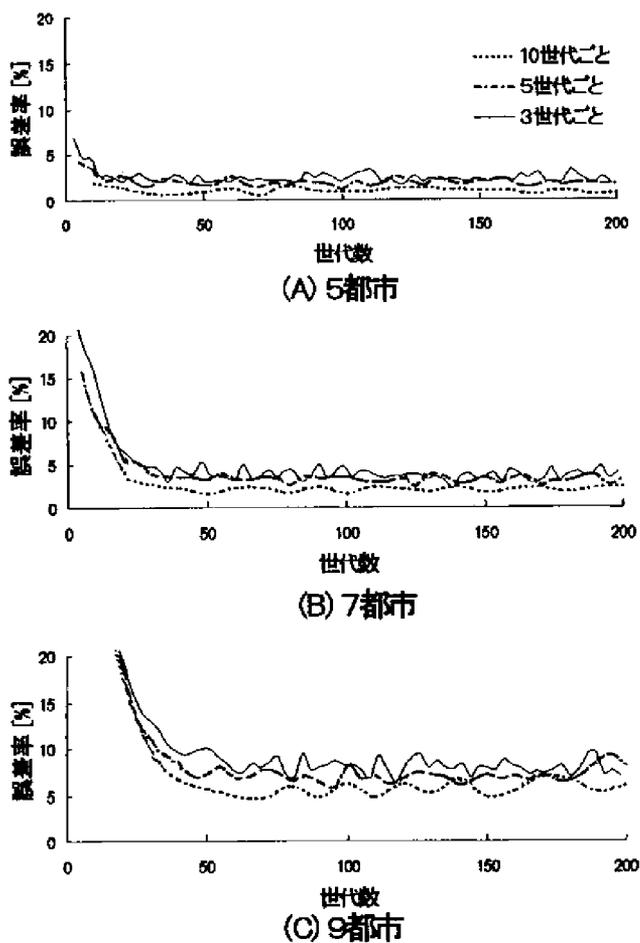


図 11. 都市 a の位置を $a_0 \sim a_9$ の 10 個の中からランダムに再決定した場合, すなわち $a = \frac{1}{10} a_0 + \frac{1}{10} a_1 + \dots + \frac{1}{10} a_8 + \frac{1}{10} a_9$ とした場合

図 9, 図 10 及び図 11 から都市数が多くなったり, 都市の位置の再決定が頻繁に行われれば, 誤差率が大きくなる事が分かる. そして, 都市数が多い方が誤差率が収束するまでの世代数が多いが, やはり誤差率は収束している.

次に, 10 世代に 1 回の割合で, 都市 a の位置をそれぞれ, 3 個, 5 個, 10 個の中からランダムに再決定した場合を様々な都市数でシミュレーションを行った (図 12).

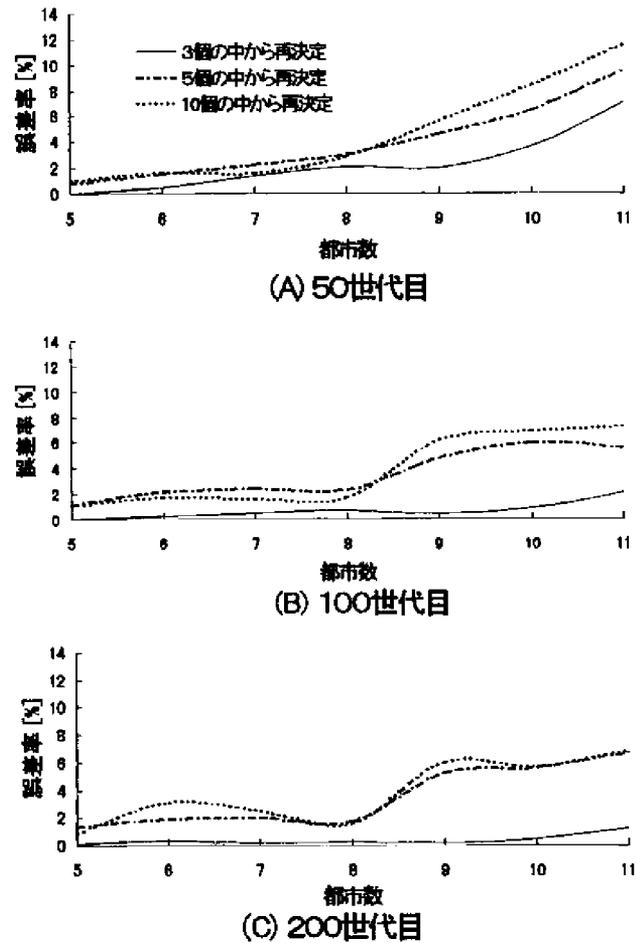


図 12. 10 世代に 1 回の割合で, 都市 a の位置をそれぞれ, 3 個, 5 個, 10 個の中からランダムに再決定した場合

都市を 3 個の中から再決定した場合よりも 10 個の中から再決定したときの方が誤差率が高くなっている. また, 都市数が大きくなれば誤差率も高くなるが, それでも高々 10% 程度である.

