計測自動制御学会東北支部第 170 回研究集会 (1997.10.25)
資料番号 170-16

油圧回路に発生するカオス振動

Chaotic Vibration in Hydraulic Circuits

○林　叡*, 早瀬 敏幸*, 韮沢英夫**, 王　偉民**

Satoru Hayashi*, Toshiyuki Hayase*, Hideo Nirasawa**, Weimin Wang**

*東北大学流体科学研究所, **東北大学大学院

*Institute of Fluid Science, Tohoku University, **Graduate School of Tohoku University

キーワード：カオス (chaos), 硬発振現象(hard self-excitation), 安定性(stability), ポペット弁(poppet valve), 油圧回路(hydraulic circuit),

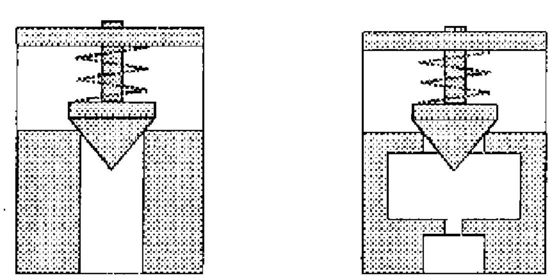
連絡先：〒980-77 仙台市青葉区片平 2-1-1 東北大学流体科学研究所 流動場制御研究部門
林　叡, Tel.:(002)217-5252, Fax.:(022)217-5262, E-mail: hayashis@ifs.tohoku.ac.jp

1. まえがき

ポペット弁回路は，構造が簡単で優れた応答性を持つので油圧回路において多用されているが，構造上極めて不安定であり，しばしば耳障りな騒音を発生することが知られている．

ポペット弁は，図 1 に示すように上流側に弁室と絞りを有するパイロット型とこれらをもたない直動型に分類できる．林らは，ポペット弁が供給管路を介して定圧油源に接続された比較的単純な油圧回路について安定性の解析を行い，パイロット型と直動型のポペット弁回路の動的挙動が異なることを示した (1)．接続管路が比較的短い場合，システムは，集中定数近似した管路とポペット弁の２自由度系として表される．供給圧力をパラメータとして変化させた場合，パイロット型のポペット弁回路では，管路モードと弁モードがそれぞれ異なった供給圧力の範囲で不安定化するのに対して，直動型のポペット弁回路では，管路モードのみが不安定化し，弁モードは常に安定となる．

林らは，既報において，パイロット型のポペット弁回路に関する数値解析を行い，供給圧力がポペット弁の設定圧(クラッキング圧力)よりも低く，通常は弁が閉じた安定状態で弁に大きな外乱を与えると，弁座との衝突を伴う自励振



(a)直動型　　(b)パイロット型

図 1　ポペット弁回路の分類

動が発生し（硬発振），供給圧力の変化に伴って周期倍分岐の後，カオス振動に移行することを示した[2]．この現象は，管路モードの不安定性と密接に関連しているので，直動型のポペット弁回路にも同様の現象が発生するものと考えられる．

筆者の一人が，以前，直動形ポペット弁回路の安定性と非線形挙動が管路長と共に変遷する有様を数値シミュレーションと実験によって検討した際，比較的管路長の短い単モード発振領域に周期倍分岐とカオスと見られる振動が混在することを見出したが，当時の計算機の性能では周期倍分岐からカオスに至る道筋を明確にし得なかった[3]．

