

線形むだ時間系に関するモデル追従形制御系の設計

Design of the Model Following Control System for Linear System with Time Delays

○服部秀郎, 秋山孝夫, 大久保重範

○Hideo Hattori, Takao Akiyama, Shigenori Okubo

山形大学

Yamagata University

キーワード: むだ時間 (Time Delays), ディスクリプタシステム (Descriptor System),
モデル追従形制御 (Model Following Control), 有界性 (Boundedness), 外乱 (Disturbance)

連絡先: 〒992 米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機会システム工学科 大久保研究室
服部秀郎, Tel.: (0238)26-3032, Fax.: (0238)26-3409, E-mail: hhattori@mipultra.yz.yamagata-u.ac.jp

1. 緒言

制御対象とする産業システムの中にはむだ時間を含んだ系が存在する。例えば、製鉄プロセスにおける連続焼鈍プロセスの板温制御¹⁾、化学プロセスの液液抽出装置²⁾、蒸留装置³⁾等が挙げられる。制御システム内にむだ時間が存在すると、目標入力に対する追従性の劣化、外乱抑制性の劣化、安定性を損なうなどの問題を招くこととなり、これまでにもむだ時間を補償するような制御法が数多く提案されている。スミス法⁴⁾、状態予測制御^{5)~9)}、部分極配置法¹⁰⁾、有限極配置法^{11)~15)}、 H^∞ 制御¹⁶⁾、離散時間化制御^{17)~18)}、適応制御¹⁹⁾等は代表的な手法であり、文献²⁰⁾にはこれらの制御系が体系化されて記述されている。これらの研究、設計法の多くは、レギュレータ問題、サーボ系設計問題、最適制御問題などを扱っていが、著者らが知る限り、むだ時間を含むシステムのモデル追従形制御系の設計に関する研究はいまだ少ないようである。

一方、ディスクリプタシステム(以下DS)法²¹⁾は制御対象の動的な部分を記述する常微分方程式と、システムを構成する各要素間の総合関係を記述する代数方程式で構成され、さらに対象システム内の物理変数や定数、物理的構造を保存できる数式表現である。したがって、DS表現はモデリングの際に有利な記述法であり、特にむだ時間を含んだDSは、中立型むだ時間系をも含む形式である。

そこで、本研究では大久保²²⁾が提案したモデル追従形制御系の制御手法をむだ時間を含むDSに対応して拡張した。まず、制御対象となるむだ時間DSおよび追従モデルの設定を行い、制御則の詳細な構成手順を示した。次に、制御システムの内部安定性を示し本設計法の実用性を保証した。さらに、具体的な数値例に基づき、外乱が存在する場合でも制御対象の出力が追従モデルに漸近的に追従することを確認した。

2. 問題の設定

状態に任意のむだ時間を含むディスクリプタ形式の制御対象及び追従モデルをそれぞれ次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=0}^k E_i \dot{x}(t-h_i) &= \sum_{i=0}^k A_i x(t-h_i) \\ &+ \sum_{i=0}^k B_i u(t-h_i) + d(t), \\ y(t) &= \sum_{i=0}^k C_i x(t-h_i) + d_0(t) \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m r_m(t), \\ y_m(t) &= C_m x_m(t) \end{aligned} \right\} (2)$$

ここで、 $x(t) \in R^n$ はディスクリプタ変数、 $u(t) \in R^l$ は制御入力、 $y(t) \in R^l$ は制御対象の出力、 $d(t) \in R^n$ 、 $d_0(t) \in R^l$ は有界な外乱、 h_i ($0 = h_0 < h_1 < \dots < h_k$) はむだ時間、 $x_m(t) \in R^{n_m}$ 、 $r_m(t) \in R^{l_m}$ 、 $y_m(t) \in R^l$ はそれぞれ参照モデルに関する状態、参照入力、出力である。 E_i 、 A_i 、 B_i 、 C_i 、 A_m 、 B_m 、 C_m は適合する次元の定数行列であり、 $E_i \in R^{n \times n}$ は一般に正則とは限らない。 (A_m, B_m) 可制御、 (C_m, A_m) 可観測、 A_m は安定行列とする。制御対象で利用可能な状態は $y(t)$ のみであり、内部状態 $x(t)$ は直接入手できないものとする。また、制御対象とモデルの出力誤差 $e(t)$ は次式 (3) で与えられる。

