

## 土壌中の円筒多孔質管を通しての 土壌水分・流量システムの特性および制御

Characteristics and Control of the Water Flow Rate When Water  
Passes through a Cylindrical Porous Pipe Buried in a Soil

○原 道宏<sup>\*</sup>, 竹田良成<sup>\*+</sup>

○Michihiro Hara<sup>\*</sup>, Yoshinari Takeda<sup>\*+</sup>

<sup>\*</sup>岩手大学, <sup>+</sup>現、フォーラムエンジニアリング (株)

<sup>\*</sup>Iwate University

<sup>+</sup>Presently Forum Engineering Co. Ltd.

キーワード: 土壌(soil), 多孔質円管(cylindrical porous pipe), 水流システム(water flow system), 特性(characteristics), 制御(control).

連絡先: 〒020 盛岡市上田3-18-8 岩手大学農学部農林生産学科生産環境学講座農業環境制御工学研究室 原道宏, Tel.019-621-6125, Fax.019-621-6125, Email: mrhara@msv.cc.iwate-u.ac.jp

### 1. はじめに

植物は、毎日、蒸散により多量の水を失う。その量は、気象条件等によっても異なるが、土地 1 m<sup>2</sup> 当たり 1 日に 1 ~ 8 L (リットル) の程度であると言う。この蒸散損失は植物体内に圧力低下を引き起こす。この圧力低下は、通常、15 気圧を超えることはないが、15 気圧になると植物は永久に回復しない萎 (しお) れを生ずる。植物体内に生じた圧力低下は導管を通じて根に伝わり、根における水分吸収を促す。

根の周囲が土壌である場合、水が土壌中を根まで到達するのに時間がかかり、また、圧力が低下する<sup>1, 2)</sup>。一般に、土壌中での圧力低下は、流量が多くなるほど、また、土壌が乾燥するほど大きくなるであろう。この3者の関係を知ることがここでの課題である。

そこで、土壌中に太さが一定の多孔質円管を埋設し、一定体積の土壌から吸水する系を作り、流量と土壌中における水圧低下との関係を求め、圧力による流量制御を検討することとした。

## 2. 吸水パターンのモデル化

1日の中での吸水速度の時間パターンを考察する。

吸水は、蒸散により失われた水分を補うものであり、吸水の時間パターンは蒸散の時間パターンに類似している。蒸散の原動力は湿度差であり、蒸散速度は湿度差と渦拡散係数に等しい。そのため、蒸散速度は葉温、大気の絶対湿度、風向、風速、葉の形状、大きさなどに支配されるが、蒸散の維持には熱の補給が欠かせない。蒸散の維持に必要な熱は日射エネルギーと大気からの熱伝達により供給される。1日の蒸散の時間パターンを表す数式モデルはいくつかあるが、日射量の時間パターンに似て、三角関数によるものが一般的である。ここでもそれにならい、次のようなモデルを考える。

(1) 吸水は、1日 ( $1d = 86400s$ ) のうち日中 (昼間: 長さ  $d$ ,  $0 < d \leq 1d$ ) にのみ行われ、夜間には行われぬものとする。

(2) 1日に総量  $m$  の水を吸水する時間パターンを次の通りとする。ここでは、吸水速度  $y[t]$  の表記の簡単化のため、吸水の開始時刻を時間の原点とする。

$$y[t] = (m(1 - \text{Cos}[2\pi t/d])/d) \text{ (UnitStep}[t] - \text{UnitStep}[t-d]) \quad (1)$$

式(1)の吸水が1日を周期として毎日行われるとすれば、吸水速度全体は式(2)で表され、そのラプラス変換は式(3)のようになる。ただし、ここでは時間の単位を日( $d$ )としている。なお、式(3)の第1因子  $\{ (m/(ds(1+(ds/2\pi)^2)) )$  は日中の蒸散パターンに、第2因子  $\{ 1 - e^{-ds} \}$  は日中のみ蒸散し夜間は蒸散しないことに、

また、第3因子  $\{ 1/(1 - e^{-s}) \}$  は1日を周期として無限に繰り返されることに対応している。

$$y[t] = (m(1 - \text{Cos}[2\pi t/d])/d) \text{ Sum}[\text{UnitStep}[t-n] - \text{UnitStep}[(t-d)-n], \{n, 0, \infty\}] \quad (2)$$