そこで本論文では，直動型のポペット弁回路を対象として，主にクラッキング圧力以下の供給圧力領域で数値解析を行い，系の動特性を供給圧力をパラメータとして検討した．

2. 記　　号

A_L　：管路断面積 $(=\pi D_L^2/4)$

A_P　：ポペット弁座 面積$(=\pi D_P^2/4)$

C_P　：ポペット弁の流量係数

C_{P0}　：大変位におけるポペット弁流量係数

D_L　:管路内径

D_P　：弁座直径

e　：反発係数

F　：ポペットに作用する流体力

f_0　：ポペット弁初期圧縮力 $(=kX_i)$

h　：計算時間刻み

k　：ばね定数

L　；管路長

m　：ポペット質量

P_C　：管路終端圧力

P_S　：供給圧力

P_{si}　：クラッキング圧力 $(=f_0/A_P)$

Q_C　：ポペット弁流量

V_L　：集中近似管路の等価体積

X　：ポペット弁変位

X_i　：ばね初期圧縮長さ

δ　：ファイゲンバウム定数

α　：ポペット半頂角

β　：作動流体の体積弾性係数

δ　：粘性減衰係数

γ　：ポペット弁係数

ρ　：作動流体の密度

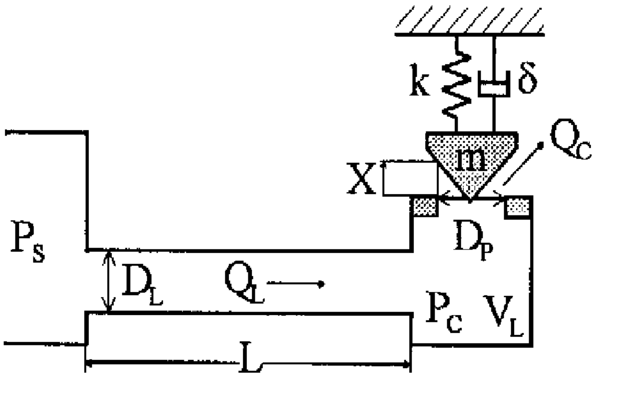


図2　直動形ポペット弁回路の模式図

3. 基礎方程式

本論文で対象とする直動型のパイロット弁回路の模式図を図 2 に示す．以下に系の動特性を記述する基礎方程式を示す．ポペット弁の運動方程式は次式で与えられる．

$$m\frac{d^2X}{dt^2}+\delta\frac{dX}{dt}+kX+f_0=F, \tag{1}$$

ここで，F はポペット弁に作用する流体力

$$F = A_P P_C[1 - 4C_P \frac{X}{D_P} \sin 2\alpha], \tag{2}$$

f_0は，ばねの初期圧縮力で，クラッキング圧力P_{st}は次式で与えられる．

$$P_{st} = \frac{f_0}{A_p} = \frac{kX_l}{A_p}, \tag{3}$$

集中化された管路容量特性を下流端に置き，次式を得る．

$$\frac{V_L}{\beta}\frac{dP_C}{dt} = Q_L - Q_C, \tag{4}$$

管路内油柱の運動方程式は

$$\frac{\rho L}{A_L}\frac{dQ_L}{dt} = P_S - P_C - rQ_L \tag{5}$$

ここに，rは管路の抵抗である．

ポペット弁の圧力流量特性は

$$Q_C = C_P \pi D_P X \sin\alpha \sqrt{2\Psi(P_C)/\rho} \tag{6}$$

ここに，Ψは次式で定義される関数である．

$$\Psi(P_C) = \begin{cases} P_C & P_C \geq 0 \\ 0 & P_C < 0 \end{cases} \tag{7}$$

また，ポペット弁の流量係数は実験値を次式で近似して用いた．

$$C_P = C_{PO}\,\gamma X/(1+\gamma X) \tag{8}$$

弁と弁座の衝突は，反発係数を用いて次式で表した．

$$\dot{X}(t^+) = -e\dot{X}(t^-), \quad X(t^\pm) = 0, \tag{9}$$

ここで，$\dot{X}(t^-)$，$\dot{X}(t^+)$はそれぞれ衝突前後の弁速度である．

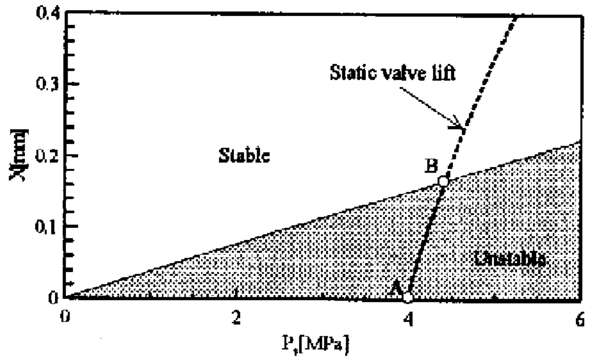
これらの基礎方程式を連立させて，Runge-Kutta 法（以下 R-K 法と略記する）によって数値的に解いた．上述のごとく本研究では，弁のクラッキング圧力より低い供給圧力域を計算の対象とするので弁と弁座はの衝突は避けられない．一般に，衝突は格子点の間で生じるので，計算精度の面から衝突点を適切に求めることが重要である．R-K 法による計算に際して，林らによる刻み細分化法 (4) を採用し，衝突点の計算精度を R-K 法のそれと一致させた．計算に用いた系諸元を表 1 に示す．計算は東北大学流体科学研究所 Cray C916 で行った．計算は 16 桁の有効桁数で行い，十分な計算精度を確保した．この系に発生する自励振動の振動数は約 700Hz である（図 4）．計算においては時間刻みを $h=10^{-7}$s としたが，上記の振動周期(1/700s)による無次元時間刻みは7×10^{-5}となる．