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (3)$$

この設計においては、内部状態がすべて有界に保持され、 $t \rightarrow \infty$ で $e(t) \rightarrow 0$ にするようなモデル追従形制御系を考える。

3. 制御系の設計

(1) 式の記述を簡単にするために、下式で定義されるむだ時間作用素ベクトル σ を導入する。

$$\sigma = (\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k)^T \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= e^{-ph_i}, \\ \sigma_i z(t) &= z(t-h_i) \end{aligned} \right\} (i=0, 1, 2, \dots, k) \quad (5)$$

ただし、 $h_0 = 0$ より $\sigma_0 = 1$ であり、従って実際のむだ時間作用素は $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$ である。むだ時間作用素を導入し、制御対象 (1) を書き換えれば、次

式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} E(\sigma) \dot{x}(t) &= A(\sigma) x(t) + B(\sigma) u(t) + d(t), \\ y(t) &= C(\sigma) x(t) + d_0(t) \end{aligned} \right\} (6)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} E(\sigma) &= \sum_{i=0}^k E_i \sigma_i, & A(\sigma) &= \sum_{i=0}^k A_i \sigma_i, \\ B(\sigma) &= \sum_{i=0}^k B_i \sigma_i, & C(\sigma) &= \sum_{i=0}^k C_i \sigma_i, \\ \text{rank } E(\sigma) &= r \leq n \end{aligned} \right\} (7)$$

である。 $[E(\sigma), A(\sigma), B(\sigma)]$ スペクトル可制御、 $[E(\sigma), C(\sigma), A(\sigma)]$ スペクトル可観測とする。さらに、制御対象に対して解の一意性を保証するレギュラー条件及び、インパルスフリー条件を仮定する。

$$\left. \begin{aligned} |pE(\sigma) - A(\sigma)| &\neq 0, \\ \sigma &= (e^{-ph_0}, e^{-ph_1}, \dots, e^{-ph_k})^T \end{aligned} \right\} \forall p \in C_z, \quad (8)$$

$$\text{rank } E(\sigma) = \deg |pE(\sigma) - A(\sigma)| = r \quad (9)$$

ただし、(9) 式の \deg は p についての次数を示す。 $p = d/dt$ とおけば、 $y(t)$ と $y_m(t)$ はそれぞれ次式のように表される。

$$y(t) = C(\sigma) [pE(\sigma) - A(\sigma)]^{-1} B(\sigma) u(t) + C(\sigma) [pE(\sigma) - A(\sigma)]^{-1} d(t) + d_0(t) \quad (10)$$

$$y_m(t) = C_m (pI - A_m)^{-1} B_m r_m(t) \quad (11)$$

(10), (11) 式において、

$$\left. \begin{aligned} C(\sigma) [pE(\sigma) - A(\sigma)]^{-1} B(\sigma) &= N(\sigma, p) / D(\sigma, p), \\ N(\sigma, p) &= C(\sigma) \text{adj} [pE(\sigma) - A(\sigma)] \cdot B(\sigma) \in R^{l \times l}[\sigma], \\ D(\sigma, p) &= |pE(\sigma) - A(\sigma)| \end{aligned} \right\} (12)$$

$$\left. \begin{aligned} C_m (pI - A_m)^{-1} B_m &= N_m(p) / D_m(p), \\ N_m(p) &= C_m \text{adj} (pI - A_m) B_m \in R^{l_m \times l_m}, \\ D_m(p) &= |pI - A_m| \end{aligned} \right\} (13)$$

