計測自動制御学会東北支部 第170回研究集会 (1997.10.25)
資料番号 170-21

観測遅れがある系の一般化安定化器を用いた制御

Control of Multivariable Time-Delay Systems Based on the Generalized Stabiling Controller

伊豆田 義人 *, 我妻 敏正 **, 渡部 慶二 *

Guido Izuta *, Toshimasa Wagatsuma **, Keiji Watanabe *

* 山形大学工学部, ** 山形 NEC

*Yamagata University, ** NEC Co.

キーワード： むだ時間系 (Time-delay Systems), 一般化安定化器 (Generalized Stabilizing Controller), 2ディスク混合感度問題 (Two-Disk Mixed Sensitivity Problem), 非干渉化 (Decoupling)

連絡先： 992 米沢市4-3-16 山形大学工学部電子情報工学科渡部研究室
伊豆田 義人、Tel:(0238)26-3326, E-mail:Izuta@ewata.eie.yz.yamagata-u.ac.jp

1. はじめに

近年、化学プラントでの高品質の素材の生成や半導体製造プロセス[1]での高微細半導体製造のために高精度の制御が必要になってきた。精度のよい制御を行うには感度を低くすることである。しかし、これらのプラントは、一般にむだ時間を含むものが多く、むだ時間の変動が安定性に大きく影響することが知られている[3]。むだ時間誤差等のもとで高精度の制御をおこなうには、感度、相補感度を考え、ロバスト安定仕様を満たす範囲でなるべく感度を下げる必要がある。

本稿では、出力にむだ時間をもつ多変数系に対し、1入力1出力内部モデル制御のように、フィルタの時定数や、減衰定数・固有振動数の調整で混合感度仕様を満たす制御系を設計する方法を、不安定系、多変数系の取り扱いが容易な状態予測形一般化安定化器を用いて実現する。まず、一般化安定化器のオブザーバゲイン行列と自由パラメータと通常のリカッチ方程式を用いて、相補感度関数の核となる部分を、任意に設定できるフィルタを対角要素にもつ対角行列とインナー関数の積にする方法を提案する。つぎに、感度仕様を満たすために感度重みの虚軸上の極を感度行列の零点で消去する補償器の設計法を文献4)〜7) のスミス法の外乱補償の考えを拡張し状態空間上で提案する。これらをまとめ、フィルタがある条件を満たせば解があることを示す。そのようなフィルタの求め方を与える。

最後に、本法の有効性を数値例で検証し、2、3回の試行で混合感度仕様を満たす系が設計できることを示す。

2. 制御対象の記述

つぎの制御対象G_pを考える

$$G_p(s) = [I + W_T(s)\Delta(s)]\Gamma(s)G(s) \tag{1}$$

ただし、$G(s)\in R^{m\times m}(s)$はモデルで、虚軸上に零点をもたず、$G_p(s)$ と同じ不安定極数をもち、次式で表わされるとする。

$$G(s)=C_{(m\times n)}(sI-A_{(n\times n)})^{-1}B_{(n\times m)} \quad (2)$$

ただし $C=\begin{bmatrix} c_1 & \dots & c_m \end{bmatrix}^T$

$$\bar{C}=\begin{bmatrix} c_1e^{-AL_1} \\ \vdots \\ c_me^{-AL_m} \end{bmatrix} \quad (3)$$

とおき、(A,B)は可制御で、($\bar{C}$,A)は可観測とする。さらに、$G(s)$は状態フィードバックで非干渉化可能で

$$\begin{aligned} &c_iA^{j-1}B=0,\ c_iA^{\nu_i-1}B\neq 0,\\ &j=1,2,\cdots,\nu_i-1\\ &\Phi=\begin{bmatrix} c_1A^{\nu_1-1}B \\ \vdots \\ c_mA^{\nu_m-1}B \end{bmatrix}\\ &\mathrm{rank}\ \Phi=m \end{aligned}$$

を満たすとする（大部分の制御対象はこの条件を満たす)。$\Gamma(s)$はむだ時間で

$$\begin{aligned} &\Gamma(s)=\mathrm{diag}[e^{-sL_i}],\ L_i\geq 0\\ &L=\max\{L_1,\cdots,L_m\} \end{aligned}$$

$W_T(s)\Delta(s)$は次の条件を満たすモデル誤差で

$$\begin{aligned} &\|\Delta\|_\infty<1, \qquad W_T(s)\in R(s)\\ &|W_T(j\omega)|\begin{cases} <1, & 0\leq\omega<\omega_T\\ =1, & \omega=\omega_T\\ >1, & \omega_T<\omega\\ (1/|W_T(s)|\text{の相対次数}\leq\nu_i) \end{cases} \end{aligned}$$

