

Coupled Map Lattice法による 分布定数系非線形特性のモデル化

Modeling of A Nonlinear Distributed-Parameter System by Coupled Map Lattice Methodology

○竹井修輔*, R. Kozma**, 北村正晴*
○Shusuke TAKEI*, Robert KOZMA**, Masaharu KITAMURA*

*東北大, **Dunedin大(NZ)

*Department of Quantum Science and Energy Engineering, Tohoku University

**Dunedin University, New Zealand

keywords : カップルド・マップ・ラティス(coupled map lattice, CML), 安定性(system stability)

カオス・ニューラルネットワーク(chaos neural network), 原子炉(nuclear reactor)

連絡先 : 〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉 東北大学大学院 工学研究科 量子エネルギー工学専攻
北村研究室 竹井修輔, Tel.: (022)217-7907, Fax.: (022)217-7900, E-mail: takei@mine1.qse.tohoku.ac.jp

1 緒言

Coupled Map Lattice(CML)手法は非線形システムにおける時間・空間ダイナミズムをモデリングする手法の一つとして近年注目されている手法である。CMLモデルにおいては系の挙動は空間上の格子に相当する個々の処理ユニットの相互作用で記述することができる。CMLモデルは金子により提案された手法^{[1],[2]}である。金子のモデル中では、各格子がその他の格子全てと相互作用をもつCoupled Mapが用いられている。これに対し本論文では拡散方程式の物理的意味を鑑みて直接相互作用する範囲を限定した条件下での考察を試みた。更に我々はCMLモデルに改良を加え、多層ニューラルネットワークに相似したスキームにアレンジした多層CMLモデルを構築した。

CMLモデルは非線形入出力マッピングを行なう複数の基本処理ユニット(ノード)からなる。非線形振動子間の結合により各ノード

は安定状態、分岐振動、カオスの挙動など複雑な挙動を示す。CML理論はこの強力な非線形・カオス的集団挙動について解明するものである。金子のモデルにおいては、簡単な系のマッピングのために低次元のカオスが用いられている^[1]。これにより得られた時間-空間構造は電化密度波、層流から乱流への遷移などの現象をモデル化することに成功してきた。我々はこのCMLモデルを原子炉内の中性子密度の周期的振動を解析するために導入してきた^{[3],[4]}。

2 原子炉内中性子の分布定数系非線形挙動

原子内における中性子の時間空間依存動的挙動は、標準的にはBoltzmannの輸送方程式で記述される。この数式表現形は(2.1),(2.2)のように表されるのが一般的である。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v(u)} \frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{r}, \Omega, u, t) + \Omega \cdot \nabla \phi(\mathbf{r}, \Omega, u, t) + \Sigma(\mathbf{r}, u, t) \phi(\mathbf{r}, \Omega, u, t) \\ &= \int_0^{\infty} \int_{\Omega'} \Sigma_f(\mathbf{r}; u, u'; \Omega, \Omega'; t) \phi(\mathbf{r}, \Omega', u', t) d\Omega' du' \\ &+ (1 - \beta) \int_0^{\infty} \int_{\Omega} v(u') f(u) \Sigma_f(\mathbf{r}, u', t) \phi(\mathbf{r}, \Omega, u', t) d\Omega du' \\ &+ \sum_i \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) f_i(u) + s(\mathbf{r}, u, \Omega, t) \quad (2.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_i}{\partial t}(\mathbf{r}, t) &= -\lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) \\ &+ \int_0^{\infty} \int_{\Omega} \beta_i v(u) \Sigma_f(\mathbf{r}, u, t) \phi(\mathbf{r}, \Omega, u, t) d\Omega du \quad (2.2) \end{aligned}$$

ここで炉内中性子の状態は、時間 t 、空間座標 \mathbf{r} 、方向角 Ω 、エネルギー（厳密にはエネルギー変化の指標 u ）に依存する中性子束(angular flux) $\phi(\mathbf{r}, \Omega, u, t)$ で表現されている。中性子空間依存挙動が近似的に等方性を持つと仮定できる場合には、この基本式から Ω 依存性を無視し、かつエネルギーに関しては離散化を行った多群拡散方程式で近似されることも多い。さらに解析の便宜のためこのエネルギー領域を代表的な3領域で近似した修正3群拡散方程式モデル表現を(2.3)-(2.5)式に示すが、これらの方程式ではいずれも、そこに含まれる諸係数の中性子依存性は陽には規定されておらず、中性子収支バランス過程の記述は線形的表現を基本としている¹⁾。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \nabla \cdot D_1 \nabla \phi_1 - \Sigma_1 \phi_1 + (1 - \beta) F \Sigma_1 \phi_1 + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -\lambda_i C_i + \beta_i F \Sigma_1 \phi_1 \quad (2.4)$$

$$F = \frac{i}{\lambda} \left[k^{\infty} - [A^{\infty} + (M_1^2 - M^2)] \frac{\nabla \cdot D_1 \nabla \phi_1}{D_1 \phi_1} \right] \quad (2.5)$$