とおけば (10), (11) 式は (14), (15) 式のようになる。外乱はまとめて (16) 式のようになる。

$$D(\sigma, p) y(t) = N(\sigma, p) u(t) + w(t), \quad (14)$$

$$D_m(p) y_m(t) = N_m(p) r_m(t), \quad (15)$$

$$w(t) = C(\sigma) \text{adj} [pE(\sigma) - A(\sigma)] d(t) + D(\sigma, p) d_0(t) \quad (16)$$

設計の都合上 $N(\sigma, p)$ と $N_m(p)$ をそれぞれ (17), (18) 式の形式で表す.

$$\left. \begin{aligned} N(\sigma, p) &= \text{diag}(p^{\eta_i})N_r(\sigma) + \widetilde{N}(\sigma, p), \\ &\in R[\sigma] \end{aligned} \right\} (17)$$

$$\begin{aligned} N_r(\sigma) &= \overline{N}_r(\sigma) + \widehat{N}_r \\ N_m(p) &= \text{diag}(p^{\eta_{m_i}})N_{m_r} + \widetilde{N}_m(p) \end{aligned} \quad (18)$$

ここで, $\partial_{r_i} \widetilde{N}(\sigma, p) < \eta_i$, $\partial_{r_i} \widetilde{N}_m(p) < \eta_{m_i}$ ($\partial_{r_i}(\bullet)$ は (\bullet) の各行の p に関する次数を表す), $\overline{N}_r(\sigma)$ の σ についての最低次数は 1 である. \widehat{N}_r は $l \times l$ の定数行列であり, $|\widehat{N}_r| \neq 0$ であるとする. また, 外乱 $d(t)$, $d_0(t)$ は, 次式を満足するものとする.

$$\left. \begin{aligned} D_d(p)d(t) &= 0, \quad D_d(p)d_0(t) = 0, \\ \partial D_d(p) &= n_d \end{aligned} \right\} (19)$$

$D_d(p)$ は既知のモニックな多項式であり外乱のモードを与える. 従って $w(t)$ は次式を満足する.

$$D_d(p)w(t) = 0 \quad (20)$$

次に, 以下の 2 つの条件に合うような $T(\sigma, p)$ を選ぶ.

- (1) p に関する次数は ρ である ($\rho \geq n_d + 2n - n_m - 1 - \eta_i$).
- (2) 最高次数項の係数は $D(\sigma, p)$ の最高次数項の係数と同じである.

次式より $R(\sigma, p)$ と $S(\sigma, p)$ を求める.

$$\begin{aligned} T(\sigma, p)D_m(p) &= D_d(p)D(\sigma, p)R(\sigma, p) \\ &\quad + S(\sigma, p) \end{aligned} \quad (21)$$

ここで, 各 p に関する多項式の次数は, $\partial T(\sigma, p) = \rho$, $\partial D_m(p) = n_m$, $\partial D(\sigma, p) = n$, $\partial R(\sigma, p) = \rho + n_m - n - n_d$, $\partial S(\sigma, p) \leq n + n_d - 1$ である. 誤差 $e(t)$ は (22) 式のようになる.

$$\begin{aligned} T(\sigma, p)D_m(p)e(t) &= D_d(p)D(\sigma, p)R(\sigma, p)y(t) \\ &\quad + S(\sigma, p)y(t) - T(p)N_m(p)r_m(t) \\ &= \{D_d(p)R(\sigma, p)N(\sigma, p) - Q(p)N_r(\sigma)\}u(t) \\ &\quad + Q(p)N_r(\sigma)u(t) + S(\sigma, p)y(t) \\ &\quad - T(p)N_m(p)r_m(t) \end{aligned} \quad (22)$$

ここに, $Q(p)$ は $|Q(p)|$ が安定な多項式であるような多項式行列である.

