

手動制御による2重振り子の振り上げ

Swing-up of Double Pendulum by Manual Control

○李 雪梅, 猪岡 光

○Xuemei Li, Hikaru Inooka

東北大学大学院情報科学研究科

Graduate School of Information Sciences, Tohoku University

キーワード： 学習能力 (learning ability), 2重振り子 (double pendulum), 振り上げ (swing up), 実時間シミュレーション (real-time simulation) 逐次位置制御 (sequential control), 同時位置制御 (parallel control)

連絡先： 〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉 東北大学大学院 情報科学研究科 猪岡研究室
李 雪梅, Tel.: (022)217-7021, Fax.: (022)217-7019, E-mail: li@control.is.tohoku.ac.jp

1. はじめに

人間は優れた認識能力や学習能力を持っていることが知られている。制御対象の動特性に関する情報がない場合でも、繰り返して練習することにより、人間は認識能力や学習能力で目的の操作を実現することができる。解析的な扱いが困難な制御対象に対して、人間の能力を用いることは実用的な手段である。

本研究では、第2関節だけにトルクが加えられる2リンクアームをモデルとして、水平面での手動による位置制御および垂直面での2重振り子の振り上げの手動制御をシミュレーションにて行う。そして、それぞれの制御対象についての手動制御の特徴を把握する。

2. 運動方程式

本研究では、図1に示すような第1関節が非駆動関節であり、第2関節のみトルクが作用する2

リンクアームと取り扱う。2リンクアームの運動方程式は図1を無次元化した形で導く。第1関節の回転角を θ 、第1リンクに対する第2関節の相対回転角を ϕ とする。そして第1リンク、第2リンクの質量をそれぞれ m_1 、 m_2 、長さを l_1 、 l_2 とする。また、第2関節に加えられるトルクを T_2 とし、第1、第2軸の粘性減衰係数を c_1 、 c_2 、固体摩擦トルクを T_{fr1} 、 T_{fr2} とする。

このシステムの運動エネルギー T とポテンシャルエネルギー U は次のようになる。

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_2 \left\{ l_2^2(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 2l_1l_2\dot{\theta}(\dot{\theta} + \dot{\phi}) \cos \phi \right\} \quad (1)$$

$$U = m_1gl_1(1 - \cos \theta) + m_2g \{ l_1(1 - \cos \theta) + l_2 \{ 1 - \cos(\theta + \phi) \} \} \quad (2)$$

θ 、 ϕ に対するラグランジュ方程式を用いると、運動方程式は次のように得られる。

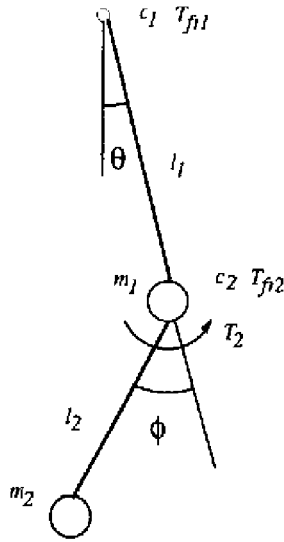


Fig. 1 2リンクアームのモデル

$$\begin{aligned}
 & \{(m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2 \cos \phi\} \ddot{\theta} \\
 & + (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos \phi) \ddot{\phi} \\
 & - m_2l_1l_2 \dot{\phi}(2\dot{\theta} + \dot{\phi}) \sin \phi + c_1 \dot{\theta} \\
 & = T_{fr1} - (m_1 + m_2)gl_1 \sin \theta - m_2gl_2 \sin(\theta + \phi) \quad (3) \\
 & (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos \phi) \ddot{\theta} \\
 & + m_2l_2^2 \ddot{\phi} + m_2l_1l_2 \dot{\theta}^2 \sin \phi + c_2 \dot{\phi} \\
 & = T_2 + T_{fr2} - m_2gl_2 \sin(\theta + \phi) \quad (4)
 \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned}
 \dot{\theta} &= \frac{d\theta}{dt}, & \ddot{\theta} &= \frac{d^2\theta}{dt^2} \\
 \dot{\phi} &= \frac{d\phi}{dt}, & \ddot{\phi} &= \frac{d^2\phi}{dt^2}
 \end{aligned}$$

である。ここで次の諸量を導入する。

$$\begin{aligned}
 \tau &= \omega t \\
 \omega &= \sqrt{\frac{g}{l_2}} \\
 \kappa &= \frac{m_1 + m_2}{m_2} \\
 \lambda &= \frac{l_1}{l_2} \\
 \zeta_1 &= \frac{\omega c_1}{m_2 g l_2}, & \zeta_2 &= \frac{\omega c_2}{m_2 g l_2} \\
 \alpha_{fr} &= \frac{T_{fr1}}{m_2 g l_2}, & \beta_{fr} &= \frac{T_{fr2}}{m_2 g l_2} \\
 \beta &= \frac{T_2}{m_2 g l_2}
 \end{aligned}$$