である。

3. 一般化安定化器を用いた制御系

制御対象の状態方程式を

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t), \quad x\in R^n,\quad u_i\in R^m\\ &y(t)=\begin{bmatrix} c_1x(t-L_1) \\ \vdots \\ c_mx(t-L_m) \end{bmatrix}, \quad y\in R^m \end{aligned}$$

とする。

$$x(t-L)=e^{-AL}x(t)-\int_{t-L}^{t}e^{A(t-L-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

より

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)\\ &y(t)=\bar{C}x(t)-P(u)\\ &P(u)=\begin{bmatrix} \int_{t-L_1}^{t}c_1e^{A(t-L_1-\tau)}Bu(\tau)d\tau \\ \vdots \\ \int_{t-L_m}^{t}c_me^{A(t-L_m-\tau)}Bu(\tau)d\tau \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

が成り立つ。つぎの一般化安定化器を導入する。

$$\begin{aligned} \dot{z}(t)&=Az(t)+Bu(t)-K\{r(t)-y(t)\\ &\quad -P(u)+\bar{C}z(t)\}\\ u(t)&=-Fz(t)+u_0(t) \end{aligned}$$

ただし、$z\in R^n$で、$u_o(s)$はつぎの自由パラメータの出力である

$$\begin{aligned} \dot{z}_0(t)&=A_{0_{(n_0\times n_0)}}z_0(t)+B_{0_{(n_0\times m)}}\{r(t)\\ &\quad -y(t)-P(u)+\bar{C}z(t)\}\\ u_0(t)&=C_{0_{(m\times n_0)}}z_0(t)+D_{0_{m\times m}}\{r(t)\\ &\quad -y(t)-P(u)+\bar{C}z(t)\} \end{aligned}$$

F,Kはそれぞれ$A_F=A-BF, A_K=A-K\bar{C}$を安定にする行列で、$r\in R^m$は目標入力である。ラプラス変換し、整理すると

$$\begin{aligned} u(s)&=[I+(F-Q\bar{C})(sI-A_K)^{-1}B+\\ &\quad (sI-A_K)^{-1}KP]+QP]^{-1}[Q+\\ &\quad (F-Q\bar{C})(sI-A_K)^{-1}K]\{r(s)-y(s)\} \end{aligned}$$

となる。ただし $Q(s)=C_0(sI-A_0)^{-1}B_0+D_0$

$$P(s)=\bar{C}(sI-A)^{-1}B-\Gamma C(sI-A)^{-1}B \quad (5)$$

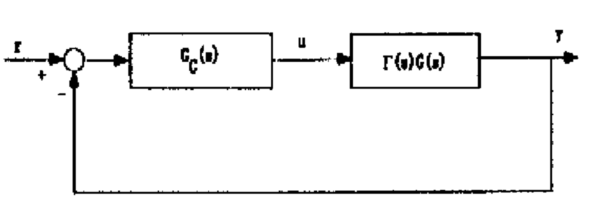

Fig. 1 Time-delay System

$$\begin{aligned} G_C(s)&=[I+(F-Q\bar{C})(sI-A_K)^{-1}B\\ &\quad +(sI-A_K)^{-1}KP]+QP]^{-1}\\ &\quad [Q+(F-Q\bar{C})(sI-A_K)^{-1}K] \end{aligned}$$

Fig.1の系の出力側感度関数Sと相補感度関数Tは次式となる。

$$\begin{aligned} T(s)&=[I+\Gamma GG_C]^{-1}GG_C=\Gamma C(sI-A_F)^{-1}\\ &\quad B\left[Q+(F-Q\bar{C})(sI-A_K)^{-1}K\right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$S(s) = I - T(s) = I - \Gamma C(sI - A_F)^{-1}B \\ [Q + (F - Q\bar{C})(sI - A_K)^{-1}K] \tag{7}$$

感度に対する重み関数を $W_S(s) \in R(s)$

$$|W_S(j\omega)| \begin{cases} > 1, & 0 \leqq \omega < \omega_S \\ = 1, & \omega = \omega_S \\ < 1, & \omega_S < \omega \\ \omega_S < \omega_T \end{cases}$$