$$\left. \begin{aligned} Q(p) &= \text{diag}(p^{\rho+n_m-n+\eta_i}) + \widetilde{Q}(p), \\ \partial \widetilde{Q}(p) &< \rho + n_m - n + \eta_i \end{aligned} \right\} (23)$$

(22) 式において, $T(p, \sigma)D_m(p)e(t) = 0$ となるように右辺を 0 とおけば, 次式 (24) のように $u(t)$ を得る.

$$\begin{aligned} u(t) &= -\widehat{N}_r^{-1}\overline{N}_r(\sigma)u(t) \\ &\quad - \widehat{N}_r^{-1}Q(p)^{-1}\{D_d(p)R(\sigma, p)N(\sigma, p) \\ &\quad \quad - Q(p)N_r(\sigma)\}u(t) \\ &\quad - \widehat{N}_r^{-1}Q(p)^{-1}S(\sigma, p)y(t) \\ &\quad + \widehat{N}_r^{-1}Q(p)^{-1}T(p, \sigma)N_m(p)r_m(t) \end{aligned} \quad (24)$$

(24) 式の各行列要素の分数式が *proper* であるためには, 次の条件を満足しなければならない.

$$\left. \begin{aligned} \rho &\geq n_d + 2n - n_m - 1 - \eta_i, \\ n_m - \eta_{m_i} &\geq n - \eta_i \end{aligned} \right\} (25)$$

さらに, 関係式 (26), (27) を導入する.

$$\left. \begin{aligned} \widehat{N}_r^{-1}\overline{N}_r(\sigma) &= J_0(\sigma), \\ \widehat{N}_r^{-1}Q^{-1}(p)\{D_d(p)R(\sigma, p)N(\sigma, p) \\ &\quad - Q(p)N_r(\sigma)\} \\ &= H_1(\sigma)[pI - F_1]^{-1}G_1, \\ \widehat{N}_r^{-1}Q^{-1}(p)S(\sigma, p) \\ &= J_2(\sigma) + H_2(\sigma)[pI - F_2]^{-1}G_2, \\ \widehat{N}_r^{-1}Q^{-1}(p)T(\sigma, p)N_m(p) \\ &= J_3(\sigma) + H_3(\sigma)[pI - F_3]^{-1}G_3, \end{aligned} \right\} (26)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= F_1\xi_1(t) + G_1u(t), \\ \dot{\xi}_2(t) &= F_2\xi_2(t) + G_2y(t), \\ \dot{\xi}_3(t) &= F_3\xi_3(t) + G_3r_m(t), \\ |pI - F_i| &= |Q(p)|, \quad (i = 1, 2, 3) \end{aligned} \right\} (27)$$

上式により, (24) 式は (28) 式のように書き換えられる.

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= -J_0(\sigma)u(t) - H_1(\sigma)\xi_1(t) \\ &\quad - J_2(\sigma)y(t) - H_2(\sigma)\xi_2(t) + u_m(t), \\ u_m(t) &= J_3(\sigma)r_m(t) + H_3(\sigma)\xi_3(t) \end{aligned} \right\} (28)$$

(F_i, G_i) 可制御実現である. また, $J_0(\sigma)$ の σ に関する最低次数は 1 以上であり, 式 (28) 右辺に現在時刻の $u(t)$ は存在しない. これは式 (26) より明白である. (28) 式の $u(t)$ は $e(t) \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$) を満足するから, 制御系を構成する内部状態が有界であれば, モデル追従形制御系が実現できる.