$$Y(s) = m/(ds(1+(ds/2\pi)^2)) (1 - e^{-ds})/(1 - e^{-s}) \quad (3)$$

毎日の吸水パターンをグラフにすれば図1のようになる。図1では、 $d=7/12d$  とし、最初の4日分を示している。

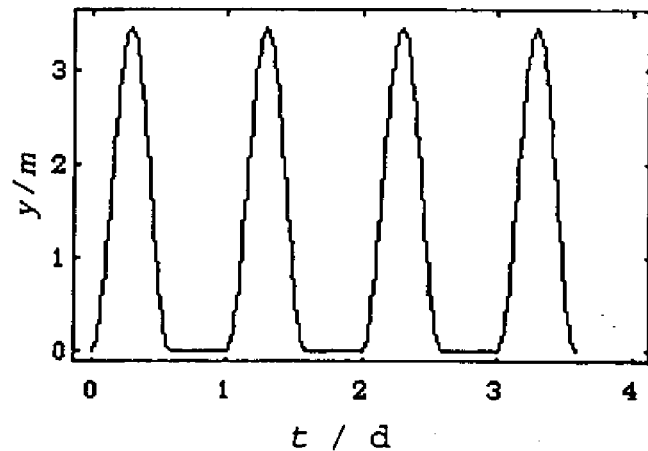


図1 毎日の吸水パターン

## 3. 土壌水分伝達系のモデル化

土壌中にある根が水分を吸収するときの土壌水分の移動を考察する。

### 3.1 材料および方法

土壌試料としては、広く用いられ、安定して、容易に入手できるものとして次のものがある。

- (1) 園芸用土「ソイルフレンド」
- (2) 鋳物用砂「沼山(ぬまやま)鋳物砂」
- (3) コンクリート試験用「豊浦標準砂」
- (4) 火山灰土

今回は前2者を供試した。

方法として次の2法がある。

- (1) 実験装置による測定
- (2) 土壌水分方程式の数値解

さらに、これらを簡単化するために、

- (3) 遅れ系による近似

がある。ここでは、これらを、順次試みた。

### 3.2 実験装置による測定

#### 3.2.1 試料の充填

受台にメンブランフィルタ (membrane filter, 孔径  $0.22 \mu\text{m}$ ) をセットし、円筒(内径  $110 \text{ mm}$  ×長さ  $105 \text{ mm}$ , 容積  $1 \text{ L}$  の無底円筒、ステンレス製)を受台に載せ、それに風乾試料を入れ、振動を与えながらできるだけ均一に、設計深さまで充填した。試料の重量および含水比を測定する。

この様に調整した土壌試料を受台ごと圧力釜に入れ、受台の下部からチューブを通じて脱気水を導入し、毛管飽和させ、底面から過剰水を排除し、初期状態とした。

円柱状試料の中心線に沿って集水円管(外径  $3.0 \text{ mm}$  ×長さ  $100 \text{ mm}$  の円管、素焼き磁器製。あらかじめ毛管飽和しておいたもの)を挿入した。これにより排水口が(1)底面と(2)集水円管の2系統になったが、実際にどちらから排水するかは、圧力釜に備わった排水管にどちらの系統のチューブを接続するかにより決まる。集水円管が根を模したものであり、底面(平面)からの排水は、平衡に至る時間を短縮するための便宜である。

