

## ベイズ逐次推定アルゴリズムによる エミッション CT の画像再構成

### Image Reconstruction for Emission CT with Bayesian Estimation Algorithm

○三井 隆史, 小田中 滋\*, 岩崎 信, 北村 正晴

○Takafumi Mitsui, Shigeru Odanaka, Shin Iwasaki, Masaharu Kitamura

東北大学

Tohoku University

キーワード : ベイズ推定法(Bayesian estimation), 画像再構成(image reconstruction),  
陽電子放出断層投影(positron emission tomography), 事後確率集積法(method of  
posterior probability accumulation)

連絡先: 〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉 東北大学大学院工学研究科

量子エネルギー工学専攻 原子核システム安全工学講座

三井隆史 Tel.:(022)217-7907 E-mail:mitsui@mine1(one).nucle.tohoku.ac.jp

## 1. はじめに

エミッション CT の一つである PET(陽電子放出断層投影)は核医学診断で使用されている断層投影法である。これは<sup>11</sup>C,<sup>13</sup>N,<sup>15</sup>O,<sup>18</sup>Fなどの陽電子放出核種で標識した放射性薬剤を被検者に投与し、体内から放出される消滅放射線を体外計測して、薬剤の濃度分布を断層像として得るものである。生体内における薬剤の分布およびその時間的変化から、臓器組織の局所的な生理学機能情報が定量的に得られる。たとえば局所血流量、酸素消費量、ブドウ糖消費量などの測定が可能である。また癌が特異的に取り込む薬剤によって位置の同定も可能である<sup>1)</sup>。

従来のアルゴリズムでは断層画像の画像

再構成を行うためには同時計数データをためる必要があり、すべての計測が終わった後に計算を開始している。そのため、全ての作業が終わるまで、断層画像を得ることができない。また、複雑な計算を必要とするため時間もかかる。そこで、我々はデータ収集と並行して処理のできるアルゴリズムの研究を開始し、ベイズ推定法を用いたエミッション CT の新しい画像再構成アルゴリズム(事後確率集積法)を提案する<sup>2)3)</sup>。このアルゴリズムの特徴は、従来法とは異なり計測中でもそれまでに得られた計測データから推定できる最も確からしい結果を示すことができ、データ取得の度に結果を更新することができることである。

この手法によって画像再構成を行うこと

\* 現在東芝

ができれば、計測中でも断層画像を得たり、計測条件を変更したりする事が可能になり、適応型のエミッションCTが期待される。そこで今回 PET についてシミュレーションにより生成した同時計数データを使用して、事後確率集積法による画像再構成を行った。

## 2. 方法

### 2.1 PET の原理

放射性薬剤より放出された陽電子は生体組織中では数mm走ってその運動エネルギーを失い、近傍の電子と衝突して消滅し、2本の $\gamma$ 線を互いに反対方向(180度)に放出する。この消滅線対を被検者の周囲にリング状に配置された検出器で同時計数すること(同時計数イベント)により、2つの検出器を結ぶ線上(同時計数線)のどこかで消滅が起こった、すなわち薬剤が存在するという情報が得られる。(図1)

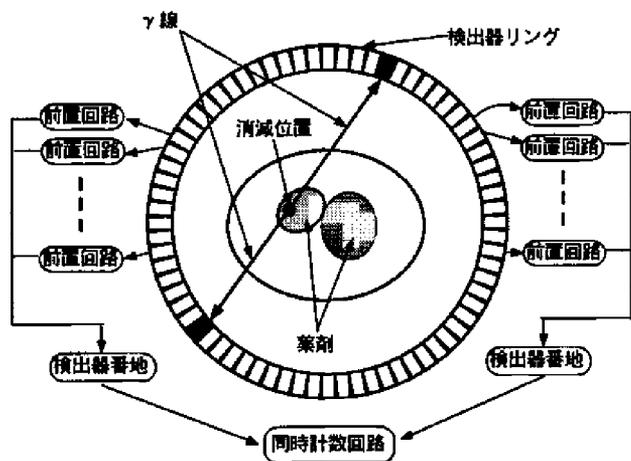


図1 PETの原理

従来のアルゴリズムではこの同時計数イベントをため、これらの情報を角度ごとに並べ換え、方向ごとの強度分布をつくらなければ画像再構成を行えなかった。これらの強度分布は薬剤の分布をそれぞれの方向へ積分した量に比例したもので投影(projection)と呼ばれる。(図2)

