

枕地の最短時間制御における人の制御特性について

○鳥巢 諒*, 田中健一*, 武田純一*, 井前 譲**

岩手大学農学部* , 岩手大学農学部**

Minimum Time Control and Operator Maneuvers of the Headland

○Ryo Torisu*, Kenichi Tanaka*, Junichi Takeda*, Joe Imae**

Faculty of Agriculture* Iwate University

Faculty of Engineering** Iwate University

キーワード: 枕地(headland), 最短時間制御(minimum time control), 旋回技術(turning technique), バンバン原理(bang-bang principle), 最適制御(optimal control), 数値計算(numerical analysis)

連絡先: ☎020-8550 盛岡市上田 3-18-8 岩手大学 農学部 農業生産環境工学科 生物機械工学講座

鳥巢 諒, Tel:(019)621-6184, Fax: (019)621-6204, E-mail: ryotorys@iwate.uv.ac.jp

0. 枕地問題/最短時間制御問題とは何か

一般に圃場(田や畑)は長方形に造成されている。この圃場で色々な農作業を行う場合、どのように行えばその作業効率を高めることができるかということが問題になる。ここでは農作業の代表例として、トラクタにロータリを装着した場合の耕うん作業を取り上げる。ある長方形の圃場が与えられたとき、耕うん作業を効率的に行うため長辺の両側に枕地というものを設定する。図1に示すこの枕地は、それまで耕してきた畝(既耕地)の終端位置で後部のロータリを上げ、180度旋回し次に耕す畝に入る旋回場所である。この枕地では作業をしないので、この間の走行時間を短くすることは作業効率の点から重要である。この問題を枕地問題と呼ぶ。

この枕地問題を明確に述べると、車両がある横幅(畝幅 d)が与えられたとき、最も短い時間で180度旋回して次の畝に入るには、どのような運転(操縦)を行えばいいかということである。この場合の車両速度は $0.5\sim 1.5$ [m/s]の範囲の低速度で、その運動は各車輪が進行方向にのみ速度をもつという性質を利用する運動学モデル¹⁾で表される。これは、また非ホロノミック車両系のひとつでもある²⁾。

1. はじめに

これまで、筆者らは枕地における最短旋回時間問題を幾何学的拘束を受ける非ホロノミック車両系の運動計画の問題³⁾としてとらえ、最適制御理論を援用して検討してきた^{4), 5)}。そこでは、次のような仮定を採用していた。(1) 走行路面は平坦で、トラクタの運動は平面運動とし、ロール、ピッチ等の空間運動を無視する。(2) トラクタは前輪操舵/後輪駆動とする。(3) 入力を前輪

の操舵角し、ハンドルから操舵輪までの慣性や人の応答遅れを無視する。(3)したがって、その車両運動は運動学モデルで表され、状態量はトラクタ姿勢角(ヨー角)とトラクタ代表点、この場合はトラクタ後輪点中心(x_B, y_B)の3つとなる(等価2輪モデル)。以上の仮定を採用すると、状態方程式は表1のように表される。また、操作量(操舵角)には制約があり最大角42度までしか切れない、速度にも制約がある、等の操作量や状態量の拘束条件や状態方程式が非線形ということから、最短時間を直接解析的に求める最適制御問題を解くことが困難だったので、数値解法で求めている。得られた結果は、Bang-Bang Principle⁶⁾そのもので、①速度は正負の最大、②操舵角は正負の最大と場合によってはゼロを組み合わせて採用すればよいということが得られた。そこでの残された問題は、実際の農作業では、操舵角を瞬時にきることはできない、あるいは、操舵角は出発時にゼロとしている。また、前進後退を併用する場合、人はクラッチ操作を無限小時間では行えない、等の理論とのギャップがあった(特に、農機分野の人々からかなり強い批判があった)。