#### 3.2.2 ステップ応答の測定および平衡水分量の測定

ここでいうステップ応答とは、一定圧力のもとで平衡状態にある土壌水分系において、それと異なる一定圧力を突然印加した

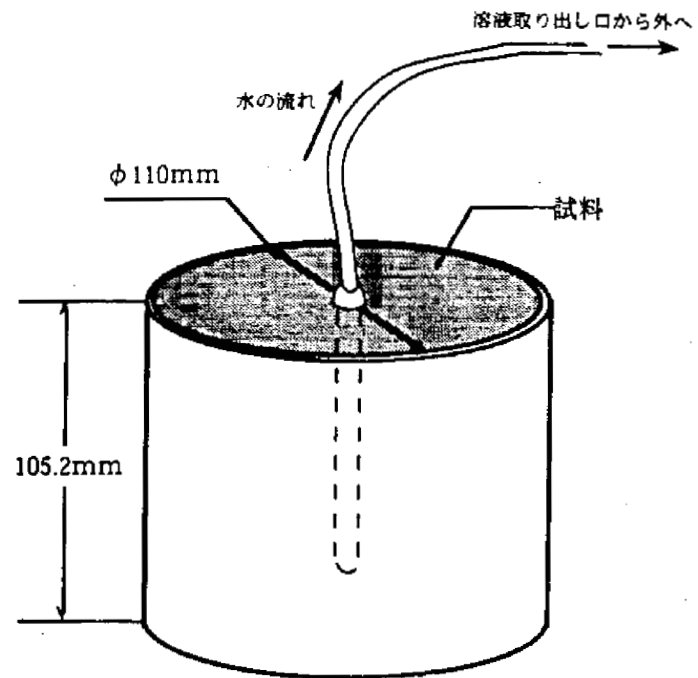


図2 試料容器と素焼き製集液円管

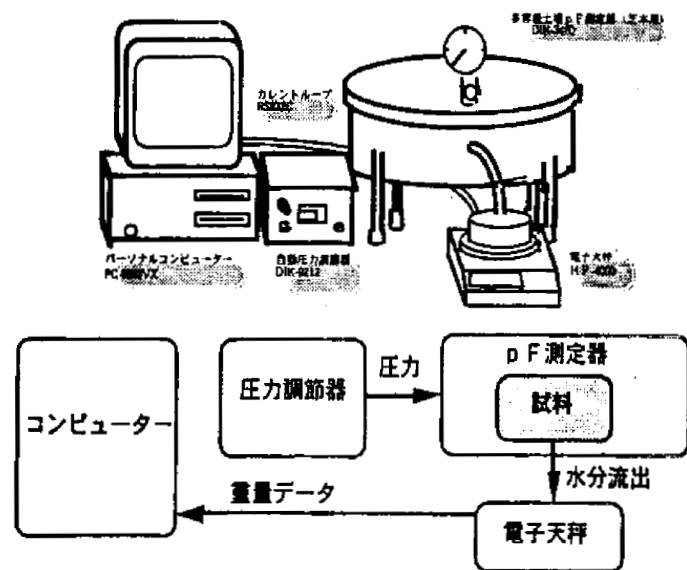


図3 ステップ応答測定装置

とき集水円管を通じて得られる水量の時間経過のことである。この応答を求めるためには、集水円管のチューブを排水管に接続し、底面からの排水チューブは圧力釜内で閉鎖する。圧力釜から出た排水管に接続したチューブを排水量測定容器に導いた。圧力釜の蓋を閉め、自動圧力調節器により目標の圧力を加えた。排水量は天秤で測定し、パソコンのディスクにデータを蓄積した。

後記する数値計算によれば、実用上平衡に達するのは、 $Dt/x^2$ の値が、柱体の底面排水では1.2のオーダーになった時、また、試料直径/集水円管直径が110/3である場合の集水円管排水では6000のオーダーになった時である。 $x$ は、底面排水では試料の厚さ、集水円管排水では集水円管の半径(1.5 mm)である。これより、集水円管排水の場合と同一の $Dt$ を与える柱状試料の厚さは106 mmと見積もられる。平衡に要する時間は試料の厚さの2乗に比例するから、試料の厚さを薄くし、底面排水すれば平衡に要する時間を短縮できる。

したがって、集水円管による排水に時間がかかる場合は、試料の厚さを106 mmよりも相当薄くした試料を作り、集水円管からの排水に関するステップ応答の測定を途中で打ち切り、排水経路を集水円管から底面に切り替えれば、平衡に達する時間を短縮して平衡水分量を測定できる。このようにすれば、もちろん、ステップ応答は途中までしか得られないが、早く平衡状態に達するので、早く次の圧力ステップに移ることができる。今回の場合、1日周期の水分吸収を念頭においているので、集水円管による排水は1日程度に止め、そのあとを底面排水に切り替えれば、測定時間短縮の実効を得ることができる。

### 3.3 土壤水分方程式の解

ステップ応答は、初期条件および境界条件を適切に設定して土壤水分方程式の解を求めることにより得られる。土壤水分拡散係数は土壤含水率により数千倍のオーダーで変化する関数である。通常、土壤水分方程式に解析解は無く、差分法や有限要素法

等による数値解のみが得られる。

#### 3.3.1 円筒の中心にある円管から吸水する場合の土壤水分方程式

均質な円柱状の土壤の中心に円管が有る場合、土壤が水移動に対して等方的であれば、水移動方程式は式(4)、水分保存則は式(5)、土壤水分方程式は式(6)

$$q = -2\pi r D[\theta] D[\theta, r] \quad (4)$$

$$2\pi r D[\theta, t] = -D[q, r] \quad (5)$$

$$D[\theta, t] = (1/r) D[r D[\theta] D[\theta, r], r] \quad (6)$$

初期条件 (Initial Condition = I.C.)、境界条件 (Boundary Condition = B.C.) は、

$$\text{I.C.} : \theta = \theta_1, r > r_0, t = 0 \quad (7)$$

$$\text{B.C.} : \theta = \theta_0, r = r_0, t > 0 \quad (8)$$

土壤水分拡散係数  $D[\theta]$  が体積含水率  $\theta$  の指数関数で表される場合を扱う。

$$\begin{aligned} D[\theta] &= D_0 \exp[b(\theta - \theta_0)/(\theta_1 - \theta_0)] \\ &= D_1 \exp[b(\theta - \theta_1)/(\theta_1 - \theta_0)] \quad (9) \end{aligned}$$

$$D_0 = D(\theta_0), D_1 = D(\theta_1)$$

風乾土への浸潤過程に関する測定によれば  $b$  の値は土壤によらず  $b = 8.06$  であり、風乾以上に湿潤した土壤への浸潤過程では、 $0 \leq b \leq 8.06$  の範囲になる。ただし、今回は脱水過程であるので、これと異なるかも知れない。

