

多目的遺伝的アルゴリズムを用いた適合制御系の設計

Design of Matched Control Systems Using a Multiobjective Genetic Algorithm

小松健一郎, ○石原 正, 猪岡 光

Kenichiro Komatsu, ○Tadashi Ishihara and Hikaru Inooka

東北大学大学院情報科学研究科

Graduate School of Information Sciences, Tohoku University

キーワード: 適合制御系 (matched control systems), 不等式制約法 (the method of inequalities),

多目的遺伝的アルゴリズム (multiobjective genetic algorithms)

連絡先: 〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉東北大学大学院情報科学研究科
システム情報科学専攻猪岡研究室 小松 健一郎,

Tel.: (022)217-7021, Fax(022)217-7019, E-mail: komatsu@control.is.tohoku.ac.jp

1. はじめに

Zakian^{1,2}は、制御系とそれが置かれる環境との関係に着目し、適合原理(The Principle of Matching)と呼ばれる新しい制御系設計原理を提唱している。環境の適切なモデル化が行えれば、この原理に基づく制御系設計は、不等式制約法³による制御系設計に帰着されることが明らかにされている。

本稿では、多目的遺伝的アルゴリズムを用いた適合制御系の効率的設計法を提案し、この設計法に基づいて現在開発中の制御系設計支援システムの概要について報告する。

2. 適合原理^{1,2}

適合原理は、制御系とそれが置かれる環境を以下に述べる意味で適合させる設計原理である。いま、制御系に加わる入力(外乱、目標値) f が環境から生じ、 f に対して制御系が応答するものとする。入力 f は P で表される生起可能集合(possible set)に属することのみ知られていると仮定する。もし適当な評価基準を用いることにより、ある入力に対する制御系の応答が許容されると判断されるとき、その入力を許容入力(tolerable input)とよぶ。また、全ての許容入力からなる集合を許容入力集合とよび T で表す。集合 P が集合 T の部分集合、すなわち、 $P \subseteq T$ ならば、

制御系と環境は適合しているという。また、そのときの制御系を適合系(matched system)とよぶ。

明らかに、集合 T を定義することは制御系に対する設計仕様を与えることと等価である。一方、集合 P を定義することは制御系の置かれた環境を特徴づけることに他ならない。すなわち、適合原理に基づく設計では、設計仕様のみならず、制御系の置かれた環境を定量的に評価することが要求される。

以上の設計原理は、以下のように具体化することができる。いま、入力 f が加わる制御系に対して、制御性能の評価の対象とする制御系内部の信号の応答を $e_i(t, f)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) とする。制御系の設計仕様はこれらの信号に対する次のような不等式で与えられるものとする。

$$\|e_i(f)\|_{\infty} = \sup\{|e_i(t, f)| : t \geq 0\} \leq \varepsilon_i \quad (1)$$

ここで、 ε_i は設計者により与えられる非負の実数である。式(1)に対応する入力信号 T_m は次のように定義される。

$$T_m = \{f : \|e_i(f)\|_{\infty} \leq \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, m\} \quad (2)$$

このとき、次の結果が成立することが知られている。命題1: 生起可能集合 P と制御系の応答 $e_i(t, f)$ ($i = 1, 2, \dots, m$)に対して次の量を定義する。

$$\hat{\varepsilon}_i(P) = \sup\{\|e_i(f)\|_{\infty} : f \in P\} \quad (3)$$

このとき、

$$P \subseteq T_m \Leftrightarrow \hat{e}_i(P) \leq \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

が成立する。 ■

一方、生起可能集合 P を扱い易い形で特徴づけることは必ずしも容易ではない。現在までに、いくつかの応用上重要なクラスの生起可能集合に対する特徴づけが行われている。ここでは、Zakian¹により導入された次のような入力集合に対する結果をあげておく。すなわち、変化率のみに制限のある次のような入力集合 $F(D)$ を考える。

$$F(D) = \{f: f = f_1 + f_2, \\ f_1 \in \tilde{F}_1(D_1), f_2 \in \tilde{F}_2(D_2)\} \quad (5)$$