4. 安定性の解析

以下に系全体の挙動をまとめる.

$$\left. \begin{aligned} E(\sigma)\dot{x}(t) &= A(\sigma)x(t) + B(\sigma)u(t) + d(t), \\ \dot{\xi}_1(t) &= F_1\xi_1(t) + G_1u(t), \\ \dot{\xi}_2(t) &= F_2\xi_2(t) + G_2y(t), \\ \dot{\xi}_3(t) &= F_3\xi_3(t) + G_3r_m(t), \\ u(t) &= -J_0(\sigma)u(t) - H_1(\sigma)\xi_1(t) \\ &\quad - J_2(\sigma)y(t) - H_2(\sigma)\xi_2(t) + u_m(t), \\ u_m(t) &= J_3(\sigma)r_m(t) + H_3(\sigma)\xi_3(t), \\ y(t) &= C(\sigma)x(t) + d_0(t), \\ \dot{x}_m(t) &= A_mx_m(t) + B_mr_m(t), \\ y_m(t) &= C_mx_m(t) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

上式(29)より $y(t)$ を消去し, 安定性の解析に必要な部分を以下のようにまとめる.

$$E_s(\sigma)\dot{z}_s(t) = A_s(\sigma)z_s(t) + d_s(t) \quad (30)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} z_s(t)^T &= [x(t)^T, \xi_1(t)^T, \xi_2(t)^T, u(t)^T], \\ E_s(\sigma) &= \begin{bmatrix} E(\sigma) & O & O & O \\ O & I & O & O \\ O & O & I & O \\ O & O & O & O \end{bmatrix}, \\ A_s(\sigma) &= \begin{bmatrix} A(\sigma) - B(\sigma)J_2(\sigma)C(\sigma) & -B(\sigma)H_1(\sigma) \\ -G_1J_2(\sigma)C(\sigma) & F_1 - G_1H_1(\sigma) \\ G_2C(\sigma) & O \\ -J_2(\sigma)C(\sigma) & -H_1(\sigma) \\ -B(\sigma)H_2(\sigma) & -B(\sigma)J_0(\sigma) \\ -G_1H_2(\sigma) & -G_1J_0(\sigma) \\ F_2 & O \\ -H_2(\sigma) & -I - J_0(\sigma) \end{bmatrix}, \\ d_s(t) &= \begin{bmatrix} B(\sigma) \\ G_1 \\ O \\ I \end{bmatrix} u_m(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} d(t) - B(\sigma)J_2(\sigma)d_0(t) \\ -G_1J_2(\sigma)d_0(t) \\ G_2d_0(t) \\ -J_2(\sigma)d_0(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

特性多項式 $|pE_s(\sigma) - A_s(\sigma)|$ を計算すると次のようになる.

$$|pE_s(\sigma) - A_s(\sigma)| = T(\sigma, p)^l D_m(p)^l |Q(p)| \frac{|\widehat{N}_r|^{-1} |N(\sigma, p)|}{D(\sigma, p)^{l-1}} \quad (32)$$

$C(\sigma)[pE(\sigma) - A(\sigma)]^{-1}B(\sigma)$ の零点の多項式を $V(\sigma, p) \in R[\sigma]$ とおけば,

$$|N(\sigma, p)| = D(\sigma, p)^{l-1} V(\sigma, p) \quad (33)$$

上式より, (32)式は次式のようなになる.

$$|pE_s(\sigma) - A_s(\sigma)| = |\widehat{N}_r|^{-1} T(\sigma, p)^l D_m(p)^l |Q(p)| V(\sigma, p) \quad (34)$$

(34)式において, $T(\sigma, p), D_m(p), |Q(p)|$ は安定多項式としているので, $V(\sigma, p)$ が安定な多項式ならば, $A_s(\sigma)$ は安定なシステム行列となり, $z_s(t)$ の有界性が証明される. $V(\sigma, p)$ の安定判別法としては, Nyquistの安定判別法, Rouchéの定理, 根軌跡法などが挙げられる. また, $V(\sigma, p)$ が σ に関する多項式 $V_1(\sigma)$ と p に関する多項式 $V_2(p)$ に下式のように分解可能な場合,

$$V(\sigma, p) = V_1(\sigma)V_2(p) \quad (35)$$

このような場合, $V_1(\sigma) = 0$ の根 σ がすべて $|\sigma| > 1$ を満足すれば, $V(\sigma)$ に関しては安定であり, また $V_2(p)$ も安定であれば $V(\sigma, p)$ は安定である.