式(9)の指数中の因子を次のようにおく。

$$b = B/(\theta_1 - \theta_0) \quad (10)$$

このとき、拡散係数は次に様に書ける。

$$\begin{aligned} D[\theta] &= D_0 \exp[b(\theta - \theta_0)] \\ &= D_1 \exp[b(\theta - \theta_1)] \quad (11) \end{aligned}$$

#### 3.3.2 土壤水分方程式の差分数値解

式(6)の解を求めるに当たり、円筒座標系であることを考慮し、式(12)による変数変換を行う。このとき、土壌水分方程式は式(14)になる。

$$R = \ln[r/r_0] \quad (12)$$

$$dR/dr = 1/r \quad (13)$$

$$D[\theta, t] =$$

$$(1/r_0^2 e^{2R}) D[D[\theta] D[\theta, R], R] \quad (14)$$

マトリックポテンシャル  $P$  を式(15)により導入する。

$$D[P, \theta] = D[\theta] / D_0$$

$$P = \text{Integrate}[D[\theta], \{\theta, \theta_0, \theta\}] / D_0 \quad (15)$$

このとき、土壌水分方程式は式(16)になる。

$$D[P, t] = \{D[\theta] / r_0^2 e^{2R}\}$$

$$D[P, \{R, 2\}] \quad (16)$$

土壌水分拡散係数  $D[\theta]$  が式(9)である場合、マトリックポテンシャル  $P$  は式(17)に、また、その逆関数は式(18)になる。さらに変数変換(19)を経て、土壌水分方程式および I.C.、B.C. はそれぞれ式(20)、(21)、(22)になる。

$$P = \{\exp[b(\theta - \theta_0)] - 1\} / b \\ = \{D[\theta] / D_0 - 1\} / b \quad (17)$$

$$D[\theta] = D_0 (1 + bP) \quad (18)$$

$$T = D_0 t / r_0^2 \quad (19)$$

$$D[P, T] = \\ \{(1 + bP) / e^{2R}\} D[P, \{R, 2\}], \\ R_1 > R > 1, T > 0 \quad (20)$$

$$\text{I.C.} : P = P_1, R_1 > R > 1, T = 0 \quad (21)$$

$$\text{B.C.} : P = P_0, R = 1, T > 0 \quad (22a)$$

$$D[P, R] = 0, R = R_1, T > 0 \quad (22b)$$

$$R_1 = \text{Log}[r_1 / r_0]$$

## 4. 結果と考察

### 4.1 ステップ応答の測定値

鑄物砂およびソイルフレンドを pF0 (1cmH<sub>2</sub>O) から pF1.5 (31.6cmH<sub>2</sub>O) に、pF1.5 から pF2.7 (501cmH<sub>2</sub>O) および pF3.0 (1000cmH<sub>2</sub>O) に加圧した時の排水総量の時間経過を図4に示した。いずれも1次遅れ要素のステップ応答