しかしながら実際には、これらの係数は原子炉内の温度分布や冷却材流動状態などに強く影響される。したがって上のモデル式に加えて実際にはこの依存関係式

$$\Sigma = \Sigma(U, T, C) \quad (2.6)$$

が考慮されることになる。ここで Σ は核定数、 U は冷却材密度、 T は燃料温度、 C は制御棒の挿入量に対応している。 C は一定であるとすれば Σ は U と T の関数となるが、実際には U, T は中性子束の動的挙動から発熱現象を通じて強い影響を受けている。したがって従来の動的挙動解析の標準技法であった数値シミュレーションコードにおいては、この一連の関係を図2.1のようなブロック化スキームにあてはめて、繰り返し計算によって現象の解析を

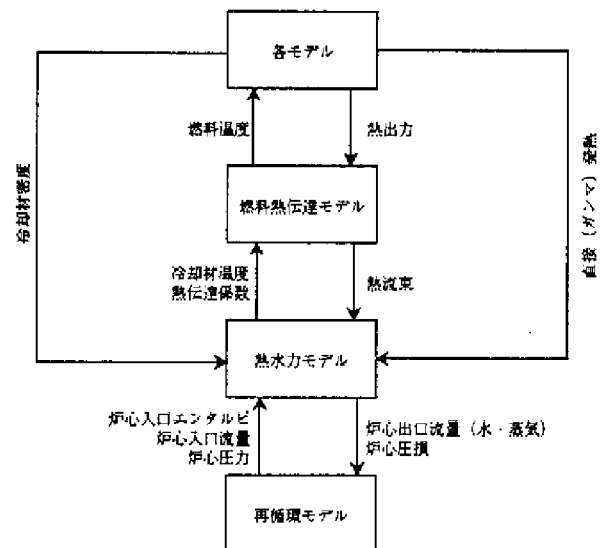


図2.1：従来の原子炉モデルの解析スキーム

行う方式が支配的であった。要するにこれまでの解析では、本来非線形過程である現象を、線形輸送方程式モデル(2.1),(2.2)または拡散方程式モデル(2.3)-(2.5)を土台にしつつ、モデルパラメータを逐次修正するという方式で近似的に解析していたといえる。より厳密には、従来法は中性子の空間移動（輸送または拡散）過程は厳密に、しかしパラメータが中性子変化に従属した変化を示す非線形特性については、大幅な簡略化を持ち込んだ近似方式といえる。しかも空間的な効果についても、結果を解釈する際の特徴付け、たとえば摂動の影響が及ぶ干渉距離などについては間接的な知識しか提供していないのが実状である。このように制約の強い近似解析の有効性、妥当性は、実験との対応付けを通じて確認するのが通例であるが、モデル化そのものについても別の視点の成立可能性を調べてみ

ることも、現象の本質に関する理解を深めるために重要な意義を持つと考える。たまたま近年に至り、沸騰水型原子炉内部での中性子挙動に、強い非線形性と領域依存性を持った振動が観測され、運転安全上からも物理的機構の深い理解の面からも関心を集めた。安全上の問題は、検出能力の高い安定性モニター技術の開発と対応操作の策定により実質的には解決されているが、現象の本質的な理解に関しては更なる検討が望ましい。本報告で論じるCoupled Map Lattice法は、在来法では相対的に軽視されていた非線形特性の方に力点をおきつつ、空間的な結合効果もまた明示的に考察対象にできるという意味で、この要請に応えうる新しいアプローチといえる。

3 Coupled Map Latticeモデル

直接隣接する格子とのみ直接干渉しあう最隣接 coupled mapにおいて、時刻 $t+1$ の格子点 n の値 $x_{n,t+1}$ は

$$x_{n,t+1} = f(x_{n,t}) + \varepsilon [g(x_{n,t-1}) + g(x_{n,t+1}) - 2g(x_{n,t})] \quad (3.1)$$