それぞれの記号は、 t :時間、 τ :無次元時間、 g :重力加速度、 κ :両リンクの質量比 ($\kappa > 1$)、 λ :両リンクの長さ比、 ζ_1, ζ_2 :第1, 第2軸の無次元粘性減衰係数、 α_{fr}, β_{fr} :第1, 第2軸の無次元固体摩擦トルク、 β :第2関節に加える無次元化加振トルクである。

これらを用いて運動方程式(3),(4)は無次元化され、

$$\begin{aligned}
 & (1 + \kappa\lambda^2 + 2\lambda \cos \phi) \ddot{\theta} + (1 + \lambda \cos \phi) \ddot{\phi} \\
 & - \lambda \dot{\phi}(2\dot{\theta} + \dot{\phi}) \sin \phi + \zeta_1 \dot{\theta} \\
 & = \alpha_{fr} - \kappa\lambda \sin \theta - \sin(\theta + \phi) \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (1 + \lambda \cos \phi) \ddot{\theta} + \ddot{\phi} + \lambda \dot{\theta}^2 \sin \phi + \zeta_2 \dot{\phi} \\
 & = \beta + \beta_{fr} - \sin(\theta + \phi) \quad (6)
 \end{aligned}$$

となる。ただし、微分は無次元時間に関して行われる。

3. 実験装置

シミュレータの構成を図2に示す。操縦者はポテンシオメータを用いたアナログジョイスティックを操作してトルクを発生させる。ジョイスティックの操作量は12bitの分解能を持つA/Dコンバータを経て、パーソナルコンピュータに取り入れられる。そして、それに対応するトルクを運動方程式(5),(6)に代入し、6次のルンゲクッタ法を用いて実時間で数値計算を行う。トルク、2リンクアームの角度データはサンプリング0.05secでコンピュータのメモリに記録される。計算された2リンクアームの位置は、CRTディスプレイ上に表示される。操縦者はディスプレイ上の2リンクアームの動きを観察しながらジョイスティックを操作し、目的の位置制御を試みる。目的制御が成功したと判断される基準は、両関節の角度が同時に目標角度 $\pm 4deg$ 以内で角速度が $\pm 3deg/sec$ 以下になった場合とした。この基準が満足された場合は目的とする制御が達成されたとみなされ、作業は

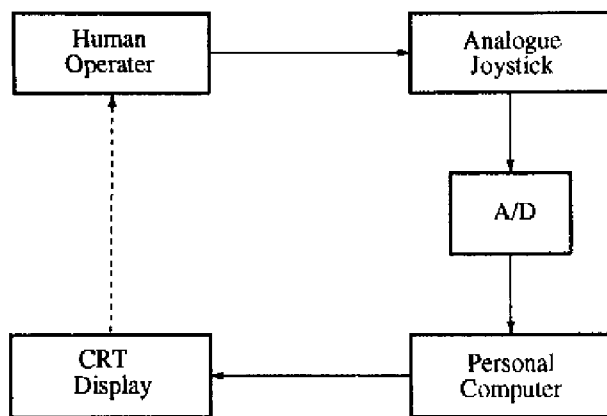


Fig. 2 シミュレータの構成

終了する。

4. 実験方法

4.1 水平面 2 リンクアームの場合

実験では始めに重力を考慮しない水平面での 2 リンクアームの手動制御を行う。実験者は、表 1 のようなパラメータを持つシステムにおいて、2 リンクアームが初期角度 $(\theta, \phi) = (0, 0)$ で静止している状態から目標角度 $(\pi/2, \pi/3)$ まで両関節の制御操作を繰り返し練習し、操作に熟練した段階での実験データを取得する。熟練者は、予めどの時点でトルクを切り替えれば両関節を目標位置で停止させることが可能であることを学習的に理解しており、制御時間を短くすることが期待される。

Table 1 平面 2 リンクアームの無次元量の値

ω	3
κ	2
λ	1.2
ζ_1	0
ζ_2	0
β	0.2
α_{frmax}	0.02
β_{frmax}	0

4.2 垂直面 2 重振り子の場合

水平面モデルの上に重力を加えて、表 2 のようなパラメータを持つシステムにおいて、垂直面で運動する 2 リンクアームを初期角度 $(\theta, \phi) = (0, 0)$ で静止している状態から目標角度 $(\pi, 0)$ まで、つまり、2 重振り子を振り上げ、倒立させるように制御操作を行う。