$$y = k(1 - e^{-t/T}) \quad (23)$$

と類似の形をしている。加圧が大きいときは初期の流量が大きく後期には小さくなる傾向が見られる。

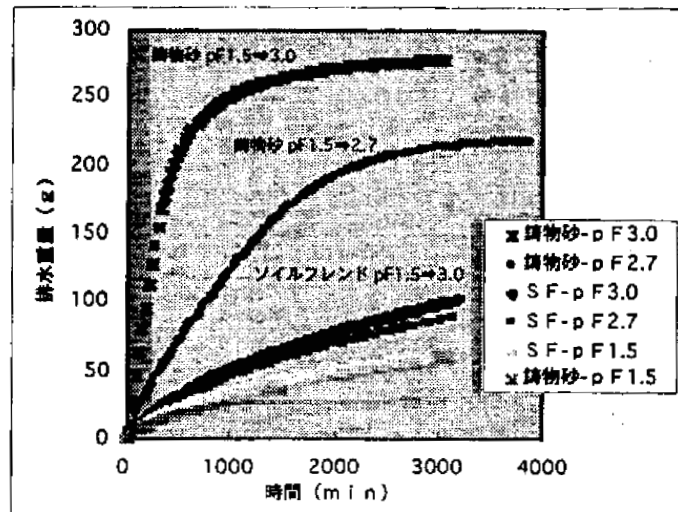


図4 ステップ応答の測定値

### 4.2 数値計算の結果

水分拡散係数を土壌水分率の指数関数である場合の差分法による数値計算の結果を示す。図5は総排水量が全量の63.2%およびその1/2、1/4、1/8の排水に至るまでの時間経過を示す。総排水量が少ないあいだは1次遅れ系で近似されるが、総排水量が多くなるにつれ、特に指数  $b$  の値が大きいものでは1次遅れ系からの隔たりが大きくなる。図6は総排水量が全量の63.2%およびその1/2、1/4、1/8の排水に至る無次元時間(式19の  $T$ ) である。横軸は指数  $b$ 、縦軸は時間の自然対数である。指数  $b$  の値が大きいほど、また、総排水量が大きくなるほ