表 1　計算に用いた系の諸元

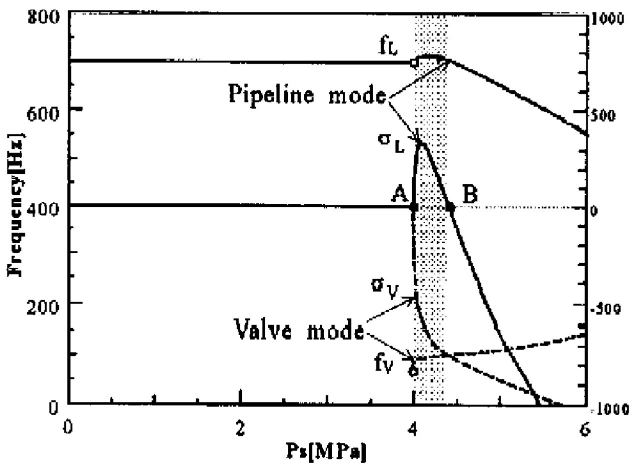
Valve diameter	D_P	6.0×10^{-3}	m
Pipeline diameter	D_L	8.9×10^{-3}	m
Spring stiffness	k_0	1.284×10^{4}	N/m
Pipeline length	L	0.3	m
Valve mass	m	7.4×10^{-2}	kg
Half angle of poppet	α	45	deg
Bulk modulus	β	1.484×10^{9}	N/m^2
Damping coefficient	δ_0	4.905	Ns/m
Density of fluid	ρ	8.563×10^{2}	kg/m^3

4. 線形安定性

図 3(a)は式(1)～(9)の線形化式から求めた動作点の安定性を示したものである．破線はクラッキング圧力を P_{st}=4MPa とした場合，供給圧力の増加にともなう定常弁変位Xの変化である．この場合，定常動作点はAB間で不安定になる．図の実線はクラッキング圧力を変化させて求めた安定境界で，実線の下部が不安定領域である．



(a)　供給圧力による定常弁開度の変化と安定性

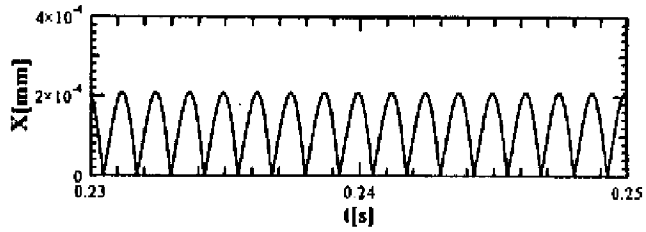


(b) 固有値の供給圧力による変化

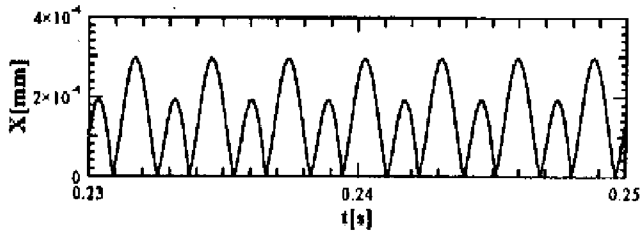
図3　線形安定性

図 3(b)は P_s=4MPa の場合に対応する固有値をプロットしたものである．線形化した系では，供給圧がクラッキング圧以下の場合には，弁は弁座に着座しているため，管路モードのみが存在する．管路の抵抗を考慮しない場合，このモードは中立安定となるが，抵抗を考慮すればこのモードは安定になり，図 3(a)の陰影部と横軸 X=0 のの間にわずかながら安定領域が現れる．一方，供給圧力がクラッキング圧より大きい場合には，管路モードに加えて，弁モードも現れるが，図の陰影部の供給圧の範囲で管路モードは不安定となる．種々の条件下で計算を行ったが，弁モードは大域的にも常に安定であった．