としたとき、内部安定で

$$\| W_T T \|_\infty < 1 \tag{8}$$

$$\| W_S S \|_\infty < 1 \tag{9}$$

を満たす一般化安定化器を設計する。

4. 一般化安定化器の設計

4.1 必要条件

感度仕様を満たすためにはつぎの補題が必要である。

補題 1 *(9)*式が成り立つためには、$W_S(s)$の虚軸上の極は感度行列の零点で消去されなければならない。

証明 1 明らか□

以下の4つの場合に分けて設計を行う。

4.2 ・最小位相安定系の解

制御対象のむだ時間フリーの部分$G(s)$が最小位相安定系で、感度の重み関数$W_S(s)$の虚軸上の極が高々1個のときを考える。安定多項式を

$$s^{\nu_i} + \alpha_{i1}s^{\nu_i - 1} + \ldots + \alpha_{i\nu_i} =$$

$$\begin{cases} (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^{\frac{\nu_i}{2}}, \ \nu_i : 偶数 \\ (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^{\frac{\nu_i - 1}{2}}(s + \omega_n), \\ \nu_i : 奇数 \\ 1/\sqrt{2} \leq \zeta \leq 1, \quad 0 < \omega_n \leq \omega_T \end{cases} \tag{10}$$

とし

$$f_i(s) = \frac{\alpha_{i\nu_i}}{s^{\nu_i} + \alpha_{i1}s^{\nu_i - 1} + \cdots + \alpha_{i\nu_i}} \tag{11}$$

とする。

定理 1 制御対象のむだ時間フリーの部分が最小位相安定で、感度の重み関数$W_S(s)$の虚軸上の極が高々1個のとき

$$\| W_T f_i \|_\infty < 1 \tag{12}$$

$$\| W_S(1 - f_i e^{-sL_i}) \|_\infty < 1, \ i = 1, \cdots, m \tag{13}$$

を満たす安定有理関数*(11)*式があれば、混合感度仕様*(8)*、*(9)*式を同時に満たす一般化制御器がある。

証明 1 安定なので$K = 0$とし、

$$\Psi = \begin{bmatrix} c_1 A^{\nu_1} + \alpha_{11}c_1 A^{\nu_1 - 1} + \cdots + \alpha_{1\nu_1}c_1 \\ \vdots \\ c_m A^{\nu_m} + \alpha_{m1}c_m A^{\nu_m - 1} + \cdots + \alpha_{m\nu_m}c_m \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \mathrm{diag}[\alpha_{1\nu_1} \cdots \alpha_{m\nu_m}]$$

$$F = \Phi^{-1}\Psi, \quad Q = D_0 = \Phi^{-1}\Omega \tag{14}$$

とおくと状態フィードバックによる非干渉化から次式が得られる。

$$T(s) = \Gamma(s)C(sI - A_F)^{-1}BD_b = \Gamma(s)\Lambda \\ S(s) = I - \Gamma(s)\Lambda \\ \Lambda = \mathrm{diag}[\frac{\alpha_{i\nu_i}}{s^{\nu_i} + \alpha_{i1}s^{\nu_i - 1} + \cdots + \alpha i\nu_i}]$$

(12)、*(13)*式が満たされれば*(8)*、*(9)*式が成り立つ□

$\zeta = 1/\sqrt{2}$にすると低域での感度も低くなる[2]ため、ζを$\zeta = 1/\sqrt{2}$、ω_nを$\omega_n = \omega_T$とおく。ゲイン線図上で(13)式が満たされれば解がある。後は、$K = 0$,FとQを(14)式として制御系を構成する。もし$1 - \| W_S(1 - f_i e^{sL_i}) \|_\infty > 0$ の値と0との間に余裕があれば、ζを$1/\sqrt{2} \leq \zeta \leq 1$、あるいは$\omega_n$を$0 < \omega_n \leq \omega_T$の間で(12)、(13)式を満たす範囲で変えて応答を調整することができる。

4.3 非最小位相安定系の解

$G(s) = C(sI - A)^{-1}B$が安定で非最小位相とする。このとき次の補題が成り立つ。

補題 2 リカッチ方程式

$$P(A - B\Phi^{-1}\Psi) + (A - B\Phi^{-1}\Psi)^T P - PB\Phi^{-1}\Omega^2(\Phi^{-1})^T B^T P = 0 \quad (15)$$

は安定化解$P = P^T \geq 0$を持つ。

$$\bar{F} = \Omega^{-1}\Psi + \Omega(\Phi^{-1})^T B^T P \quad (16)$$

とおくと次式が成立つ。

$$C(sI - A + B\Phi^{-1}\Omega\bar{F})^{-1}B\Phi^{-1}\Omega = \Lambda U_I(s) \quad (17)$$