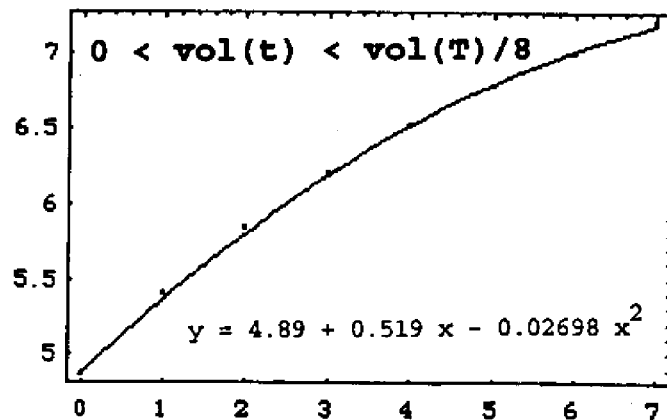
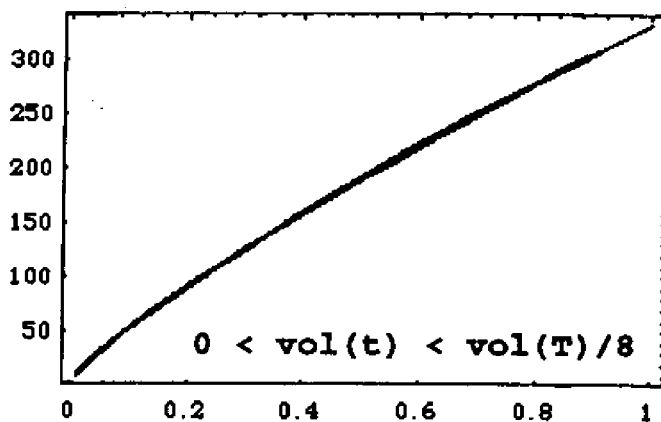
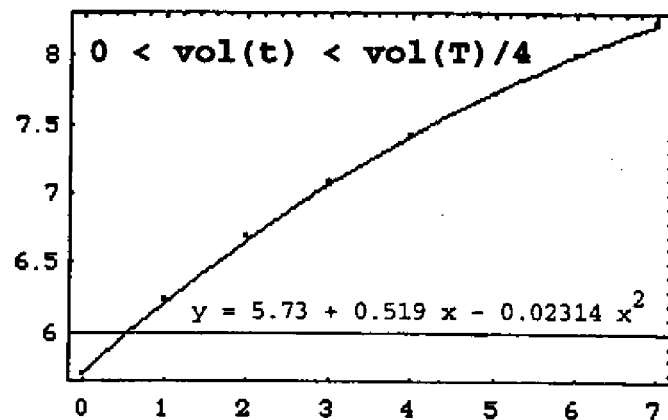
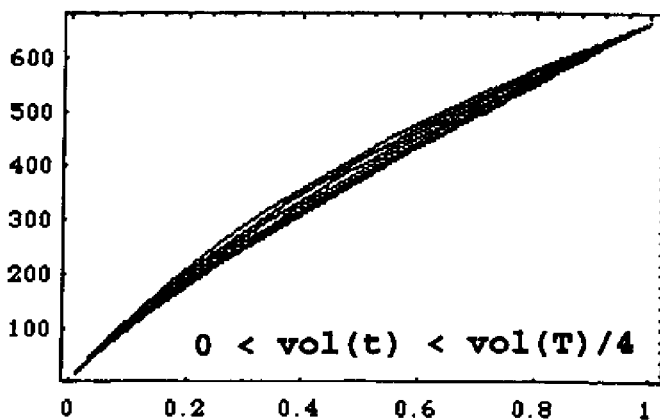
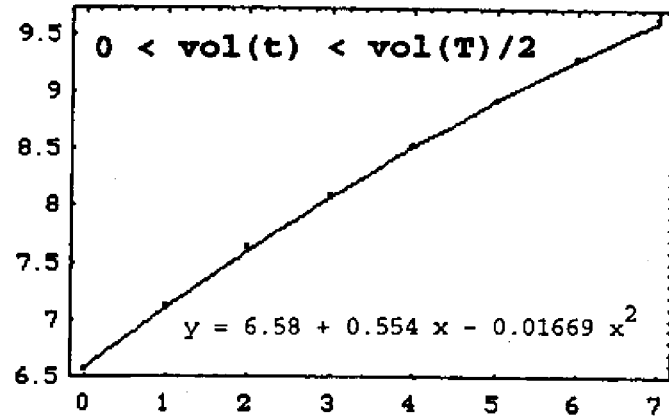
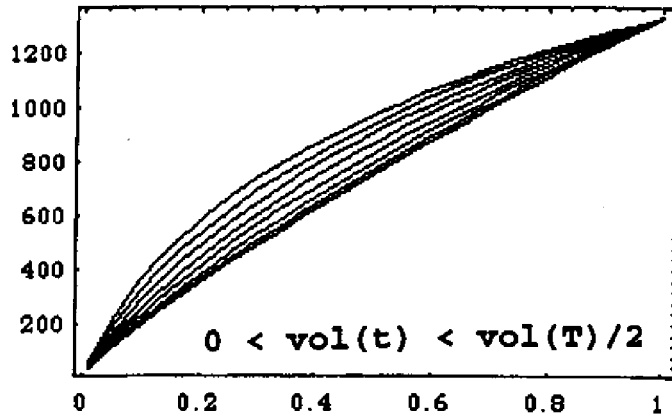
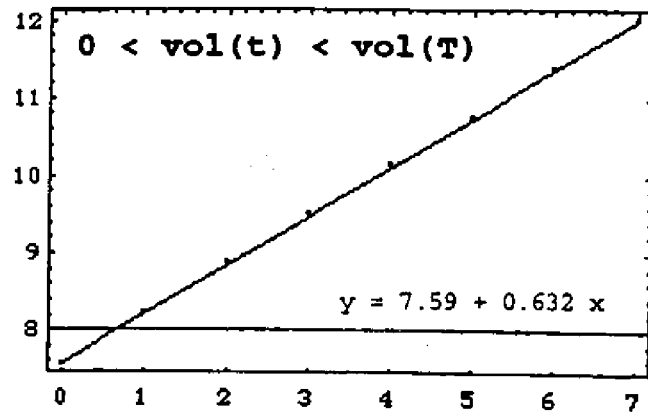
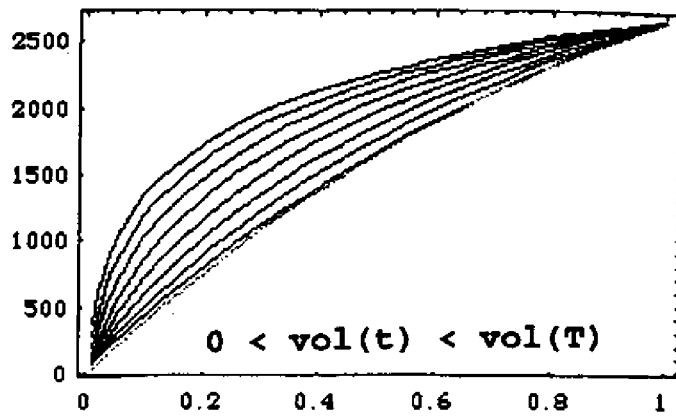