本報告では、人が実際に圃場で最短時間旋回をする場合を考慮して(1)理論を拡張すること、(2)実際の人による圃場実験を行い、拡張した理論と実車実験を比較検討して、理論の妥当性を検証することを目的とする。

2. 枕地最短時間問題の拡張

2.1 最短時間制御問題の定式化

枕地問題は平面上のある初期状態におかれた車両を別の点に移動させる場合の軌道計画問題の一つであり、それを最短時間で行おうとするものである。また、上述したように最短時間問題は最適制御問題のひとつであり、原理的には評価関数を時間 t とおき、これを最小にするとよい。しかし今回は車両方程式が非線形なので、解析的な解を直接求めることは困難である。そこで、ここでは以下のように「問題を変換して解く方法」⁷⁾を採用する。

制御対象	$dx/dt = f(x, u)$
拘束条件	$ u \leq u_m$
初期条件	$x(0) = x_0$; 既知, $t = 0$
終端条件	$t = T_f$; 既知, $x(T_f)$: 既知
評価関数	$J = \sum \{R_j[x(t)]\}^2, (j = 1, 2, \dots, k)$

ただし、ここで $x = [\alpha, \theta, x_B, y_B]^T$ は4次元状態ベクトル、 $u = (s, v)^T$ は2次元ベクトル操作量である。

この定式化は終端時刻自由問題を終端時間固定問題に変換したものである。この問題に具体的に数値計算する方法は勾配法をはじめいろいろ提案されているが、ここでは良好な結果が得られている最適アルゴリズム法⁸⁾を採用する。

2.2 最短時間問題への変換

次に、上で固定した時間をパラメータとしていろいろ変化させ、最終的に終端状態を満足する時間の最も短いものを最短時間とする方法である。状態方程式は表1の通りである。次に、評価関数具体的に示す。

$$J = \{\theta(t_{r1}) - \theta_r\}^2 + \{x_B(t_{r1}) - x_{Br}\}^2 + \{y_B(t_{r1}) - y_{Br}\}^2 + \{\alpha(t_{r1}) - \alpha_{tr}\}^2 + \int [\gamma_1 / \{\alpha_m^2 - \alpha(t)^2\}^2 + \gamma_1 / \{\mu_m - \mu(t)\}^2 + \gamma_1 / \{V_m - v(t)\}^2 + \gamma_2 h(x_B(t))\}^2] dt \quad (1)$$

ただし、 γ_1 : 0に単調減少する正の内点ペナルティ・パラメータ

γ_2 : ∞ に単調増加する正の外点ペナルティ・パラメータ

$$h(x_B(t)) = -x_B(t)^3 : (x_B < 0) \\ = 0 : (x_B \geq 0) \quad (2)$$

3. 枕地最短時間制御の実車実験

3.1 実車実験

枕地での最短時間旋回の運転法・操縦法は、昔から経験的によく知られていたと思われる。理論的には、居垣⁹⁾によってかなり整理された。速度は前進・後退の最大速度、操舵角は左右最大角又はゼロという操縦法であり、結果としてBB原理を採用していることになっている。

供試車両と測定項目：トラクタは三菱MT46Dを用いた。諸元を表2に示す。操作量としてトラクタ速度 v 、状態量として操舵角 α 、トラクタ姿勢角 θ とトラクタ後輪点位置 (x_B, y_B) を測定した。姿勢角は光ファイバージャイロで測定し、速度は回転計で機関速度から換算した。操舵角は変位計を利用し、パワーステアリングの油圧シリンダ変位から求めた。

3.2 実験方法

走行実験はアスファルト路面上に、耕地と枕地の境界を描き、畝幅を設定した。オペレータは耕地から後方から一定速度で走行し、後輪点が境界点に達した瞬間にハンドルを操作し、次に入るべき畝に入るように運転する。なお、オペレータは予めスタート位置から与えられたゴール位置へ車両がどのような初期状態と終端状態であるべきかということを知っている。また、ハンドルは回転速度を最大速度（オペレータが実行できる最大回転速度）で回し、操舵角は曲線運動では左右どちらかの最大角に保つこと、直線運動ではゼロを保持するという操作を行った。また、走行速度はスロットル・レーバを固定して常に一定速度とした。