ここで、 D は非負の実数の対 $D = (D_1, D_2)$ を表し

$$\tilde{F}_1(D_1) = \{f: \|f^{(1)}\|_\infty \leq D_1, f(0) = 0\} \quad (6)$$

$$\tilde{F}_2(D_2) = \{f: \|f^{(1)}\|_2 \leq D_2, f(0) = 0\} \quad (7)$$

である。ただし、(6), (7)式の $f^{(1)}(t)$ は区分的に連続であるものとする。 $f_1(t)$ はその変化率のピークノルムが D_1 以下であるような持続的な入力を表し、 $f_2(t)$ はその変化率の L^2 ノルムが D_2 以下であるような過渡的な入力を表す。このとき、次の結果が成立することが示されている。

命題 2: 制御対象が線形時不変系であるものとし、単位ステップ入力信号 $h(t)$ に対する制御系の応答を $e_i(t, h)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) とする。生起可能集合が式(5)で定義される集合 $F(D)$ で与えられるとき、式(3)に対応する量

$$\hat{e}_i(F(D)) = \sup \{\|e_i(f)\|_\infty : f \in F(D)\} \quad (8)$$

は次のように表される。

$$\hat{e}_i(F(D)) = D_1 \|e_i(h)\|_1 + D_2 \|e_i(h)\|_2 \quad (9)$$

命題 1, 2から次の結果がただちに得られる。

命題 3: 制御対象が線形時不変系であるものとし、制御系の設計仕様が式(1)、生起可能集合が式(5)で定義される集合 $F(D)$ で与えられるとき、

$$F(D) \subseteq T_m \Leftrightarrow \hat{e}_i(F(D)) \leq \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

が成立する。 ■

式(10)から適合条件は制御系の(複数の)応答に対するステップ応答から判定できることがわかる。式(5)で与えられる生起可能集合以外のいくつかの生起可能集合に対しても、適合条件はステップ応答あるいはインパルス応答を用いて判定できることが知られている。

上の結果から、適合条件を満足するコントローラを見出す問題はインパルス応答もしくはステップ応答に対する複数の不等式制約を満足するコント

ローラを設計することに帰着される。

複数の不等式制約を満足するコントローラを数値的な方法により見出す設計法は1970年代にZakian³により提唱され、不等式制約法(The method of inequalities)とよばれている。この手法を用いた適合系の設計例がいくつか報告されているが、そこで用いられているコントローラは比較的簡単な構造のものであり⁴⁷、必ずしも十分な設計自由度を持つものではない。

3. 適合制御系設計支援システム

A. 多目的遺伝的アルゴリズムの利用

不等式制約法では、設計者が与えた不等式制約に対して、その制約を満足するコントローラが存在するかどうかは必ずしも明らかではない。また、多くの問題では、制御指標はコントローラの可調整パラメータの凸関数となる事は保証されないため、制約を満足するコントローラが存在しても、それを通常の数値的探索法により見出せる保証は無い。

これらの不等式制約法の問題点を解決するために、Liu^{9,10}は多目的遺伝的アルゴリズムを用いる事を提案し、制御系設計支援システムを構築している。

多目的遺伝的アルゴリズムを制御系設計に用いる直接的な方法としては、制御指標 $\phi_i(p)$ からなるベクトル評価関数を対象とする事が考えられる。しかし、遺伝的アルゴリズムは大域的探索を行えるものの、多くの現実的問題では、このベクトル評価関数のPareto解集合は大きく、それを精度良く求めるの多くの場合困難である。また、Pareto解集合を求める事ができたとしても、設計者がこの解集合から有用な情報を抽出するのは容易では無い。

Liu⁹の手法では、 p 可調整パラメータとするとき、複数の不等式制約

$$\phi_i(p) \leq \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

に対して、次のようなベクトル評価関数を導入する。

$$\Lambda(p, \varepsilon) = [\lambda_1(p, \varepsilon_1) \quad \lambda_2(p, \varepsilon_2) \quad \dots \quad \lambda_m(p, \varepsilon_m)] \quad (12)$$