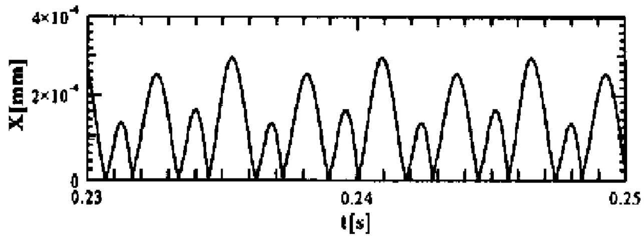
本研究では，供給圧がクラッキング圧力以下の場合を主な考察の対象とする．この領域では



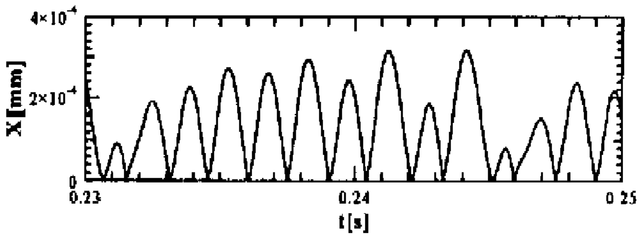
(a)　P_s=2.0MPa



(b)　P_s=2.8MPa



(c)　P_s=2.95MPa



(d)　P_s=3.0MPa

図4　ポペット弁変位の自励振動波形

定常状態において弁は弁座に安定に着座しているが，臨界値を越える大きな外乱が弁に加わるとき，自励していわゆる硬発振が発生するものと予想される．以下では，この領域に発生する硬発振現象について数値解析による検討を行う．

5.. 大域的挙動

弁のクラッキング圧力を P_s=4MPa とし，供給圧力をこれよりやや高く図 3(a)の AB 間に取ると，既に述べたように管路モードが不安定となるので，自励振動が発生する．これは不安定

動作点において成長する通常の自励振動で，いわゆる軟発振現象である．この状態から次第に供給圧力を下げた場合の自励振動の変化を調べた．計算では供給圧力 P_S を一定として振動波形が定常に達するに十分な一定時間（t=0.25s）計算を行った後，供給圧力をわずかに減少させて計算を中断せず，そのまま続行させる方法をとった．供給圧力がクラッキング圧力以下になっても振動は硬発振状態で持続し，かなり低い圧力（P_S=2MPa）に達した後，振動は停止する．自励振動波形の推移を P_s の低いほうから順に図 4(a)～(d)に示す．図 4(a)の P_S =2.0MPa の場合には，ほぼ正弦状の衝突を伴う振動波形をもち，管路モードに対応する振動数をもつ 1 周期振動となっている．図(b)の P_S =2.8MPa の場合は 2 周期振動，図(c)の P_S =2.95MPa の場合は 4 周期振動となっている．図(d)の P_S =3.0MPa の場合には不規則振動が現れ，パワースペクトルはノイズレベルが上昇すると共に，ピークも幅を持ってカオスの特徴を示した．