図5 総排水量が全水量の63.2%およびその1/2、1/4、1/8の排水に至るまで経過  
 x軸： $t/\tau$ 、y軸：総排水量（4220.6が100%）  
 曲線は、下から、1次遅れ要素、 $b=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ の順。

図6 総排水量が全水量の63.2%およびその1/2、1/4、1/8の排水に至る無次元時間  
 x軸： $b$ 、y軸： $\text{Ln}(\tau)$ 。  
 点：計算値。回帰直線および回帰放物線。

どグラフの直線性がよい。

#### 4.2 流量の日変化による根の表面における水圧低下

植物は毎日図1 (p.2) に示すように吸水を行う。土壌は一定の圧力をかけると円筒状の根は図5に示される吸水を行う。それでは、植物が毎日図1のような吸水を行う場合に生ずる圧力はどのようになるであろうか。ここでは、土壌水分系が1次遅れ要素である場合について、理論的に考察する。

土壌中に多孔質円管を埋設し、一定の圧力を加え、多孔質円管から滲み出す水分量の測定値は、一次遅れ要素、すなわち、その伝達関数  $G[s]$  が次式で表すことができる。kは静利得、Tは時定数である。

$$G[s] = k / (Ts + 1) \quad (23)$$

昼の長さを  $d$  日 ( $0 < d \leq 1$ ) とすれば、1日の積算吸水量が  $m$  であるような吸水速度パターンであるとき、その積算吸水量パターンのラプラス変換は、次のようになる。

$$Y[s] := \frac{(4m\pi^2) / (d s^2 (4\pi^2 + d^2 s^2))}{(1 - e^{-(d s)}) / (1 - e^{-s})} \quad (24)$$

一周期の間に総量  $m$  を吸収する基本的な吸水速度に起因する水ポテンシャル低下量  $pressure[t]$  は、次のようになる。

この水ポテンシャル量低下量の時間関数のラプラス変換を  $X[s]$  とすれば、 $X[s]$  は次式を満たす。

$$Y[s] = G[s] X[s] \quad (25)$$

したがって、問題のラプラス変換  $X[s]$  は次のように求められる。

$$X[s] = \frac{(4(1 - e^{-(d s)}) m \pi^2 (1 + s T)) / (d(1 - e^{-s}) k s^2 (4\pi^2 + d^2 s^2))}{(26)}$$

一周期の間に総量  $m$  を吸収する基本的な吸水速度に起因する水ポテンシャル低下量  $pressure[t]$  は、次のようになる。3日間の水圧低下の様子を図7に例示する。

$$pressure[t] = \frac{(m/k) (T(1 - \text{Cos}[(2\pi t)/d]) / d + (t - (d/(2\pi))) \text{Sin}[(2\pi t)/d]) / d}{(27)}$$

水圧低下量の極大値  $anmaxpres[r]$  およびその出現時刻  $antmax[r]$  は  $r = T/d$  で定義し、次のようになる。

$$r = T/d \quad (28)$$

$$anmaxpres[r] = \frac{P_{max} / (m/k) = 2r + 1 - \text{Cos}^{-1}[(1 - 4\pi^2 r^2) / (1 + 4\pi^2 r^2)] / (2\pi)}{(29)}$$

$$antmax[r] = \frac{1 - \text{Cos}^{-1}[(1 - 4\pi^2 r^2) / (1 + 4\pi^2 r^2)] / (2\pi)}{(30)}$$

式(29)は次のように近似される。

$$anmaxpres[r] \doteq \sqrt{[(2r)^2 + (1/2)^2] + 1/2} \quad (29a)$$

$$\doteq 2r + 1/2 \quad (29b)$$

以上をまとめると次のようになる。土壌水分系が時定数T、静利得kの1次遅れ系で、根が時間dのあいだに正弦波状に総量  $m$  の水を吸う場合、

- (1) ポテンシャル低下量の最大値は、 $m/k$  に比例する。
- (2) 比例係数は、土壌水分伝達関数の時定数Tと1日のうちの吸水時間dの

比を  $r = T/d$  とするとき、式(29)で表される。

(3) 比  $r = T/d$  が十分大きい場合には、式(29b)が適用できるから、ポテンシャル低下量の最大値は、

$$(2 T/d + 1/2) m/k \quad (31)$$

により見積もることができる。

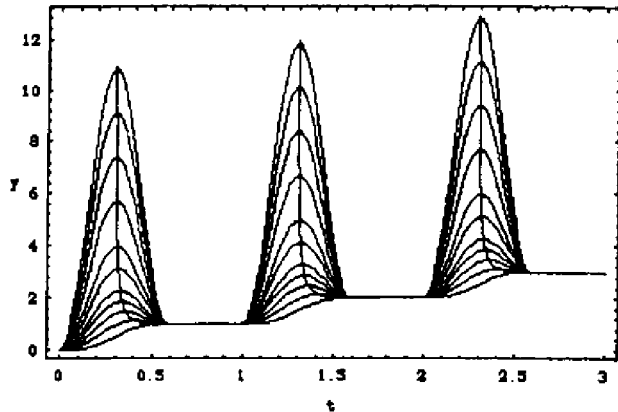


図7 1日のうち  $d$  日吸水する場合、土壤中を水が根に到達する際の水ポテンシャル低下の時間パターン (3日間分を示す)

横軸が日数. 縦軸は規格化した水ポテンシャル低下量; 1が  $m/(dk)$  に相当.