で表せる。ここで $n=1,2,\dots,N$ であり、 N は一次元格子の数(格子数)である。 ε はノード(格子)間の結合の強さの相対的な重要度を表すパラメータであり、 $0 \leq \varepsilon \leq 1$ である。 $f(x)$ 及び $g(x)$ は非線形マッピングを行なう関数であり、ここでは $f=g$ とする。ロジスティック関数のような単純なマッピングを行なう関数でさえその値は複雑な挙動を示す。ロジスティック関数は(3.2)式で定義される関数である。

$$f(x) = 1 - ax^2 \quad (3.2)$$

a は2次マッピングパラメータである($0 < a < 2$)。 a が1.4よりも大きい値では、 x は図2.1に示すようにカオスの挙動をとる。

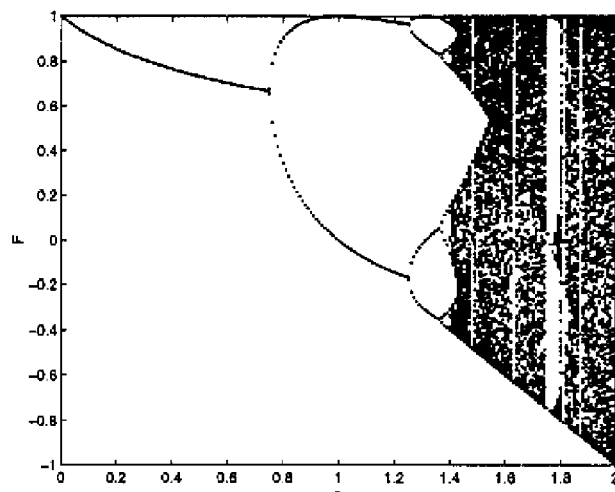


図3.1: ロジスティック関数 $f(x)=1-ax^2$

体系中の全ての格子と直接相互作用をもつ広域coupled mapは式(3.3)で与えられる。

$$x_{i,t+1} = (1 - \varepsilon)f(x_{i,t}) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{k=1}^N g(x_{i,t}(k)) \quad (3.3)$$

右辺第2項が k 個の項の和($1 < k < N$)の場合、つまり物理法則等により直接干渉する範囲が限定されるcouplingをここでは隣接coupled mapと呼ぶ。

上記の式で定義されるモデルはパラメータ、 a 、 ε 、 N 、 K が変化することにより、coherent/ordered/intermittent/chaotic等の非常にダイナミックな挙動を示す^[2]。個々のノードの値の確率密度関数は明らかにノンガウシアンであるが、緩やかにcouplingしているノードは、その範囲と強度が大きくなるにつれガウシアン挙動を示すようになる。(3.3)式のパラメータ、マッピング関数の具体的な値、形はモデル化する系により異なるものとなる。また、格子間の関係が、最隣接、隣接、広域の何れのcouplingをとるのかも物理事象の種類、モデリングの粒度、体系の形状等により異なる。例えば原子炉内の相互作用に関して言えば、熱水力学的相互作用においては熱伝達、圧力伝達等は直接作用する事象のため最隣接couplingが適当といえる。これに対し、相互作用を行なうかどうか確率事象であり、衝突するまでの飛程の大きい中性子では隣接couplingが妥当である。このようにモデルの選

扱は十分考慮して行なう必要がある。

図3.2は、2つの物理量間に因果関係がある系の場合のCMLのモデルスキームを、ニューラルネットワークの表記法を用いて示したものである。その構造は入力層、下部層、及び上部層の3層よりなっている。この構造のなかには、上部層から下部層のノードへのフィードバック（実線）、上部層と入力層の間のフィードバック（破線）が存在する。本研究では、実線部分の影響のみ考慮しているが将来的には破線部分の効果もモデル化することを考えている。

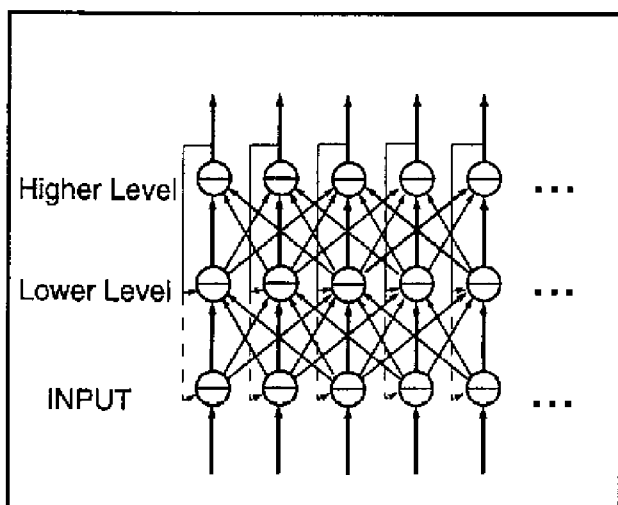


図3.2：多層coupled map lattice モデル

下部層・上部層各々のCMLの式は

$$x_{i+1}(n) = f_L(x_i(n)) + \varepsilon_L \sum_{i=1}^{K_L} g_L(x_i(i)) \quad (3.4)$$

$$y_{i+1}(n) = f_H(y_i(n)) + \theta x_{i+1}(n) + \varepsilon_H \sum_{i=1}^{K_H} g_H(y_i(i)) \quad (3.5)$$