以上の議論をまとめれば, 次のようになる.

任意のむだ時間 $h_i (0 = h_0 < h_1 < \dots < h_k)$ を含む制御対象を次式

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=0}^k E_i \dot{x}(t - h_i) &= \sum_{i=0}^k A_i x(t - h_i) \\ &\quad + \sum_{i=0}^k B_i u(t - h_i) + d(t), \\ y(t) &= \sum_{i=0}^k C_i x(t - h_i) + d_0(t), \\ \sigma &= (1, e^{-ph_1}, e^{-ph_2}, \dots, e^{-ph_k})^T \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

で表す. ここで, $x(t) \in R^n, u(t) \in R^l, y(t) \in R^l$ であり, $[E(\sigma), A(\sigma), B(\sigma)]$ スペクトル可制御, $[E(\sigma), C(\sigma), A(\sigma)]$ スペクトル可観測であるとす. さらに次の条件を満たすとす.

$$(1) \quad |pE(\sigma) - A(\sigma)| \neq 0 \\ \text{rank} E(\sigma) = \text{deg} |pE(\sigma) - A(\sigma)|$$

- (2) \widehat{N}_r が正則である
(3) システムの不変零点が安定である
(4) $n_m - \eta_{m_i} \geq n - \eta_i$, ($i = 1 \sim l$)

このような条件下で、第3節の方法に従い制御系を設計すれば、内部状態が有界かつ、 $y(t)$ がモデル出力 $y_m(t)$ に漸近的に追従する制御系が実現できる。

5. 数値例

次のようなむだ時間 ($h_1 = 1.0$, $h_2 = 2.0$, $h_3 = 1.5$) を含むシステムに対しモデル追従形制御系を設計し、その数値シミュレーション結果を図1に示す。

$$\left. \begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \dot{x}(t) + \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \dot{x}(t-h_1) \\ & = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -30 & -11 & -1 \end{array} \right] x(t) + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right] u(t) \\ & + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0.5 \end{array} \right] u(t-h_2) + \left[\begin{array}{c} 0 \\ d(t) \\ d(t) \end{array} \right], \\ & y(t) = [2 \ 1 \ 0]x(t) + [1 \ 0 \ 0]x(t-h_3) + d_0(t) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

(37) 式を σ を用いて表現すると、

$$\left. \begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 + \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \dot{x}(t) \\ & = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -30 & -11 & -1 \end{array} \right] x(t) \\ & + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 + 0.5\sigma_2 \end{array} \right] u(t) + \left[\begin{array}{c} 0 \\ d(t) \\ d(t) \end{array} \right], \\ & y(t) = [2 + \sigma_3 \ 1 \ 0]x(t) + d_0(t) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

となる。初期値関数は、

$$\left. \begin{aligned} x_0(t) &= [0.1 \ 0.5 \ 0.5]^T, \quad (t \leq 0), \\ u_0(t) &= 0.0, \quad (t \leq 0), \\ \xi_i^0 &= [0.0 \ 0.0], \quad (t \leq 0) (i = 1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

であり、外乱はステップ外乱で、 $d(t) = 0.9$ ($15 \leq t \leq 28$), $d_0(t) = 0.6$ ($38 \leq t \leq 55$) とする。また、追

従モデルは以下のものを使用する。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_m &= \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{array} \right] x_m(t) + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right] r_m(t), \\ y_m(t) &= [2, 1]x_m(t), \\ r_m(t) &= 4 \sin 0.5t + 8 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