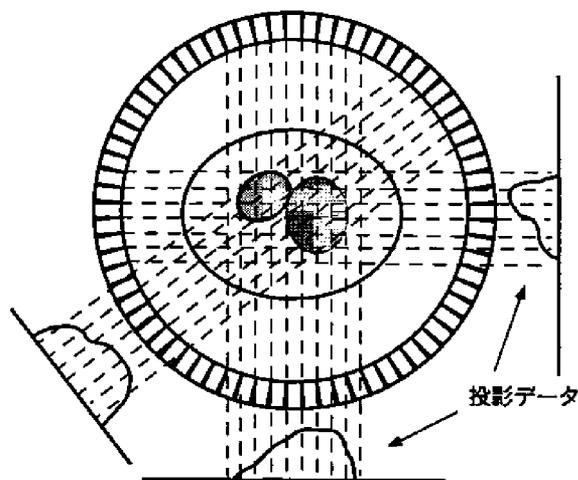


図2 PETの投影データ

被検者内の薬剤密度分布が  $f(x,y)$  であるとすると得られる投影  $P(\theta)$  は

$$P = \int f(x,y) ds \quad (1)$$

となる。 $ds$  は、角度  $\theta$  方向に沿った線素である。

これを従来はフィルター付逆投影法などの手法で逆投影して薬剤の濃度分布図を得る。濃度分布図は正方形のマス(ピクセル)に分割した図で表される。

### 2.2 ベイズ推定法

ベイズの定理は条件付き確率の基本的な定理であり以下のような式で表される。

$$P(A_i | B_j) = \frac{P(B_j | A_i) P(A_i)}{\sum_{i=1}^N P(B_j | A_i) P(A_i)} \quad (2)$$

この定理によって、事象  $B_j$  を起こす原因  $A_1, A_2, \dots$  といくつかあったとき、それぞれの原因が起こる確率  $P(A_i)$  とその原因の下で  $B_j$  が起こる確率  $P(B_j | A_i)$  がわかっているなら、 $B_j$  が原因  $A_i$  に基づく確率  $P(A_i | B_j)$  を求めることができる。

ベイズ逐次推定法は、このベイズの定理を繰り返し適用する事によって原因を推定しようとする手法である。データ事象  $B_j$  があ

る確率密度関数にしてがっており、そのパラメータを示す  $A_i$  が未知であるとき、データが得られる毎にパラメータ  $A_i$  をベイズの定理の式を用いて求めていく方法である。

ベイズの定理の式中の  $P(A_i|B_j)$  は、測定結果  $B_j$  が得られたことにより、新たに得られるパラメータが  $A_i$  である確率(事後確率)であり、 $P(B_j|A_i)$  は測定結果  $B_j$  に対する  $A_i$  の尤度、 $P(A_i)$  はデータが得られる前に推定していた事前確率である。式の分母は全確率の和を1に規格化するためのものである。次の測定結果得られたときには、この事後確率を事前確率として測定結果が得られる度に繰り返し更新していき、より確からしい分布を推定する方法である。

### 2.3 事後確率集積法

ベイズ推定法は分布の推定に有効であるが、より一般的な問題に適用しようとする問題がある<sup>4)</sup>。ベイズ推定法は事象  $B_j$  がただ一つのパラメータ  $A_k$  に従っている場合に、そのパラメータが何であるのが最も確からしいかを推定するという問題には有効であるが、事象  $B_j$  が複数のパラメータに従っており、そのパラメータの強度比を推定するという問題には適さない。たとえば事象  $B_j$  はパラメータが  $A_1$  である確率密度関数から3割、 $A_2$  であるものから7割の確率で起こっているとすると、仮に事象  $B_j$  がパラメータが  $A_2$  であるものから起きた場合に、事象  $B_j$  はパラメータが  $A_1$  である場合に起こり得ないものであるということが起こり得る。この場合には  $P(B_j|A_1)=0$  であるのでパラメータが  $A_1$  である事後確率  $P(A_1|B_j)=0$  となる。1度確率が0になるとその後は0のままになってしまい回復することはない。

このようにベイズ推定法をそのまま使っても、データ分布を決定するパラメータの強

度比を求めるということにはできない。PETの画像再構成においても、ピクセルをパラメータと考え、ピクセルの薬剤の濃度比を求めるとい問題であるため適用できない。

そのため次の式のような事後確率集積法を提案、適用する<sup>4)</sup>。

$$P(k|x) = P(k) + \alpha \frac{W(x|k)P(k)}{\sum_{j=1}^n W(x|j)P(j)} \quad (3)$$

すなわち、データ  $x$  を得たときパラメータが  $k$  である事後確率は事前確率にベイズの定理による補正量を加えたものとする。このようにすれば他のパラメータの分布によってデータ  $x$  が得られた場合、尤度が0であっても事後確率が0になるということは防げる。ここで  $\alpha$  は定数で確率集積の重み係数と呼んでいる。事後確率の和は  $1+\alpha$  になるため1に規格化する。