3.3 実験項目

走行実験は、畝幅 d を3種類、軌道パターンを3種類変化させて行い、各状態で後輪点中心に点滴装置を取付け、水性ペイントを滴下させ走行軌跡をとった。各条件で数回の最短時間制御の試行を行い、走行軌道が対称で比較的良好と判断されるものを選別し、軌跡 (x_B, y_B) を路面から読み取った。

4 結果及び考察

枕地での最短時間制御はBang-Bang原理を適用すると、次に入るべき畝幅によって図2に示すように3つの軌道パターンに分類される¹⁰⁾。同図(ア)と(エ)に示す最も簡単で特別な例は、次に入るべき畝幅がトラクタの最小旋回半径と同じ場合である。この場合は、直観的にすぐ分かるように、ハンドルを右最大に切り急クラッチ接続を行い、終端状態になったとき急ブレーキを踏む。このときハンドルは切ったままにして置く。その他の例もBB原理そのものである。なお、これは、数値計算でも再確認された^{4), 5)}。ここでは、前述したように、BB原理が実際の人の操縦によってどのように変化するかを検討する。

4.1 畝幅が車両の最小旋回半径に等しい場合

4.1.1 実車実験の結果

図3に畝幅（旋回幅）が車両の最小旋回半径に等しい場合の実車実験の結果を示す。図3（ア）が旋回軌道，図3（イ）がそのときの姿勢角と操舵角の時間変化である。このとき旋回時間は15.9 [s]，旋回幅 $d = 4.51$ [m]，走行速度 v は0.47 [m/s] でほぼ一定であった。

図3の走行軌跡は，ほぼ半円になっている。図3（イ）から明らかなように，操舵角はある傾き有して最大値になり（右最大操舵角に切り），ある時間それを保持し，その後ゼロに戻して終わっている。

4.1.2 数値計算による検討

上の実験を数値計算と比較検討する。当然トラクタの諸元は表2の供試車両と同一である。図4は，固定時間をパラメータとして変化させた場合の，最短時間の場合の結果を示したものである。数値計算における最短時間の決定法は後述の後退時の場合その詳細を示すこととし，ここでは最終的な結果だけを示す。最短時間は $T_0 = 15.1$ [s]，そのときの評価関数の値 $J = 2.7 \times 10^{-8}$ であった。最短時間の理論値と実測値の相対誤差は5%であり，両者はほぼあっていると見えるであろう。なお，図3（イ）と図4（エ）を比較すると，姿勢角と操舵角もよく一致している。

4.2 畝幅が車両の最小旋回半径より大きい場合

4.2.1 実車実験の結果

図5に畝幅（旋回幅）が車両の最小旋回半径より大きい場合の実車実験の結果を示す。図3（ア）が旋回軌道，図5（イ）がそのときの姿勢角と操舵角の時間変化である。このとき旋回時間は24.6 [s]，旋回幅 $d = 8.63$ [m]，走行速度 v は0.48 [m/s] でほぼ一定であった。

図5（ア）の走行軌跡は，ほぼ四分円になった状態でハンドルをゼロに戻し，その後，耕地と枕地の境界に平行に直進し，最後に再度を四分円を描き終了している。図5（イ）から明らかなように，操舵角はある傾き有して最大値になり（右一杯に切り），ある時間それを保持している。その後ゼロに戻しその状態を保持し，再度右一杯に切り，ある時間その状態を保つ。最後にゼロに戻すという一連の操作を行っている。なお，最初にハンドルを戻す際，若干の微調整を行っていることも分かる。これは人の操作がフィードバック制御だからである。ただし，軌道は姿勢角の積分要素になっているため，軌道の乱れはそう大きくない。