最後に, 10 世代ごとに都市 a の位置を a_0, a_1, a_2 の 3 個の中から再決定した場合について誤差率の時間変化を調べた (図 13).

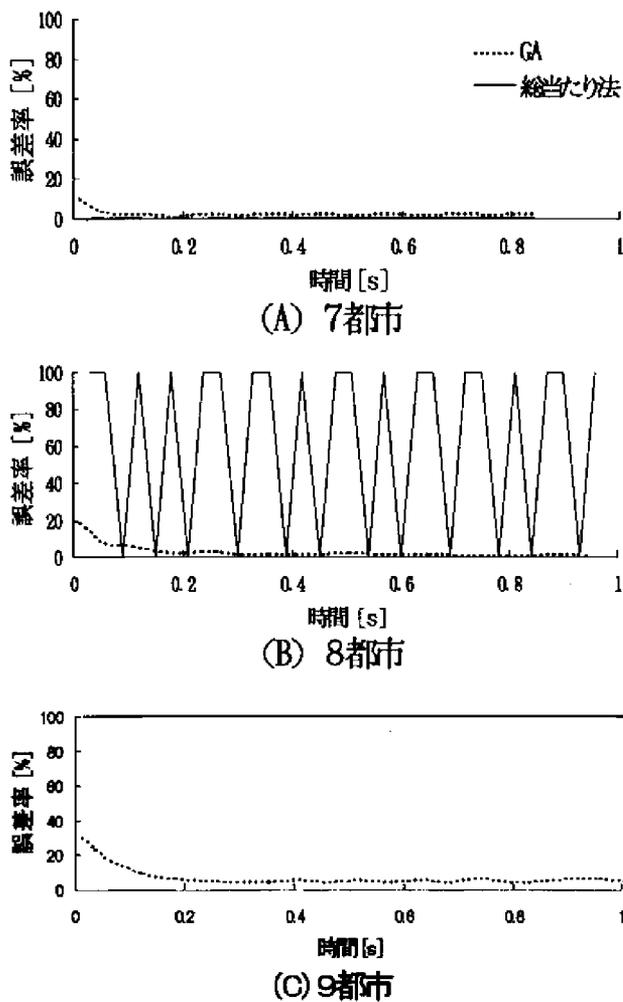


図 13. 10 世代ごとに都市 a の位置を a_0, a_1, a_2 の 3 個の中から再決定した場合での誤差率の時間変化

図 13 からわかるように、総当たり法は計算に時間がかからない 7 都市では常に正解となっているが、都市の再決定する間隔と同程度の計算時間の 8 都市では、正解と不正解の間を振動している。そして、それ以上に計算時間がかかる 9 都市では、常に不正解となっている。それに対して GA では、都市数に関係なく正解からの誤差率が常に収束している。このことは、通常のアプローチでは、解を求めることが難しい動的巡回セールスマン問題に対し、GA では成果を上げることができたことを示している。

5 まとめ

今回は次のことを行った。まず、①研究の基礎として通常の巡回セールスマン問題に GA を適用した。次に、②不確定性を持つ状態を動的巡回セールスマン問題で表現し GA を用いてシミュレーションを行った。

①では、都市数が多い場合には、総当たり法よりも GA が有用であることが分かった。②では、都市数に関係なく、都市の位置の再決定が、頻繁に行われる場合もそうでない場合も、仮想的な生物集団が動的環境に適応した結果、誤差率が収束するという結果が出た。このことは、通常のアプローチでは、解を求めることが難しい動的巡回セールスマン問題に対し、GA では成果を上げることができたことを示すものである。

今後は、位置の不確定な都市が多い場合に適用することにより、一般性について検討する予定である。また、ゆらぎのある系や非平衡状態の系への応用も検討している。

参考文献

- 1) 安居院猛, 長尾智晴: ジェネティックアルゴリズム, 昭晃堂(1993)
- 2) 米澤保雄: 遺伝的アルゴリズム—進化理論の情報科学—, 森北出版(1993)
- 3) 北野宏明(編): 遺伝的アルゴリズム, 43/60, 産業図書(1993)
- 4) 長倉三郎, 中島威(編): 化学と量子論, 21/28, 岩波書店(1979)
- 5) 岡部成玄: 量子論—運動と方法—, 2/24, 近代科学社(1992)