### 2.4 事後確率集積法による画像再構成

事後確率集積法をPETの画像再構成に適用した場合に(3)式の各変数、関数の意味は次のようになる。

$k$ :ピクセルの番号、 $x$ :同時計数イベント、 $P(k|x)$ :同時計数イベント  $x$  を得たことによるピクセル  $k$  の事後薬剤濃度、 $P(k)$ :ピクセル  $k$  の事前薬剤濃度、 $W(x|k)$ :同時計数イベント  $x$  に対するピクセル  $k$  の尤度

同時計数イベント毎にこの計算を行い、薬剤分布を推定、更新していく。

### 2.5 尤度の決定法

尤度はモンテカルロ法により求めた。各ピクセルについてランダムな位置から消滅  $\gamma$  線対を等方的に500,000本放出、それぞれの同時計数イベントを起こした消滅  $\gamma$  線対の割合をそれぞれの同時計数イベントに対するそのピクセルの尤度とした。(図3)

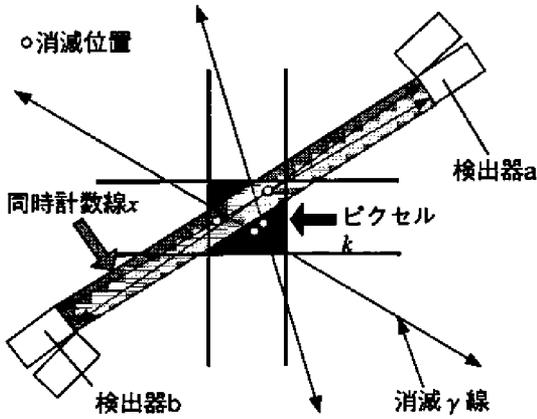


図3 尤度  $W(x|k)$  の決定法(モンテカルロ)  
 ピクセル  $k$  から放出した消滅線 500,000 対のうち、 $n$  対が検出器 a,b に検出(同時計数イベント  $x$ )。  
 同時計数  $x$  に対するピクセル  $k$  の尤度  $W(x|k) = n / 500,000$

### 2.6 シミュレーション条件

同時計数イベント生成のシミュレーション体系を図4に示す。

長さ  $32 \times 32$  四方の検査領域を  $32 \times 32$  の 1024 ピクセルに分割、検出器は半径 32 の円周上に隙間なく 128 個並んでいる。