ただし$U_I(s)$はでインナー関数で

$$U_I = (\Omega\Psi^{-1} - \bar{F})C(sI - A + B\Phi^{-1}\Omega\bar{F})^{-1}B\Phi^{-1}\Omega + I \quad (18)$$

証明 2 状態フィードバックによる状態非干渉化から

$$\Lambda^{-1}C(sI - A)^{-1}B\Phi\Omega = I + \Omega^{-1}\Psi(sI - A)^{-1}B\Phi^{-1}\Omega$$

が得られる。$G(s)$が虚軸上に零点をもたない仮定から、$A - B\Phi^{-1}\Psi$は虚軸上に極をもたない[8]。したがって、リカッチ方程式は安定化解Pをもち、インナー関数U_Iが得られる。これより

$$\mathrm{U_I(s)} = \Lambda^{-1}\mathrm{C(sI - A + B\Phi^{-1}\Omega\bar{F})^{-1}B\Phi^{-1}\Omega}$$

となり、*(17)*式が得られる。□

定理 2 $G(s)$が安定で、感度の重み関数$W_S(s)$の虚軸上の極が高々1個のとき

$$\| W_T f_i \|_\infty < 1,\ \ i = 1, \cdots, m \quad (19)$$

$$\| \mathrm{W_S(s)(I - \Gamma(s)\Lambda(s)U_I(s)U_I^{-1}(0))} \|_\infty < 1 \quad (20)$$

を満たす安定有理関数*(11)*式があれば、*(8)*、*(9)*式を満たす一般化安定化器がある。

証明 2 $K = 0$、F, Qを

$$F = \Phi^{-1}\Psi + \Phi^{-1}\Omega^2(\Phi^{-1})^T B^T P \quad (21)$$

$$Q = D_0 = \Phi^{-1}\Omega U_I^{-1}(0) \quad (22)$$

とおくと

$$T(s) = \Gamma(s)\Lambda(s)U_I(s)U_I^{-1}(0) \quad (23)$$

$$S(s) = I - \Gamma(s)\Lambda(s)U_I(s)U_I^{-1}(0) \quad (24)$$

が成立つ。*(19)*、*(23)*式と$\| U_I^{-1} \|_\infty = \| U_I \|_\infty = 1$から

$$1 > \| W_T\Lambda \|_\infty = \| U_I^{-1}(0) \|_\infty \| U_I \|_\infty \| \Lambda W_T \|_\infty \geq \| TW_T \|_\infty$$

が成り立つ。*(20)*、*(24)*式から*(9)*式が成り立つ。□

設計は(10)式のζを$\zeta = 1/\sqrt{2}$、ω_nを$\omega_n = \omega_T$とおくと(19)式が満たされる。W_S $(I - \Gamma(s)\Lambda(s)U_I(s)U_I^{-1}(0))$の$\sigma$−プロット上で(20)式が満たされれば解がある。後は、$K = 0$, Fを(21)式, Qを(22)式として制御系を構成する。もし$1 - \| W_S(s)(I - \Gamma(s)\Lambda(s)U_I(s)U_I^{-1}(0)) \|_\infty > 0$の値と0との間に余裕があれば、$\zeta$を$1/\sqrt{2} \leq \zeta \leq 1$、あるいは$\omega_n$を$0 < \omega_n \leq \omega_T$の間で(19)、(20)式を満たす範囲で変えて応答を調整することができる。

4.4 安定対象に対する一般的な重み関数の場合の設計

安定対象で感度重みが一般的な場合を考える。補題1から感度関数はその零点でW_Sの漸近安定でない極をキャンセルする必要がある。それを考慮すると以下のようになる。$W_S(s)$を

$$W_S(s) = W_{S+}(s) + W_{S-}(s)$$

W_{S-}漸近安定、W_{S+}漸近安定でない部分に分け

$$W_{S+}(s) = C_{(m\times ns)}(sI - A_{S(ns\times ns)})^{-1}B_{S(ns\times m)}$$
$$A_S = \mathrm{diag}[A_{s1}, \cdots, A_{sm}]$$
$$B_S = \mathrm{diag}[b_{s1}, \cdots, b_{sm}]$$
$$B_S = [b_1, \cdots, b_m]$$

とおく。

定理2のFに対し$A_F = A - BF$とA_Sとの固有値が異なるので

$$A_S T_1 - T_1 A_F = B_S C \quad (25)$$

を満たす$T_1 \in R^{n_s \times n}$が存在する。$Q_a = \Phi^{-1}\Omega$とすると、$T_1 BQ_a$は行フルランクであり（付録A）