振動形態の変遷を分岐図で示したのが図 5 である．図中の点は，各供給圧力における過渡振動が減衰した後の自励振動波形の極大点をすべ

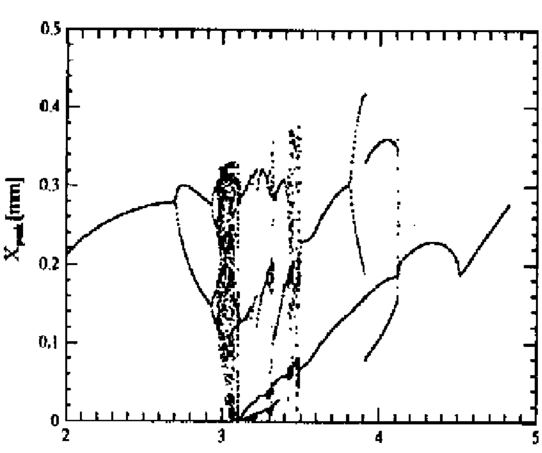


図5　分岐図

てプロットしたものである．システムパラメータとしての供給圧力 P_S の増加に伴う変化をみると，1 周期振動が周期倍分岐を繰り返した後，P_S=3.0MPa 付近で最初のカオスに達している．その後，3 周期振動の窓が現れ，さらに供給圧を増加させると第 2 のカオスが P_S=3.5MPa 付近に現れるが，その後は周期振動に戻り，P_S=4.5MPa で自励振動は停止する（図で P_S=4.5MPa 以上の領域における点は，定常弁変位に対応している）．これは本論文で対象とした直動型のポペット弁回路に発生するカオスが，周期倍分岐を経てカオスに向かう典型的な Feigenbaum 型であることを示しており [(5)]，クラッキング圧以下の領域においては，既報で扱ったパイロット型のポペット弁と定性的に同一の力学的構造を持っていることを示している．

以下では，供給圧力 P_S=3.0MPa 付近に発生するカオスの性質をより詳細に検討する．周期倍分岐を繰り返してカオスに向かう P_S=2.6～3.0MPa の領域を拡大したものを図 6 に示す．この結果より，n 回目の分岐の生ずる供給圧の値 P_{Sn}，および各分岐間の圧力の差δ_n= P_{Sn+1}- P_{Sn} と，連続するδ_nの比δ_{n+1}/δ_nを求めたものを表 2 に示す．表より，δ_{n+1}/δ_nの値は分岐に伴って

表2　周期倍分岐における分岐点の変化

P_{Sn}	δ_n	δ_{n+1}/δ_n
2.707357	0.225036	8.133
2.9323929	0.02766821	4.878
2.96006111	0.00567168	4.890
2.96573279	0.001159889	4.585
2.966892679	0.0002529573	4.684
2.9671456363	0.0000540012	―
2.9671996375	―	―

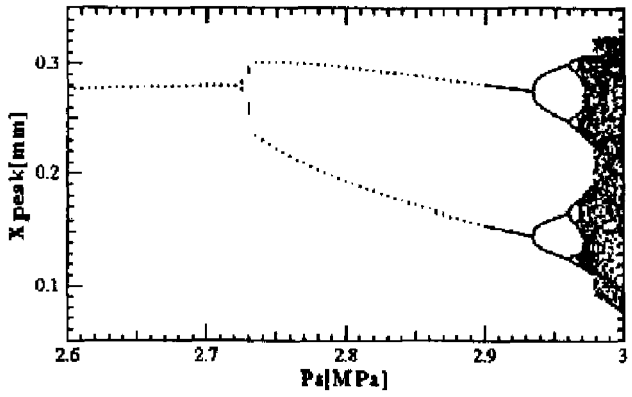


図6　周期倍分岐の拡大図

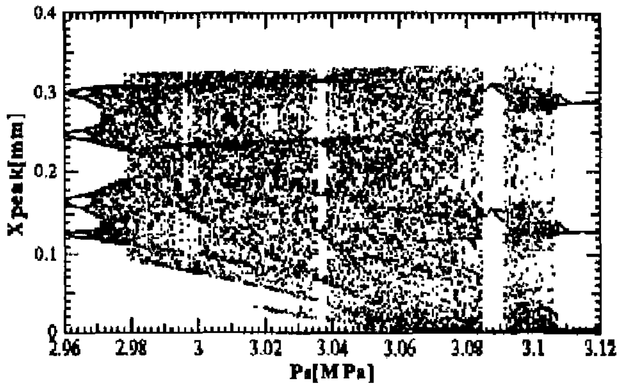
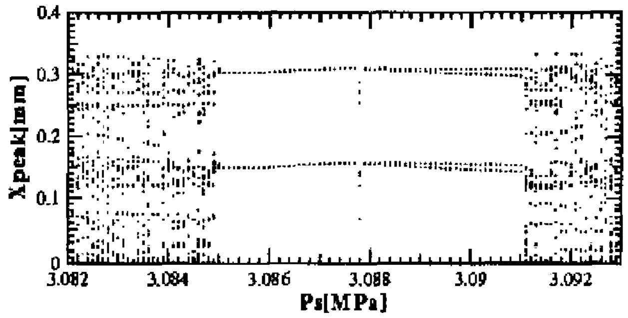