である。

ここで $x_i(n)$ 及び $y_i(n)$ は下部層・上部層各々のノードの値であり、 f_L 、 g_L 、 f_H 、 g_H は非線形マッピング関数、 K_L 、 K_H は直接couplingする範囲を表すパラメータであり、各ノード n は下部層で左右に隣接する $2K_L$ 個、上部層で $2K_H$ 個と直接相互に干渉する。 ε_L 及び ε_H は下部・上部各層におけるノード間のcouplingの強さを決定するパラメータ、 θ は下部層から上部層への影響の強さを与えるパラメータである。(3.3)式と

同様に(3.4)、(3.5)式においても非線形マッピング関数の具体的な形はその物理的性質を考慮して決定される。またこの式はcouplingの範囲を変化させることにより最隣接、隣接、広域の何れのcouplingをもモデル化することが可能である。

4 CMLモデルの原子炉への応用

原子炉内における中性子密度の時間変化（動特性）の決定に重要な機構として炉心内の温度分布による反応度変動（が挙げられる。この原子炉ダイナミクスを多層構造CMLモデルを用いてモデル化する。下部層は系（原子炉）の熱水力場（温度）に相当し、上部層は中性子場（中性子密度）に相当する。我々のモデル中では中性子場における非線形マッピング関数として、中性子の時間変化を記述する一点炉動特性方程式を用いた。一点炉動特性モデルは原子炉内中性子の空間依存性が1次の空間モード（基本モード）で表せるとして単純化してダイナミクスを記述しており、個々のノードにおける非線形マッピング関数として適切なものであるといえる。一点炉動特性方程式は次の式で記述される¹⁰⁾。

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\Lambda} (\rho_0 + \rho_1(t) - \gamma N(t - \tau)) N(t) \quad (3.6)$$

ここで $N(t)$ は時間依存の中性子数、 Λ は平均中性子寿命、 τ は遅れ時間、 ρ_1 、 ρ_2 はそれぞれ反応度の定常成分、時間依存の成分である。

この一点炉動特性方程式について計算機によるCML計算に適した形に変形をおこなう。まず $N(t)$ を定常値 N_0 を用いて規格化をおこなう。

$$y(t) = \frac{N(t)}{N_0} \quad (3.7)$$

(3.6)式より $N_0 = \rho_0 / \gamma$ であり、 $y(t) = \exp\{z(t)\}$ とすると

$$\frac{dz}{dt} = \frac{N_0 \gamma}{\Lambda} \left[1 + \frac{\rho_1(t)}{\rho_0} - \exp\{z(t-\tau)\} \right] \quad (3.8)$$

となる。これを計算に適するように時間軸をタイムステップを Δt として離散化すると

$$z_{t+\Delta t} = z_t + c \frac{\rho_1(t)}{\rho_0} + c \left(1 - \exp\{z_{t-\tau}\} \right) \quad (3.9)$$

となる。ここで z_t は時刻 t における z であり、 t^* は $\tau/\Delta t$ である。係数 c は $c = N_0 \gamma \Delta t / \Lambda$ で定義される。 $\rho_1(t)$ の項は温度（熱水力場）の影響を表しており、CMLを用いてモデル化される。このCMLの非線形マッピング関数は多層CMLの入力層に相当し、カオス性の高い挙動を示す様にパラメータ a を 1.99 としたロジスティック関数が用いられる。

2種類の境界条件、系外に漏洩した中性子が失われる真空境界条件及びと反射体により再入射する反射体境界条件それぞれの影響について計算を行い、ノード間のcouplingの範囲、熱水力場の中性子場への影響の強さを表すノイズ生成パラメータ θ 、中性子場自体のフィードバックの遅れ時間 τ 、等のパラメータの影響、特に中中性子のリミットサイクル振

動が生起する境界条件となる各パラメータの値について検討を行った。なお中性子場→熱水力場の温度フィードバックについては今回はモデル化していないが、フィードバック無しでの挙動を確認後、この効果も取り入れる予定である。計算は東北大学のSX3/44Rスーパーコンピュータ上で行った。

5 結果

収束/リミットサイクル振動及びインフェーズ/アウト・オブ・フェーズ振動に対応するパラメータ条件について調査を行った。原子炉をモデル化した系は400ノードからなる1次元の系とした。真空境界条件の場合、中性子密度は原子炉の端部においてゼロとなり体系外に漏洩した中性子は失われると仮定した。中性子密度の空間分布は中央部で最大となり、サイン曲線に似た形を取ったが、この結果は同一の境界条件において、非時間依存の拡散方程式より導き出されるものと同様の形状である[5]。

熱水力場におけるCouplingは関連する物理法則から最隣接Coupling($k=1$)とした。中性子場に関しては隣接Coupling($K=20$)における中性子密度の空間分布の時間変化を図5.1に示