4.2.2 数値計算による検討

ここでも，結果だけを示す。最短時間 $T_0 = 23.2$ [s] であり，評価関数は $J = 5.4 \times 10^{-8}$ であった。最短時間の実測値と理論値の相対誤差は6%弱であった。

4.3 畝幅が車両の最小旋回半径より小さい場合

畝幅（寄幅）が小さい場合には，BB原理から次の2つのことが分かっている。一つは，①前進だけでなく後退を併用する方が有利になる。もう一つは，②寄幅に関係なく最短時間が一定になるということである。実際に人が操縦する場合でも，これらのことが成立するのであろうか。本報告の主眼目はこの検討にある。ただ，実際の場合には，ハンドルから操舵角までの慣性によるむだ時間，後退運動を採用する場合，ギアの切替え時間のロスが逆にハンデとなる。他方，理論的な検討としては，設定している初期状態から最終状態までの一連の運動が連続でない。特に軌道と時間の一對一の対応がつかないので，その取り扱いをどうするかという新たな問題も発生する。

4.3.1 畝幅の異なる2つの実車実験の結果

畝幅が最小回転直径よりも小さい場合に後退を併用する操縦法は、畝幅が同一でも人にとっては2種類の操縦法が存在する。すなわち、車両の回転方向が時計方向か逆時計方向かで異なった運動軌跡になる。ただし、数値計算では、終端条件が $\pm\pi$ と異なるので2つの違ったケースとなる。ここでは、あえて、畝幅も変え、それぞれの畝幅に対して一つの回転方向の実験のみを行った。図7が、時計方向($-\pi$)、図8が反時計方向($+\pi$)の回転をした場合の実験結果である。

図7が旋回幅 $d=1.64$ [m]のときの結果である。図7(ア)が旋回軌道、(イ)がそのときの姿勢角と操舵角の時間変化である。また、旋回時間は 20.1 [s]、走行速度は $|v|\leq 0.48$ [m/s]の範囲であった。

図8が旋回幅 $d=1.47$ [m]のときの結果である。図8(ア)が旋回軌道、(イ)がそのときの姿勢角と操舵角の時間変化である。また、旋回時間は 20.1 [s]、走行速度は $|v|\leq 0.48$ [m/s]の範囲であった。ここで注目したいのは最短時間である。旋回幅の異なった3回の実験において旋回時間がほぼ等しいという結果が得られた。なお、前進・後退のギアの切り替えはそれぞれ2回存在するが、本実験のオペレータの場合、そのロス時間は2秒~3秒であった。

4.3.2 数値計算による後退時の最短時間の検討

上の2つの実験を数値計算によってそれぞれ検討する。図9は図7に対応する最短時間制御のシミュレーションである。同図9では固定時間をパラメータとして変化させ、最短時間を決定するプロセスを図解している。そのいくつかの例を図示したもので、同図(ア)~(カ)のうち、(エ)、(オ)、(カ)の3組が時間を十分に大きく取った場合(35秒)で、左に行くにしがたって与える固定時間を短くしている。最短時間 T_1 は、評価関数が $10^{-3}\sim 10^{-4}$ のオーダーになる T_1 を探して、そのときの T_1 を最短時間 $T_0=16.3$ [s]と定めた。この探索は、原理的には2分法と試行錯誤法を併用した。 $10^{-3}\sim 10^{-4}$ のオーダーの根拠は、そのとき得られた軌道、操作量が最も適していると判断されるからである。当然、左端は時間(10秒)が足りなくて途中で終わっている例である。特に最右翼の3つの組は、固定時間は同一で初期値を色々変えた場合で、与えられた終端条件は完全に満足している。時間が十分にある場合は、遠回りしてる。その場合、操舵(ハンドル)と速度(アクセル)の二つを自由に変化させられるので、このような状況が発生する。他方、前進のみの場合には速度を一定とするとハンドル操作だけで終端条件を満足させねばならないので相似形に近い軌跡しか実現されない。自律走行を考える場合このことは念頭に置いておく方がよい。通常の農作業では(オ)とか(カ)という動きはそう好ましいものではないからである。なお、中央の2列はそのときの操作量も併せて示した。