シミュレーションは理想的な条件の下で行っており、陽電子の移動、消滅  $\gamma$  線の角度揺動、散乱、吸収などは起こらないものとした。

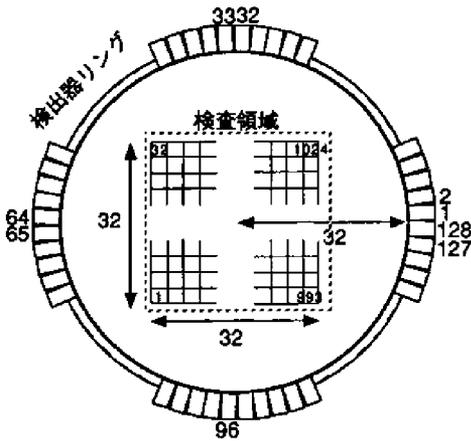


図4 シミュレーション体系

### 3. 結果

事後確率集積法による再構成結果を図5のファントムを用いて検証した。円周状の壁状薬剤分布と、その中に柱状の薬剤分布があるものとした。

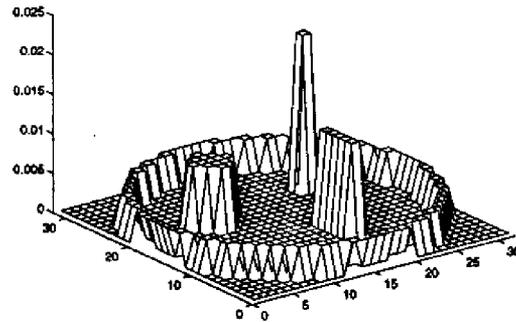


図5 ファントム濃度分布

推定薬剤分布の初期( $N=0$ )値は、一様な分布を仮定した。(図6)もし薬剤分布に関する事前情報があればそれを初期値に利用することができる。

確率集積の重み係数  $\alpha = 1/1000$  のときの再構成の過程が図7a-dである。 $N$  はイベント数である。

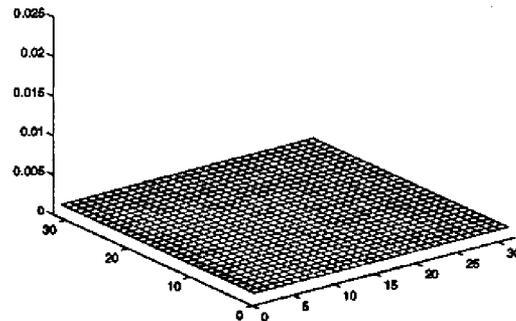
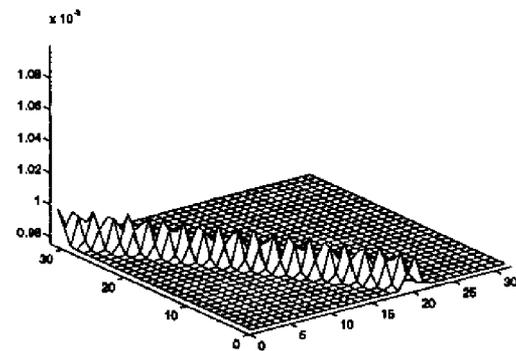
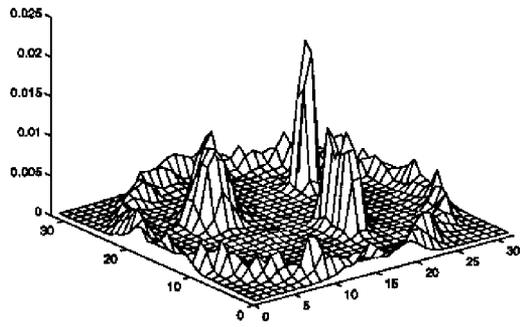


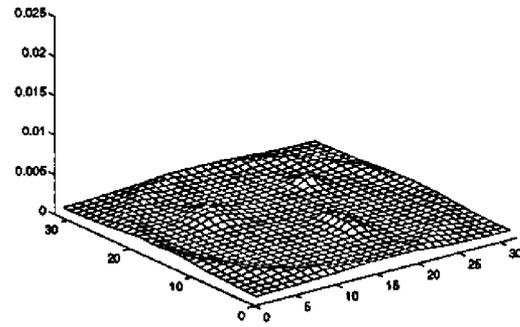
図6 初期薬剤分布( $N=0$ )