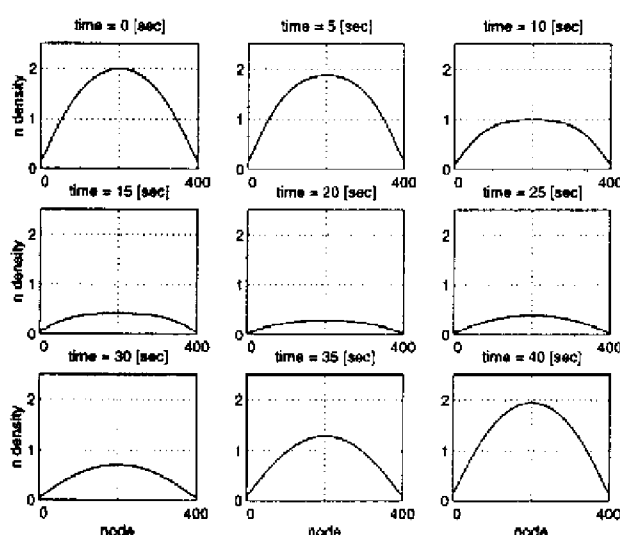


図5.1：中中性子密度の空間分布の時間変化（隣接カップリング）：体系=400ノード×1次元，境界条件=真空， $K_L=1$ ， $K_N=20$ ， $\tau=10[\text{sec}]$ ， $\theta=1\%$ ， $\epsilon_L=0.1$ ， $\epsilon_N=0.9$ 。

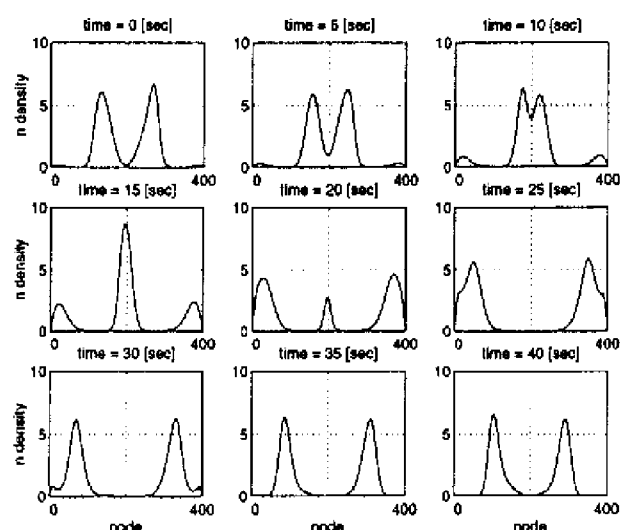


図5.2：中中性子密度の空間分布の時間変化（最隣接カップリング）：体系=400ノード×1次元，境界条件=真空， $K_L=K_N=1$ ， $\tau=10[\text{sec}]$ ， $\theta=1\%$ ， $\epsilon_L=0.1$ ， $\epsilon_N=0.9$ 。