この数値例について設計を行うにあたり、 $T(p) = (2 + \sigma_2)p + 5$, $Q = (p + 6)^2$ と設定した。また、 $V = (1 + 0.5\sigma_2)(5 + 3\sigma_3 + p)$ となり安定である。制御入力は以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= -0.5\sigma_2 u_t(t) \\ &- [-36 - 18\sigma_2, -7 - 3.5\sigma_2 + 3\sigma_3 + 1.5\sigma_2\sigma_3] \xi_1 \\ &- (4 + 5\sigma_1)y(t) \\ &- [-114 - 180\sigma_1, -41 - 54\sigma_1] \xi_2 \\ &+ u_m(t), \\ u_m(t) &= (2 + \sigma_1)r_m(t) \\ &+ [-62 - 36\sigma_1, -15 - 10\sigma_1] \xi_3 \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

$\sigma_4 z(t) = z(t-h_4)$ より、以下を得る。ここで、 $\xi_i(t) = [\xi_{i1}(t) \ \xi_{i2}(t)]^T$ としている。

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= -0.5u_t(t-h_2) \\ &+ 36\xi_{11}(t) + 18\xi_{11}(t-h_2) + 7\xi_{12}(t) \\ &+ 3.5\xi_{12}(t-h_2) - 3\xi_{12}(t-h_3) \\ &- 1.5\xi_{12}(t-h_2-h_3) - 4y(t) - 5y(t-h_1) \\ &+ 114\xi_{21} + 180\xi_{21}(t-h_1) + 41\xi_{22}(t) \\ &+ 54\xi_{22}(t-h_1) + u_m(t), \\ u_m(t) &= 2r_m(t) + r_m(t-h_1) \\ &- 62\xi_{31}(t) - 36\xi_{31}(t-h_1) \\ &- 15\xi_{32}(t) - 10\xi_{32}(t-h_1) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

シミュレーションの応答を図1に示す。応答より、 $y(t)$ は漸近的に $y_m(t)$ に収束していることがわかる。

6. 結言

本研究では、むだ時間を含み、かつ外乱を考慮したディスクリプタシステムに対しモデル追従形制御系の設計法を考察した。さらに、具体的な数値例を設定し、それに対し本設計法を適用して制御入力を求めるとともに、外乱、初期値関数を設定してプラントの出力が漸近的にモデル出力に追従する状態を数値シミュレーションした。

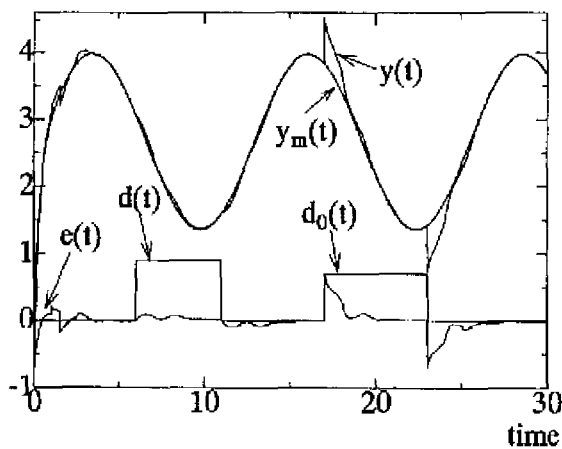


図1 : むだ時間を含むDSの応答
Fig. 1 : Response of the descriptor system with time delays

本設計法の特色としては、むだ時間作用素ベクトル σ 、および微分作用素 p を導入することにより、 σ と p に関する多項式行列の代数演算で制御系が設計可能であること、さらに、制御対象に任意のむだ時間が含まれていても設計、制御が可能であること、外乱除去性を有すること、内部安定性、内部状態の有界性が保証されていることなどが挙げられる。

本設計法は、 \hat{N}_r に対して $|\hat{N}_r| \neq 0$ と仮定しているため制御対象に対し現在時刻の $u(t)$ が存在する。 $|\hat{N}_r| = 0$ の場合には現在時刻の $u(t)$ が存在しないものなどが含まれ、このような場合は本設計法では設計不可能である。従ってこのような場合の設計法は今後の課題である。