、適当な行列$M \in R^{n_s \times (n_s - m)}$を用いて正則行列$T = [T_1 B Q_a,\ \ M]$をつくる。$T^{-1} A_S T$を次のように分割する。

$$T A_S T^{-1} = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} & \begin{array}{c} m \\ n_s - m \end{array} \\ \begin{array}{cc} m & n_s - m \end{array} & \end{array} \quad (26)$$

ここで、(A_{22}, A_{21})は可制御であり（付録B）、適当な$F_b \in R^{m \times (n_s - m)}$で

$$\begin{aligned} A_b &= A_{22} + A_{21} F_b \\ C_b &= A_{11} F_b - F_b A_b + A_{12} \end{aligned} \quad (27)$$

A_bを安定にする。さらに

$$B_b = [0 \quad I] T^{-1} \bar{B}_S \quad (28)$$

$$D_b = [I \quad 0] T^{-1} \bar{B}_S - F_b B_b \quad (29)$$

$$Q_b(s) = C_b (sI - A_b)^{-1} B_b + D_b \quad (30)$$

とおく。ただし

$$\bar{B}_S = [e^{A_S L_1} b_1, \cdots, e^{A_S L_m} b_m]$$

定理 3 $G(s)$が安定のとき

$$\| W_T \Lambda U_I Q_b \|_\infty < 1 \quad (31)$$

$$\| \mathrm{W_S (I - \Gamma \Lambda U_I Q_b)} \|_\infty < 1 \quad (32)$$

を満たす安定有理関数*(11)*式があれば、*(8)*、*(9)*式を満たす一般化安定化器がある。

証明 3 $K = 0$, Fを*(21)*式、$A_0 = A_b$, $B_0 = B_b$, $C_0 = Q_a C_b$, $D_0 = Q_a D_b$とおくと

$$T(s) = \Gamma(s) \Lambda(s) U_I(s) Q_b(s) \quad (33)$$

$$S(s) = I - \Gamma(s) \Lambda(s) U_I(s) Q_b(s) \quad (34)$$

となる。そこで、補題*1*の条件は、$W_S(s)$の虚軸上の極が$W_{S+}(s) S(s)$で消去されることである。これは、$W_{S+}[I - \Gamma C(sI - A_F)^{-1} BQ]$の$t \geq L$でのインパルス応答$W_S(s)$に虚軸上の極に対応する成分が含まれないことと等価である。さらに$W_S(s)$は対角行列なので$W_{S+}[\Gamma^{-1} - C(sI - A_F)^{-1} BQ]$のインパルス応答$W_{S+}(s)$に虚軸上の極に対応する成分が含まれないことと等価である。はじめにこれらを証明する。$W_{S+}(s) \Gamma^{-1}(s) = C_S (sI - A_S)^{-1} B_S \Gamma^{-1}(s)$のインパルス応答は$C_S (sI - A_S)^{-1} \bar{B}_S$である。これより$W_{S+}(s)[\Gamma^{-1}(s) - C(sI - A_F)^{-1} BQ]$のインパルス応答$W_{S+}(s)$に虚軸上の極に対応する成分が含まれないことは

$$C_S (sI - A_S)^{-1} [\bar{B}_S - B_S C (sI - A_F)^{-1} BQ] = \hat{C} (sI - \hat{A}) \hat{B}$$

のインパルス応答の中にA_Sの成分が含まれないことである。ただし

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A_S & B_S C & 0 \\ 0 & A_F & B Q_a C_b \\ 0 & 0 & A_b \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_s \\ B Q_a D_b \\ B_b \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = [\ C_S \quad 0 \quad 0\ ]$$

T_2を$T_2 = T [F_b \quad I]^T$とおと

$$A_S T_1 - T_1 A_F = B_S C \quad (35)$$

$$A_s T_2 - T_2 A_b = T_1 B Q_a C_b \quad (36)$$

$$T_2 B_b + T_1 B Q_a D_b = \bar{B}_S \quad (37)$$

が成り立つので正則行列

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} I & T_1 & T_2 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