Table 2 垂直面 2 リンクアームの無次元量の値

ω	0.5
κ	2
λ	1.2
ζ_1	0
ζ_2	0
β	1.0
α_{frmax}	0.2
β_{frmax}	0.05

実験終了後、熟練者の操作量と 2 リンクアームの動きとを比較し、それぞれの関係を把握する。

5. 実験結果及び考察

5.1 水平面 2 リンクアームの場合

実験結果より、水平面内で非駆動関節である第 1 関節に摩擦が作用する場合には、第 1 関節が目標位置に達した後に第 2 関節が目標位置に達する逐次位置制御 (Sequential) と、両関節が同時に目標位置に達する同時位置制御 (Parallel) の 2 つのパターンがあることが確認された。図 3 は、逐次位置制御の一例である。第 1 リンクが目標位置に達した後、操縦者は第 1 リンクを動かさないように小さいインパルス状のトルクを第 2 関節に加えて、徐々に目標位置に近づき停止するまで制御していることがわかる。一方図 4 は、同時位置制御の一例である。2 つのリンクがほぼ同時に目標位置に近づき、そして停止することがわかる。このような

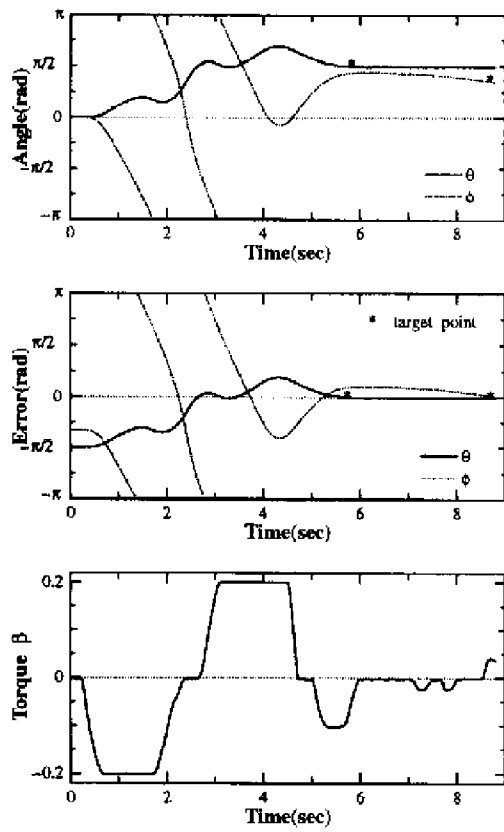


Fig. 3 水平面逐次位置制御

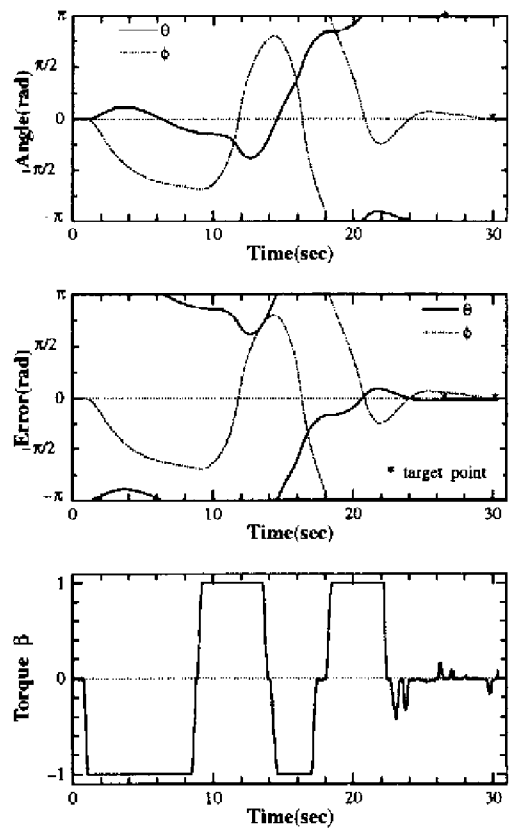


Fig. 5 垂直面逐次位置制御

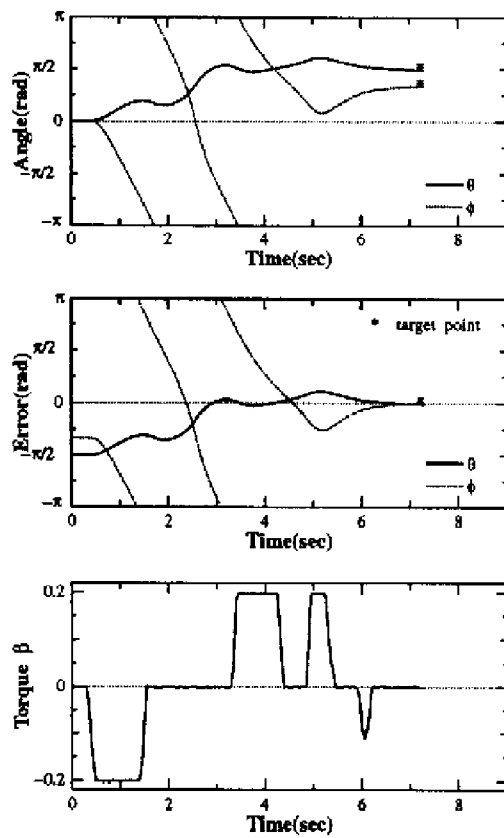


Fig. 4 水平面同時位置制御

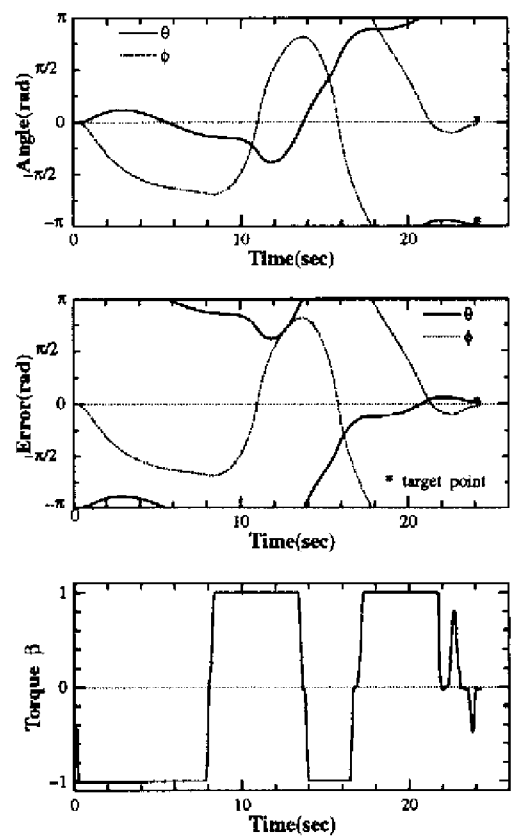


Fig. 6 垂直面同時位置制御

同時位置制御パターンは、操作に熟達していくに従って多くなる傾向である。このことから、最短時間の制御が同時位置制御であると考えられる。

5.2 垂直面 2 重振り子の場合