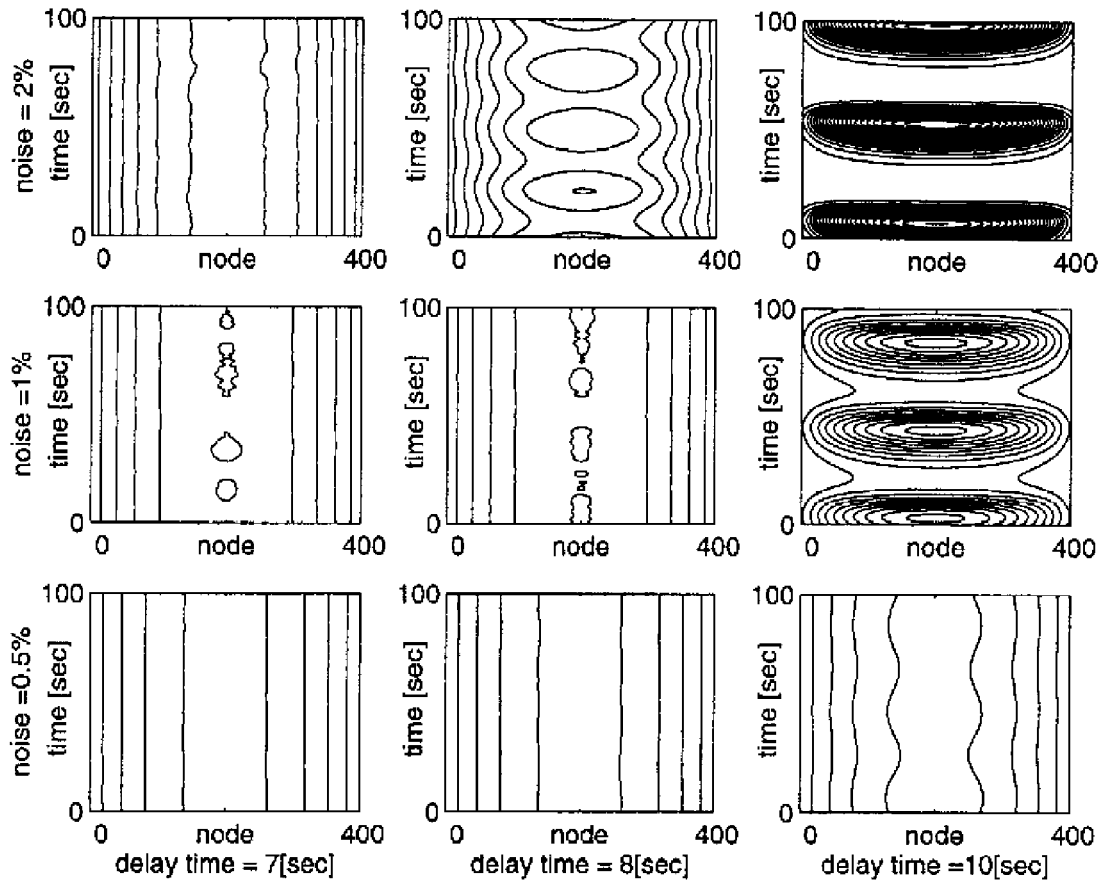


図5.3： 中性子密度の時間/空間挙動の等高線図。隣接Couplingにおけるフィードバック遅れ時間 τ と熱水力場ノイズ生成パラメータ θ の影響。 $K_l=1$, $K_n=20$, $\epsilon_l=0.1$, $\epsilon_n=0.9$.