曲線は、下から、 $T=0, 1/8, 1/4, 3/8, 1/2, 3/4, 1, 3/2, 2, 5/2, 3$  に対応.  $T=0$  の曲線は、積算流量のパターンに相当する。

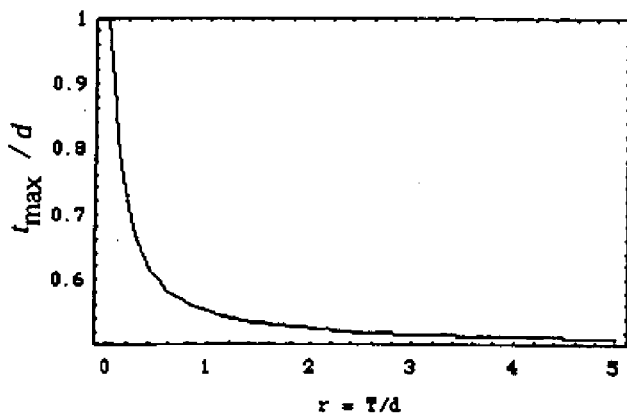


図8 1日のうち  $d$  日吸水する場合、土壤中を水が根に到達する際の水ポテンシャル低下が最大になる時刻の解析解

横軸  $r$  が時定数  $T$  と吸水時間  $d$  の比.

縦軸は水ポテンシャル低下が最大になる時刻  $t_{max}$  (日の出を0) と吸水時間  $d$  の比.

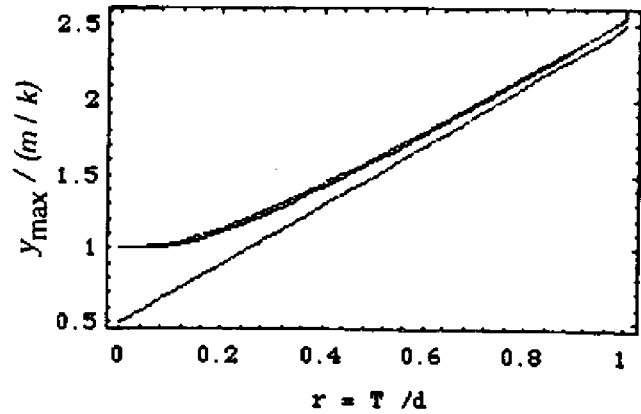


図9 1日のうち  $d$  日吸水する場合、土壤中を水が根に到達する際の水ポテンシャル低下量の最大値の解析解 (29) と近似式 (29a)、および、それらの漸近線 (29b).

横軸  $r$  が時定数  $T$  と吸水時間  $d$  の比.

縦軸は水ポテンシャル低下量の最大値; 1が  $m/k$  に相当.

## 5. おわりに

植物根を円管とみなし、土壤水が根に到達するあいだにいかほど水圧が低下するかを見積もる方法を検討した。

まず、実験により、圧力をステップ状に変化させたときの総排出量の時間経過を測定した。これは、1次遅れ系を想起させる形であったが、圧力を倍加したときには非線形性が見られた。

次に、土壤に広く見られる水移動特性である指数関数型の水分子拡散係数を仮定し、ステップ応答を数値計算した。そこには、総排出量が多くなるにつれ、また、土壤水分拡散係数の非線形性 (指数  $b$ ) が増すにつれステップ応答が1次遅れ応答から離れていく様子が見られた。

ついで、所用の流量パターンを与える水圧変化を求めるべく、土壤水分系を1次遅



れ系とする仮定の下に、検討した。その結果は、図らずも、解析解の求められるものであった。

これより、土壌水が土壌から根に至るあいだに生ずるポテンシャル低下量の日最大値を容易に見積もることができることが分かった。ただし、これは、土壌水分系が1次遅れ系の場合のことであり、その適用範囲は上述のように限定的である。

しかし、それでもなお、式(31)のごとき簡単な式によりポテンシャル低下量の日最大値が見積もれることは有用なことである。また、適用を誤らなければ、多少の非線形領域に対しても、ポテンシャル低下量の日最大値おおよその見当を付けるためには用いることが可能であろう。

今後は、上述の非線形領域に対しても適用できる方法を開発することが必要であろう。

また、根系全体がどのような特性を示すかも、今回の実験方法を適用することにより測定できると考えられ、これも重要な今後の課題である。

## 謝辞

本研究の一部は、文部省科学研究費(07456117)の補助を受けて行った。また、計算には、岩手大学情報処理センターの共同利用計算機を用いた。記して謝意を表す。

## 参考文献

- 1) 原 道宏: 土壌水理特性の非線形性が土壌の水分供給能力に及ぼす影響について, 計測自動制御学会東北支部集会資料, 153-10, 1/10 (1995)
- 2) Hara, M.: Recent advances in the evaluation of water supply capability of soil to a single root and the measurement of soil moisture content through the measurement of volumetric heat capacity with a simple probe, Kearney Found. Soil Sci. Intl. Conf. Proc., Vadose Zone Hydrology; Cutting Across Disciplines, Davis, CA., 57/58 (1995)