で座標変換を施すとW_{S+}の極は不可制御となり、補題*1*を満たす。□

設計は、(10)式のζを$\zeta = 1/\sqrt{2}$とし、$\omega_n = \eta \omega_T$としηを1から順次小さくしていき(31)式を満たすようにする。そのようにして得られれたパラメータに対し(32)式が満たされれば解がある。$K = 0$, Fを(21)式、$A_0 = A_b$, $B_0 = B_b$, $C_0 = Q_a C_b$, $D_0 = Q_a D_b$として制御系を構成する。もし$1 - \| W_S(s) (I - \Gamma(s) \Lambda(s) U_I(s)\ Q_b) \|_\infty > 0$の値と0との間に

余裕があれば、ζを$1/\sqrt{2} \le \zeta \le 1$、あるいは$\omega_n$を$0 < \omega_n \le \omega_T$の間で(19)、(20)式を満たす範囲で変えて、応答を調整することができる。

4.5　不安定系

$G(s)$が不安定のとき、A_Kを安定にする必要がある。あるいは安定でもA_Kの固有値を変えたいときも以下のようにする。

定理 4　W_Sの極を$G(s)$と異なるとする。Fを*(21)*式、$Q(s) = Q_a Q_b(s)$、Q_aを$Q_a = \Phi^{-1}\Omega$、$Q_b(s) = C_b(sI - A_b)^{-1}B_b + D_b$の$A_b, C_b$を*(27)*式にとると

$$A_S T_3 - T_3 A = T_1 BF - \bar{B}_S \bar{C} \tag{38}$$

を満たすT_3がある。さらにB_b, D_bを

$$B_b = [0 \quad I]T^{-1}[\bar{B}_S - T_3 K] \tag{39}$$

$$D_b = [I \quad 0]T^{-1}[\bar{B}_S - T_3 K] - F_b B_b \tag{40}$$

とおく。このとき

$$\begin{aligned}\| W_T(s)[\Lambda(s)U_I(s)Q_b(s) + C(sI-\\ A_F)^{-1}B(F - Q\bar{C})(sI - A_K)^{-1}K] \|_\infty < 1\end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}\| W_S(s)[I - \Lambda(s)U_I(s)Q_b(s) - C(sI-\\ A_F)^{-1}B(F - Q\bar{C})(sI - A_K)^{-1}K] \|_\infty < 1\end{aligned} \tag{42}$$

を満たす有理関数*(11)*式があれば、*(8)*、*(9)*式を満たす一般化安定化器がある。

証明 4　感度は

$$\begin{aligned}S(s) = I - \Gamma C(sI - A_F)^{-1}B\\ [Q + (F - Q\bar{C})(sI - A_K)^{-1}K]\end{aligned}$$

であるので、補題*1*の条件は

$$\begin{aligned}W_{S+}[\Gamma^{-1}(s) - C(sI - A_F)^{-1}B\\ [Q + (F - Q\bar{C})(sI - A_K)^{-1}K]\end{aligned}$$

でW_{S+}の極が消去れることである。上式のインパルス応答がW_{S+}の極に相当する成分を含まないこと、W_{S+}の極を不可制御になることである。$t \ge L$でのインパルス応答は

$$\left[\begin{array}{c|c} \check{A} & \check{B} \\ \hline \check{C} & 0 \end{array}\right]$$

で表わされる。ただし

$$\check{A} = \begin{bmatrix} A_S & -B_S C & 0 & 0 \\ 0 & A_F & BQ_aC_b & B(F - Q_aD_b\bar{C}) \\ 0 & 0 & A_b & -B_b\bar{C} \\ 0 & 0 & 0 & A_K \end{bmatrix}$$

$$\check{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_s \\ BQ_aD_b \\ B_b \\ K \end{bmatrix}$$

$$\check{C} = [\ C_S \quad 0 \quad 0 \quad 0\ ]$$

正則行列

$$\check{T} = \begin{bmatrix} I & T_1 & T_2 & T_3 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

で座標変換を行い、*(35)*、*(36)*と*(38)*式より、A_Sの固有値は不可制御になり、補題*1*の条件が満たされる。□

4.4節の設計法をなるべく壊さずにオブザーバを安定にするためノルムが小さいK、$\| K \| \to 0$、を選ぶ。

$$\lambda(A_K) = \begin{cases} \lambda(A), & \mathrm{Re}[\lambda(A)] < 0 \\ -\epsilon \pm \mathrm{j}\ \mathrm{Im}(\lambda(A)), & \mathrm{Re}[\lambda(A)] \ge 0 \\ 0 < \epsilon \ll 1 \end{cases} \tag{43}$$