垂直面内で 2 リンクアームを倒立する時には重力の影響を受けるため、目標位置に到達させる十分なエネルギーを加える必要がある。そのため、少なくとも 8 回トルクの切り換えを行う必要があることが実験からわかった。図 5 と図 6 では、目標近傍まで最大トルクを用いて振り子を振り上げ、いわゆる Bang-Bang 制御を行なっている。また、先端のアームを振り上げた後、目標位置の近傍での制御は図 5 のような逐次位置制御と図 6 のような同時位置制御が行われている。このことから、重力を受ける環境でも、水平面モデルと同様に位置制御できることがわかった。

6. おわりに

本研究では、非駆動関節を有する 2 リンクアームの水平面内および垂直面内での手動位置制御をシミュレーションにより行なった。その結果、人間はシステムの動特性に対する情報がない場合でも、良好な制御を経験に基づいた学習により実現できることを示した。今後は、人間の経験に基づいた手動制御の結果から 2 リンクアームの制御法則を導き、インテリジェントコントローラを作って再びその位置制御を行う予定である。

参考文献

- [1] 志藤嘉信: 非駆動関節を有する 2 リンクアームの位置制御に関する研究, 東北大学大学院工学研究科修士論文 (1995)
- [2] T. Takahashi and H. Inooka: "Swinging up of a pendulum by manual control", *Mechatronics*, Vol.2, No.5, pp.459-469, 1992

- [3] 柳, 高橋, 猪岡: "非駆動関節を有する 2 リンクアームの運動制御", *機械力学・計測制御講演論文集*, Vol.A, pp.300-303, 1994
- [4] 高橋, 佐々木, 猪岡: "トルクに制限がある場合の振り子の制御 (第 3 報, 手動による振り上げ制御)", *日本機械学会論文集 (c)*, Vol.53, No.489, pp.1042-1046, 1987
- [5] 李, 高橋, 柳, 猪岡: "トルクに制限がある場合の振り子の制御 (インテリジェントコントローラを用いた振り上げ制御)", *日本機械学会論文集 (C)*, Vol.58, No.556, pp.3621-3626, 1992