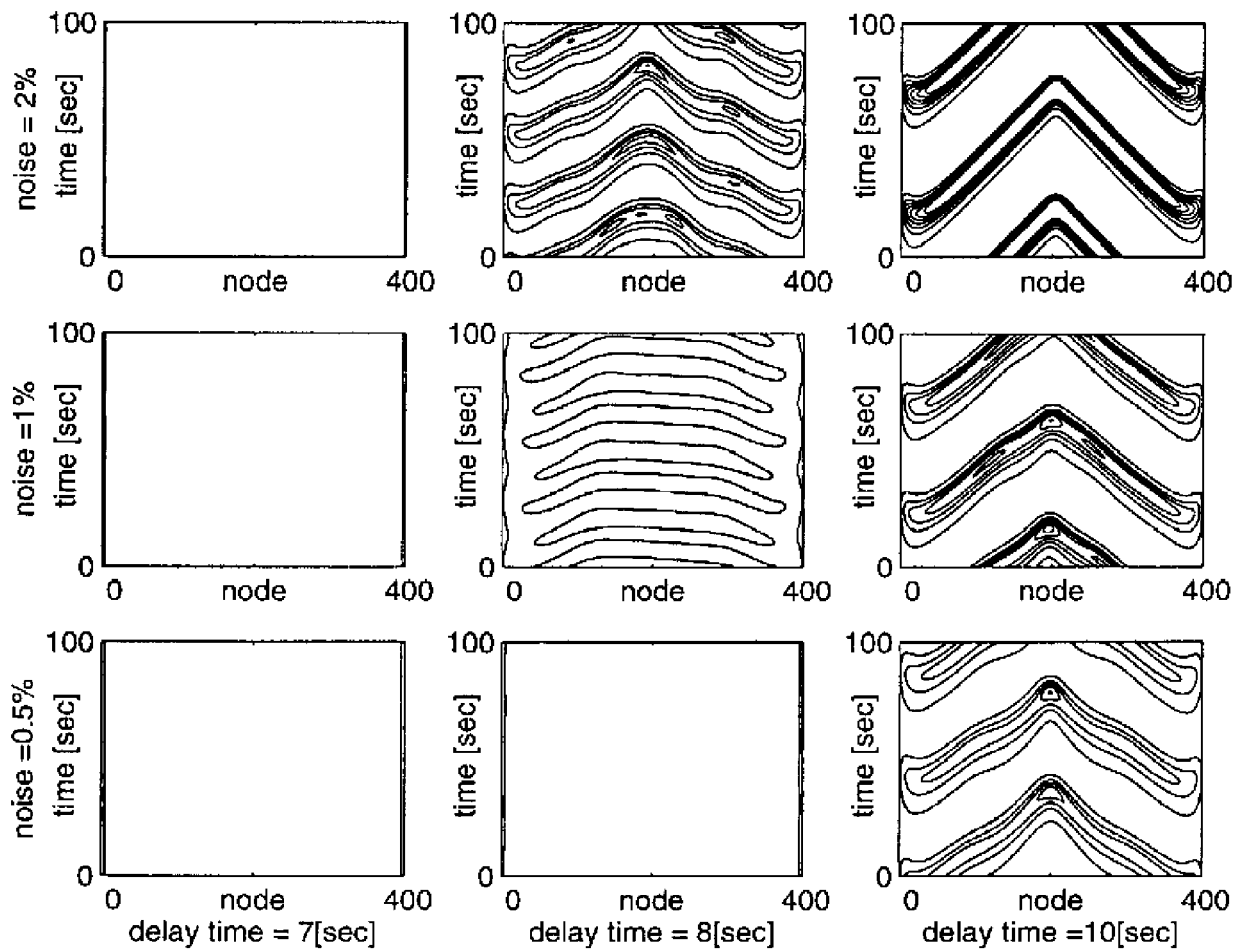


図5.4： 中性子密度の時間/空間挙動の等高線図。最隣接Couplingにおけるフィードバック遅れ時間 τ と熱水力場ノイズ生成パラメータ θ の影響。 $K_l=K_n=1$, $\epsilon_l=0.1$, $\epsilon_n=0.9$.

す。隣接Couplingにおいては基本モードの比重が大きい。高次モードは図5.2に見られるように最隣接Coupling($K=1$)で目立つようになる。

図5.3及び図5.4は各々隣接Coupling及び最隣接Couplingにおいて、中性子密度のフィードバックの遅れ時間 τ とノイズ生成パラメータ θ の大きさにより中性子密度の時間/空間分布がどのように変化するのかを図示したものである。各グラフは横軸は1次元空間座標、縦軸は時間であり、各時刻、地点における中性子密度の値の等高線図が描かれている。何れにおいても τ が大、また θ が大(図の右上)になるとともに収束振動からリミットサイクル振動に中性子密度分布が変化するのが見取れる。図5.3-4に示したパラメータ値以外の τ 、 θ 両パラメータの条件を図5.5に示す。この図からも τ 大、もしくは θ 大でリ

ミットサイクル振動に移行すること、 K_R が大きいほうが安定していることが見て取れる。

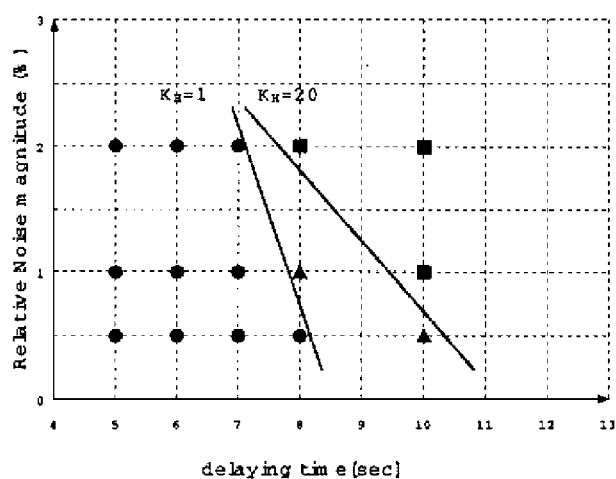


図5.5: リミットサイクル振動の生起条件。●: 安定, ▲: リミットサイクル振動 ($K_R=1$) / 安定 ($K_R=20$), ■: リミットサイクル振動。横軸: 中性子密度のフィードバックの遅れ時間 τ 。縦軸: 熱水力場の中性子場への影響パラメータ θ