に決め、(10)式のζを$\zeta = 1/\sqrt{2}$に選び、ω_nを$\omega_n = \eta\omega_T$とし, Kを(21)式、Q_aを$Q_a = \Phi^{-1}\Omega$式、A_b, C_bを(27)式、C_b, D_bを(39)、(40)式とし、$A_0 = A_b$, $B_0 = B_b$, $C_0 = Q_aC_b$, $D_0 = Q_aD_b$で制御系を構成し$\| W_T T \|_\infty < 1$を満たすかどうか調べる。満たさないときはηを少し小さくして上記を繰り返す。$\| W_T T \|_\infty < 1$が満たされたとき、そのω_nに対し$\| W_S S \|_\infty < 1$が満たされれば解がある。もし$1 - \| W_S S \|_\infty > 0$が0との間に余裕があれば、$\lambda(A_F)$や$\omega_n$、$\zeta$の値を変えて応答を修正することが可能でる。

5. 数値例

次のプラズマ・イオン・エッチング系の２ディスク混合感度問題に適用する[1]。

$$G(s)=\begin{bmatrix} V_{bias} \\ F_{luorine} \end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix} \frac{-7.242(s-2.768)e^{-0.4s}}{(s+1.958)(s+0.1165)} & \frac{-394.5(s-5.118)e^{-0.4s}}{(s^2+5.84s+18.81)} \\ \frac{0.0799(s-7.41)}{(s+1.04)(s+0.130)} & \frac{-2.71(s-0.359)}{(s+1.43)(s+0.198)} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} throttle \\ power \end{bmatrix}$$

ここでは、つぎのようなW_SとW_Tを仮定する。

$$W_S=\frac{0.01}{s^2},\quad W_T=\frac{(s+2)}{150}$$

本方法を用いて、Fと$Q=D_o+C_o(sI-A_o)^{-1}B_o$を求めると

$$F^T=10^4\begin{bmatrix} -0.00242 & 0.00004 \\ -0.01353 & 0.00022 \\ -0.01346 & 0.00022 \\ -0.00148 & 0.00002 \\ -0.21293 & 0.00321 \\ -1.19714 & 0.01693 \\ -1.42408 & 0.01957 \\ -0.16972 & 0.00200 \end{bmatrix}$$

$$A_o=\begin{bmatrix} -0.1570 & 0.0000 \\ 0.0000 & -2.6500 \end{bmatrix}$$

$$B_o=\begin{bmatrix} 1.0000 & -56.3941 \\ 0.4000 & 14.1615 \end{bmatrix}$$

$$Co=\begin{bmatrix} 0.0378 & 27.7285 \\ -0.0006 & -0.4383 \end{bmatrix}$$

$$Do=\begin{bmatrix} -8.3748 & -103.9973 \\ 0.1326 & 1.5523 \end{bmatrix}$$

が得られる。混合感度問題の結果はFig.2に示しあてる通りである。

6. おわりに

本研究では、一般化安定化器を用いて出力側にむだ時間をもつ多変数系に対する２ディスク混合感度問題を解く方法を与えた。解の存在は混合感度仕様を満たすある有理スカラー関数の存在に依存する。その有理関数は、一回から数回の試行で求めることができる。また、仕様に余裕があれば、自由パラメータを変えることにより、より安定度の高いあるいは感度の低いシステムを得ることができる方法である。また、不安定系に対しては、なるべくノルムが小さいFを決め、安定系の設計とほぼ同じように調整できる設計手順を与えた。

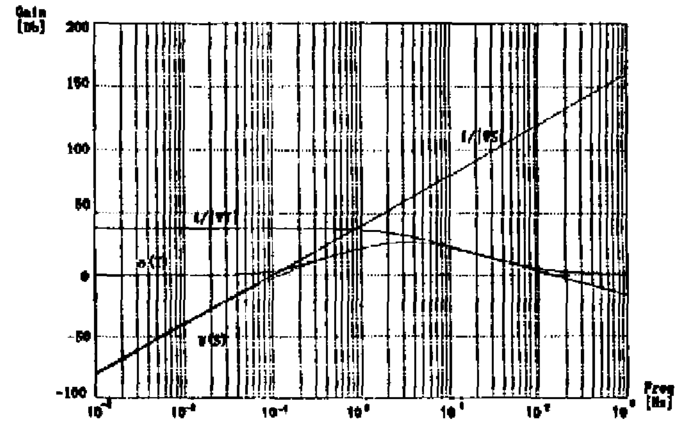

Fig. 2 Example- Non Minimum Phase System

最後に、本研究にご協力いただいた山形大学工学部山田 功助手に感謝いたします。

参考文献

1) P. P. Khargonekar and B. H. Krogh: *Control of Semiconductor Manufacturing Process*, ACC Tutorial Workshop(1995)