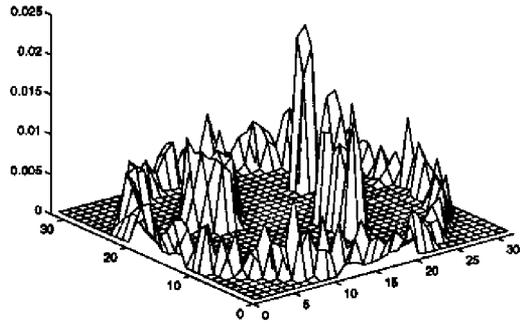
a.  $N=1$



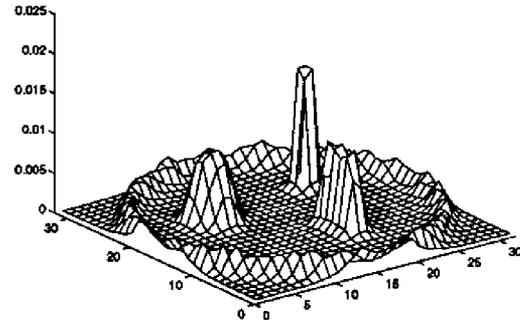
b. N=10,000



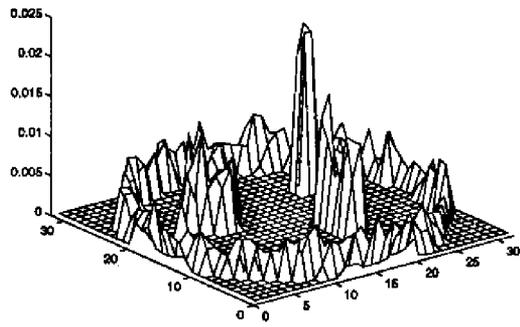
a. N=10,000



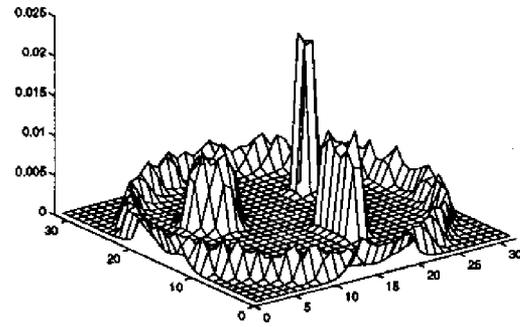
c. N=100,000



b. N=100,000



d. N=300,000

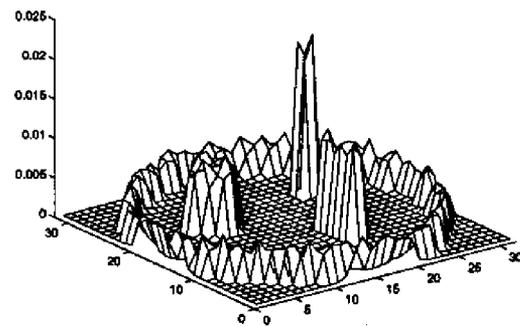


c. N=300,000

図7 推定薬剤分布( $\alpha=1/1000$ )

イベント数を増やすごとにファントム濃度分布に近づいていくの見てとれ、円周状、柱状に薬剤が分布していることが分かる。しかし、イベント数が100,000と300,000ではあまり違いが見られず収束していると思われるが、ノイズが大きく再構成の精度が悪い。

また $\alpha=1/10000$ の再構成の過程が図8a-dである。



d. N=1,000,000

図8 推定薬剤分布( $\alpha=1/10000$ )

この場合も先ほど同様、イベント数を増やすごとにファントム濃度分布に近づいていくの見てとれ、円周状、柱状に薬剤が分布していることが分かる。しかし、先に比べ全体図がわかるまでにイベント数を多く必要とするが、ノイズが小さくなっている。

これらの結果より、確率集積の重み係数  $\alpha$  を小さくすると、収束するまでに多くのイベントを必要とするが正確な画像再構成ができることが分かる。

次に再構成結果のイベント数による正確さを調べるために、次の式で表される平均偏差を定義した。

$$\Delta f = \left\{ \frac{1}{n} \left[ \sum_{m=1}^n (f_m - f_m^{(0)})^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

ここで  $n$ : ピクセル数(1024)、 $f_m$ : ピクセル  $m$  の推定濃度、 $f_m^{(0)}$ : ピクセル  $m$  のファントム濃度である。この平均偏差のイベント数と  $\alpha$  による変化を図9に示す。

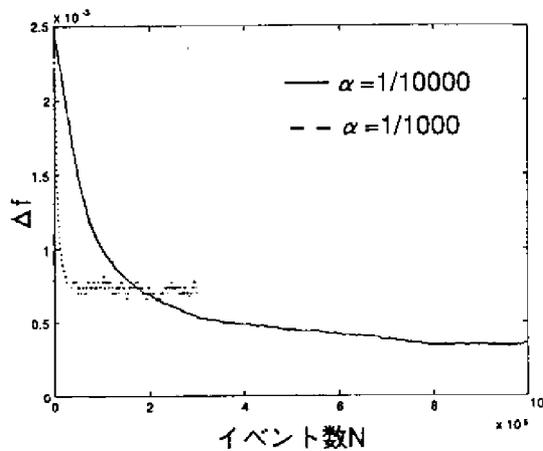


図9 平均偏差

イベント数の増加と共に、値が小さくなりファントム濃度分布に近づいていくのが分かる。また  $\alpha$  の変化による違いは、小さい方が収束するまでに多くのイベントを必要とするが、ファントムとの差が小さく、振動も小さくなっており、先ほどの再構成結果の図と一致している。

#### 4. まとめ

事後確率集積法によるエミッションCTの画像再構成を PET を例にとり、シミュレーションにより同時計数データを生成し行った。その結果事後確率集積法による画像再構成が可能であることを確認した。

本手法を用いることにより、計測中でも断層画像を得ることができ、それによって計測条件を変更したりする事が可能になり、適応型のエミッションCTや測定条件によりデータが限られている場合でも画像再構成が可能になることが期待される<sup>5)</sup>。

#### 参考文献

- 1) 野原功全：陽電子計測の科学、108/117、日本アイソトープ協会
- 2) 三井隆史、小田中滋、岩崎信、北村正晴：第39回自動制御連合講演会前刷、435/436(1996)
- 3) 小田中滋、三井隆史、岩崎信、北村正晴：第39回自動制御連合講演会前刷、429/430(1996)
- 4) S.Iwasaki：A New Approach for Unfolding Problems Based only on the Bayes' Theorem, 9th International Symposium on Reactor Dosimetry, (1996)
- 5) S. Iwasaki, S. Odanaka, T. Mitsui, and M. Kitamura：A Proposed Algorithm for Adaptive Computer Tomography, Applied Radiation and Isotopes(1997)