ここで、

$$\lambda_i(p, \varepsilon_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } \phi_i(p) \leq \varepsilon_i \\ \phi_i(p) - \varepsilon_i & \text{if } \phi_i(p) > \varepsilon_i \end{cases} \quad (13)$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \dots \quad \varepsilon_m] \quad (14)$$

である。適当な多目的遺伝的アルゴリズムを用いて

式(12)で定義されるベクトル評価関数に対するPareto解を求める。

式(12)で与えられるベクトル評価関数では、全ての不等式制約を満足する可調整パラメータ p^* が存在すれば $\Lambda(p^*, \varepsilon) = 0$ が成立しそれはUtopia解となる。

また、Utopia解が存在しない場合でも、いくつかの不等式制約は満足される可能性が高く、その場合のPareto解集合は制御指標 $\phi_i(p)$ からなるベクトル評価関数のPareto解集合と比べ小さく、設計者が有用な情報を抽出するのは容易である。

B. コントローラの構造

不等式制約法では、固定された構造のコントローラに対して探索が行われる。全ての不等式制約を満足する可調整パラメータが見出せない場合、より自由度の多い構造のコントローラを採用すれば、全ての制約を満足するコントローラを見出す事が可能かもしれない。Satoh⁸はこのような設計を効率的に行えるコントローラ構造の決定法として、極零相殺を考慮した、極零配置法を提案し、その有効性を示している。この極零配置法では、コントローラの次数を極零相殺の個数とコントローラの型(積分の個数)により定まる最小次数以上任意に選ぶことができる特長がある。

C. 支援システムの構成

Liu^{9,10}はPareto解集合の多様性を維持する多目的遺伝的アルゴリズムを提案し、Satoh⁸の極零配置法を用いた制御系設計支援システムを構築し、その有効性を示している。この支援システムは適合制御系の設計を目指したものではないが、ソフトウェアの追加により、適合制御系設計に用いる事ができる。この場合、設計仕様を与える評価関数がインパルス応答やステップ応答の混合ノルムを含む点が従来の不等式制約法による設計と異なる。

4. おわりに

多目的遺伝アルゴリズムを用いた適合制御系の設計について考察した。現在、設計支援システムを開発中であり、その詳細については別の機会に報告する予定である。

参考文献

- 1) V. Zakian: Well matched systems, IMA Journal Math. Control and Information, 8, 29/33 (1991)
- 2) V. Zakian: Perspectives on the principle of

matching and the method of inequalities, Int. J. Control, 65, 1, 147/175 (1996)

- 3) V. Zakian and U. Al-Naib: Design of dynamical and control systems by the method of inequalities, Proc. IEE, 120, 11, 1421/1427 (1973)
- 4) N.K. Rutland: Illustration of a new principle of design: vehicle speed control, Int. J. Control, 55, 6, 1319/1334 (1992)
- 5) N.K. Rutland: The principle of matching: practical conditions for systems with inputs restricted in magnitude and rate of change, IEEE Trans. Automatic Control, 39, 3, 550/553 (1994)
- 6) N.K. Rutland: Illustration of the principle of matching with inputs restricted in magnitude and rate of change: vehicle speed control revisited, Int. J. Control, 60, 3, 395/412 (1994)
- 7) J.F. Whidborne and G.P. Liu: Critical Control Systems, Somerset Research Studies Press (1993)
- 8) T.Satoh, T.Ishihara and H. Inooka, "Systematic design via the method of inequalities," IEEE Control Systems, 16, 5, 57/65 (1996)
- 9) T.K. Liu, T. Ishihara and H. Inooka, "Design of discrete-time control systems by multiobjective genetic algorithms," Proc. of 22nd IEEE Int. Conf. on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 3, 1618/1623 (1996)
- 10) T.K.Liu, T.Ishihara and H.Inooka, "Application of a multiobjective genetic algorithms to control systems design based on the method of inequalities," Proc. of the 2nd Asian Control Conference, I, 289/292 (1997)