図7　カオス領域

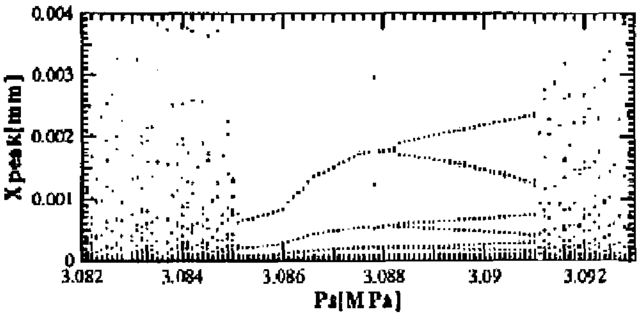
ファイゲンバウム定数(=4.6692) [5] に漸近することが分かる．

次に，カオス領域を拡大したものを図7に示す．図には「窓」と呼ばれる周期解の存在する領域が見られる．供給圧力 P_S=3.035MPa 付近に見られる窓は，供給圧力の増加に伴いカオス振動が5周期振動に変化した後，再び分岐を繰り返してカオス振動となる．

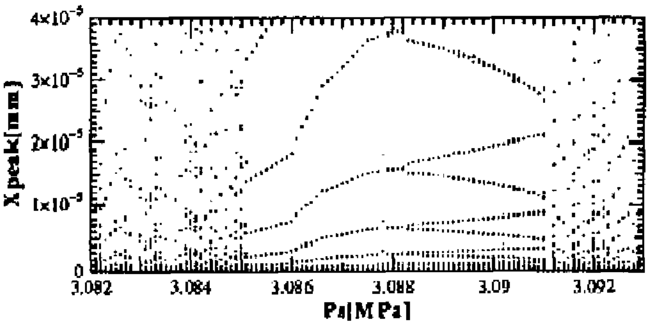
一方，P_S=3.09MPa 付近に存在する窓は，フラクタル構造を持つ．図8は，P_S=3.082～3.093MPa の領域を示したものであるが，図(a),(b),(c)は，それぞれ縦軸のスケールを100倍ずつ増加させた結果である．図から明らかなように，この窓の領域では，自己相似的に減少する振幅をもつ自励振動が生じている．



(a)



(b)



(c)

図8　窓の拡大図

自励振動が生じている．

5．むすび

短い管路をもつ直動型のポペット弁回路を対象として，クラッキング圧力より低い供給圧力域における力学構造を数値シミュレーションにより検討した．弁変位の比較的大きな動作点では，直動型のポペット弁とパイロット型のポペット弁の安定性は大きく異なるものの，本論文で対象とした領域では，両者の力学構造は定性的に類似であり，供給圧力の変化に対して，周期倍分岐を経てカオス振動に至るファイゲンバ

ウム型の遷移が見られた．またカオス領域に見られる窓にフラクタル構造を持つものが存在することを示した．

参　考　文　献

1) 林　叡・倉橋哲郎・早瀬敏幸：ポペット弁における硬発振現象の発生機構 (第1報，定常弁リフトの大きな場合)，日本機械学会論文集 C， **59-563**, 2020/2025 (1993).

2) 林　叡・早瀬敏幸・倉橋哲郎：ポペット弁回路に発生するカオス振動，日本機械学会論文集 C， **61-583**, 1810/1815 (1995).

3) Hayashi, S. & Mochizuki, T.: Chaotic Vibrations Occurring in a Hydraulic Circuit (Digital Simulation and experimental Study), *Proc.1st JHPS Int. Symp. on Fluid Power, Tokyo*, **C2-4**, 475/482 (1989).

4) 林　叡・飯塚祐二・早瀬敏幸：衝突による不連続非線形特性を有する系の数値計算法，油圧と空気圧，**25-3**, 439/445 (1994).

5) M. J. Feigenbaum: The Universal Metric Properties of Non-linear Transformations, *Journal of Statistical Physics*, **21**, 669-706 (1979)