参考文献

- 1) 高橋・中川・一宮 : 「鉄鋼製造プロセスにおけるロバスト制御」, 計測と制御, Vol.21, No.8, pp.669-674 (1991)
- 2) 加藤・池田・清瀬・山本 : 「ミキセトラ抽出装置の動特性モデルの検討」, 化学工学, Vol.38, No.4, pp.324-326 (1974)
- 3) R.K.Wood and M.W.Berry : "Terminal Composition Control of A Binary Distillation Control", Chem.Eng.Sci., Vol.28, pp.1707-1717 (1973)
- 4) O.J.M.Smith : "A Controller to Overcome Dead Time", ISAJ., Vol.6, pp.23-33 (1959)
- 5) A.T.Fuller : "Optimal Nonlinear Control of System with Pure Delay", Int.J.Control, Vol.8, No.2, pp.145-168 (1968)
- 6) D.L.Kleinman : "Optimal Control of Linear Systems with Time Delay and Observation Noise", IEEE Trans. Automatic Control, Vol.AC-14, No.5, pp.524-527 (1969)
- 7) Fukawa and E.Shimemura : "Predictive Control for System with Time Delay", Int. J. Control, Vol.37, No.2, pp.339-412 (1983)
- 8) 渡部・伊藤 : 「入出力にむだ時間を含むシステムの制御」, システムと制御, Vol.28, No.5, pp.269-277 (1984)
- 9) 渡部 慶二 : 「入力にむだ時間を持つ系に対する Y 型サーボ系の構造を有する予測制御」, 計測自動制御学会論文集, Vol.21, No.9, pp.928-933 (1985)
- 10) L.Pandolfi : "On Feedback Stabilization of Functional Differential Equations", Bollettino U.M.I. (4) II, Suppl.Vol.3, pp.626-635 (1975)
- 11) S.Morse : "Ring Models for Delay-Differential Systems", Automatica, Vol.12, No.5, pp.525-531 (1976)
- 12) E.B.Lee and S.H.Zak : "On Spectrum Placement for Linear Time Invariant Delay Systems", IEEE Trans.Automat.Contr., Vol.AC-27, No.2, pp.446-449 (1982)
- 13) Z.Manitius and A.W.Olbrot : "Finite Spectrum Assignment Problem for Systems with Delays", IEEE Trans.Automat.Contr., Vol.AC-24, No.4, pp.541-553 (1979)
- 14) 玄・新・大久保 : 「本質的なむだ時間の一つ含む 1 入力線形系の有限極配置法」, 計測自動制御学会論文集, Vol.23, No.4, pp.386-393 (1987)
- 15) 渡部 慶二 : 「むだ時間をもつ多変数系の有限極配置—有理関数から有限ラプラス変換行列への Smith Form を利用した変換」, 計測自動制御学会論文集, Vol.26, No.4, pp.389-396 (1990)
- 16) 児島 晃 : 「むだ時間系の H^∞ 制御」, システム/制御/情報, Vol.39, No.2, pp.74-80 (1995)
- 17) 鈴木 : 「入力経路にむだ時間を持つ多変数系の設計」, 計測自動制御学会論文集, Vol.11, No.5, pp.537-578 (1975)
- 18) 藤中・荒木 : 「一方向性むだ時間系に対する離散時間系最適レギュレータ問題の解法」, 計測自動制御学会論文集, Vol.20, No.4, pp.288-293 (1984)
- 19) 藤井・水野 : 「むだ時間系の適応制御」, システムと制御, Vol.28, No.6, pp.364-373 (1984)
- 20) 渡部 慶二 : 「むだ時間システムの制御」, 計測自動制御学会 (1993)
- 21) 唐 厚君 : 「ディスクリプタシステムに関するモデル追従形制御系の設計」, 博士論文, 山形大学 (1997)
- 22) 大久保 重範 : 「外乱を考慮した非線形のモデル追従形制御系の設計」, 計測自動制御学会論文集, Vol.21, No.8, pp.792-799 (1985)