2) 我妻、山田、渡部:極配置に基づく２ディスク混合感度問題の一解法、計測自動制御学会論文集、Vol.32,No.9,(1996)

3) 渡部:むだ時間システムの制御、計測自動制御学会

4) 渡部、伊藤:Smith法の外乱に対する制御特性の改善、計測自動制御学会論文集、Vol.19,No.3,187-192,(1983)

5) Watanabe,Ishiyama and Ito: *Modified Smith Predictor Control for Multivariable Systems with Delays and Unmesurable Step Disturbances*, Int.J.of Control, vol.37,no.5,959-973, (1983)

6) K.Watanabe: *Finite Spectrum Assignment and Observer for Multivariable Systems with Commensurate Delays*, IEEE Trans.Aut. Control,Vol. Ac-31,no.6,pp.543-50, (1986)

7) Watanabe,Nobuyama,Kitamori and Ito:*A New Algorithm for Finite Spectrum Assignment of Single-Input Systems with Time-Delay*, IEEE Trans.Aut. Control,Vol. Ac-37,no.9,pp.1379-83, (1992)

8) 美多:H_∞制御, 昭晃堂, (1994)

9) C.T.Chen:*Introduction to Linear System Theory*, Holt, Rinehart and Winston, Inc. (1970)

10) 伊藤:システム制御理論, 昭晃堂, (1973)

A 「$Q_aCT \in R^{n_s \times m}$は行フルランク」の証明

A_Sをつぎのようにジョルダン形式に変換する。

$$T_S^{-1}A_ST_S = \mathrm{diag}[J_j], \quad J_j = \mathrm{diag}[J_{j1}\cdots J_{jm}]$$

$$J_{ji} = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & \lambda \end{bmatrix}, \quad T_S^{-1}B_S = \begin{bmatrix} B_1 & \vdots \\ & B_q \end{bmatrix}$$

$$B_i = \begin{bmatrix} B_{i1} \\ \vdots \\ B_{il} \end{bmatrix}, \quad B_{ij} = \begin{bmatrix} B_{ij1} \\ \vdots \\ B_{ijl} \end{bmatrix}$$

lは最後のブロックあるいは行を示す。(A_S, B_S)可制御から

$$\tilde{B}_i \begin{bmatrix} B_{il1} \\ \vdots \\ B_{ill} \end{bmatrix}$$

は行フルランクである。

$$A_ST_1 - T_1(A - B\Phi^{-1}\Omega\bar{F}) = B_SC$$

の左からT_S^{-1}を掛けると

$$T_S^{-1}A_ST_ST_S^{-1}T_1 - T_S^{-1}T_1(A - B\Phi^{-1}\Omega\bar{F}) = T_S^{-1}B_SC$$

となる。$J_{i1},\cdots,J_{il}$ブロックの最後の行を取り出すと

$$(T_S^{-1}T_1)_i(\lambda I - A + B\Phi^{-1}\Omega\bar{F}) = \tilde{B}_iC$$

となる。$(T_S^{-1}T_1)_i$は$T_S^{-1}T_1$の対応する行からなる行列である。

$$(T_S^{-1}T_1)_iB = \tilde{B}_iC(\lambda I - A + B\Phi^{-1}\Omega\bar{F})^{-1}B$$

右辺は行フルランクから$(T_S^{-1}T_1)_iB$は行フルランクであり、$T_S^{-1}A_ST_S, T_S^{-1}T_1B$は可制御である。これと$Q_a$正則から$(A_S, T_1BQ_a)$可制御である[9, 10]。

B 「(A_{22}, A_{21})は可制御」の証明

付録Aより

$$n_s = \mathrm{rank}[\; T^{-1}T_1TBQ_a, \quad \cdots, \quad (T^{-1}A_ST)^{n_s-1}T^{-1}T_1TBQ_a \;]$$

$$= \mathrm{rank}\begin{bmatrix} I & A_{11} & A_{11}^2 + A_{12}A_{21} & * \\ 0 & A_{21} & A_{21}A_{11} + A_{22}A_{21} & * \end{bmatrix}$$

$$= \mathrm{rank}\begin{bmatrix} I & A_{11} & \cdots & * & * \\ 0 & A_{21} & \cdots & A_{22}^{n_s-m-1}A_{21} & * \end{bmatrix}$$

が成り立ち(A_{22}, A_{21})は可制御である。