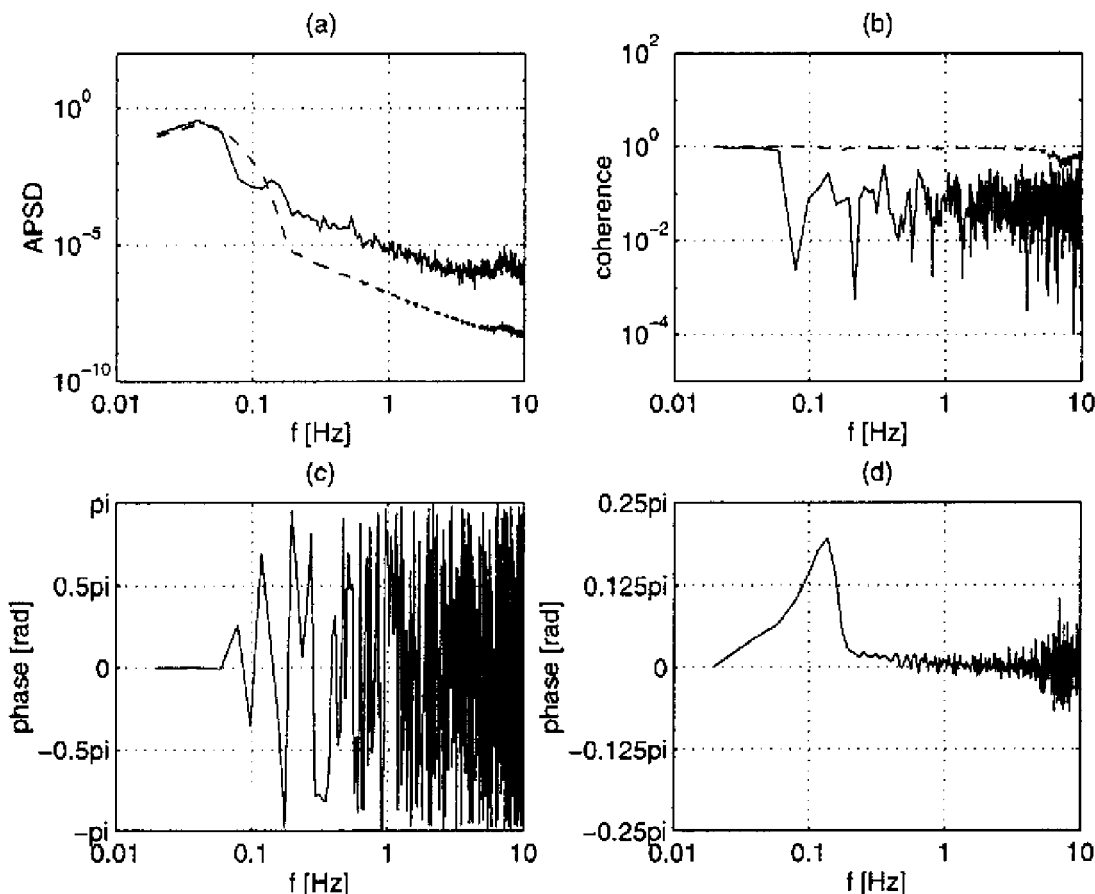


図5.6: 中性子密度の時系列のスペクトル解析。FFTを使用。体系=400ノード \times 1次元、境界条件=真空、 $K_L=1$ 、 $\tau=10$ [sec]、 $\theta=1\%$ 、 $\epsilon_L=0.1$ 、 $\epsilon_R=0.9$ 。
a) 中性子密度の空間平均のAPSD、 $K_R=20$ (実線)、 $K_R=1$ (破線)。
b) 中性子密度の空間平均のコヒーレンス、 $K_R=20$ (実線)、 $K_R=1$ (破線)。
c) 対象な位置(ノードNo100と300)の位相角、 $K_R=20$ 及びd) $K_R=1$ 。

スペクトル解析により得られた、a)APSD、原子炉内の対象な位置にあるノードのコヒーレンス/位相角を図5.6に示した。中間カップリングではイン・フェーズ振動が主だが、局所カップリングにおいてはアウト・オブ・フェーズ振動が存在することがこれより見て取れる。以上の結果より、比較的簡単なモデル化の段階でも既に、空間依存中性子振動の生成消滅、異なった振動モードの励起などが数値実験的に確認された。

6 結言

代表的な非線形分布定数系である原子炉内中性子の動的挙動モデル化を対象として、輸送方程式あるいは拡散方程式を基本とした在来手法とは全く異なった着想に基づくCoupled Map Lattice法の適用を試みた。この方法の導入により、空間的な結合の強さと広がり、非線形フィードバック効果など、従来のモデル化では間接的にしか扱えなかった諸特性を明示的に定式化できる。比較的簡単なモデル化の段階でも既に、従来方式の解析では複雑な手順と膨大な計算を要した空間依存中性子振動の生成消滅、異なった振動モードの励起などが数値実験的に確認されている。本研究を通じて、Coupled Map Lattice法が、原子炉の非線形分布定数系としての特性を解析できる手段として高い潜在能力を有することが示されたと考える。

参考文献

- [1] Kaneko K.; Processing with Network of Chaotic Elements, Proc. IIZUKA'94, pp53.
- [2] Kaneko K.; Theory and application of coupled map lattices, John Wiley and Sons, Ltd. (1993)
- [3] Konno H., Kozma R., Kitamura M. , CML approach to power reactor dynamics (I) - preservation of normality, Ann. Nucl. En., Vol. 23, pp. 119-131 (1996)
- [4] Kozma R., Konno H., Kitamura M. , CML model approach to power reactor dynamics (3), Paper at Japan At. En. Soc. Mtg. No.: B41, p.93, Oct. 1995
- [5] TRACG TRANSIENT ANALYSIS CODE-THREE-DIMENSIONAL KINETICS MODEL IMPLEMENTATION AND APPLICABILITY FOR SPACE-DEPENDENT ANALYSIS, Nuclear Technology, vol105, pp.162-1983, Feb. 1994
- [6] Nuclear Reactor Analysis, John Wiley & Sons, Inc., 1976