図10は図8に対応する最短時間の結果で、そのときの軌道と姿勢角と操舵角の時間履歴を示す。なお、最短時間 $T_0=16.2$ [s]、 $J=1.8\times 10^{-4}$ である。

5 おわりに

実際に人が行う枕地旋回では、操舵角は操作量ではなく状態量であり、後退時にはギアの入替えのむだ時間等が発生するなどの問題が起り、BB原理では説明がつかない等の批判があった。このため、微分量を新たに操作量にする変換を行い、枕地最短時間制御問題を再構築して、主に後退を許す場合の最短旋回問題を実車実験と比較検討した。

得られた主な結果は以下の通りである。

- (1) 再構築した理論は、標準的な前輪操舵・後輪駆動の2WDトラクタに関しては、人の実際の操縦法をかなりの精度でシミュレート可能であることが分かった。
- (2) 枕地旋回に関しては人が操縦する現実の場合でも、畝幅（寄幅）が車両の最小旋回直径より小さい場合には、後退を併用する場合は、前進だけの場合より、短い時間で旋回できることが示された。
- (3) 最短旋回時間は、畝幅が最小旋回直径より小さい場合には、畝幅に無関係に一定時間になることを実験的に確認し、理論的にそれを示した。

なお、今後、

①畝幅がどのくらいから後退を併用する方が有利なのかを、複数のオペレータのデータと比較し検討すること、②あるいはそれに関連して、熟練者は畝幅がどのくらいから後退運動を併用しているのかを実測し、構築した理論で検討すること、③後退も許す場合の枕地最短時間制御問題は、前進・後退時の変速ギアの交換というむだ時間を考慮した場合には、今回は単に最短時間は、実運動時間にむだ時間を加算しただけであったが、もっと別の手法はないのであろうかということ等を検討していきたいと考えている。

引用文献

- 1) 鳥巢，武田，伴野：連結車両の極低速時の運動を表す基礎方程式，農機誌52(5), 27-34, 1990
- 2) 鳥巢，伴野：解析力学的視点からの車両運動の一考察 — 車両の幾何学的自由度，運動学的自由度と操縦の自由度 — ，岩大農報20, 73-89, 1990
- 3) 中村仁彦：非ホロノミックロボットシステム（第3回）幾何学的な非ホロノミック拘束の下での運動制御，日本ロボット学会誌11(6), 837-844, 1993
- 4) 鳥巢，田中，井前，石川：トラクタの枕地最短旋回時間問題（第1報），最適制御問題の定式化とトラクタが前進だけをする場合，農機誌59(4), 3-10, 1997
- 5) 鳥巢，田中，井前：トラクタの枕地最短旋回時間問題（第2報），トラクタに後退も許す場合と一般的な軌道計画問題，農機誌60(2), 111-116, 1998
- 6) 増淵正美：最適制御入門，315-316, オーム社, 1964
- 7) 市川，田村：最短時間問題の解法（2），計測と制御，12(6), 505-511, 1973
- 8) 井前，箱守：リカッチ解の存在を保証する2次の最適制御アルゴリズム，計測自動制御学会論文集，23(4), 410-412, 1987
- 9) 居垣：4輪トラクタの耕起能率に関する研究（I）圃場内での旋回法と走行距離について，農機誌，25(2), 71-75, 1963
- 10) 鳥巢，田中，武田：微分幾何的アプローチによる枕地の最短旋回軌道，農業機械学会東北支部報，No. 43, 15-20, 1996

表1 状態方程式・拘束条件・評価関数

◆制御対象 $dx/dt = f(x, u)$: 車両の運動を表す状態方程式(運動学モデル)

$$d\theta/dt = v/l \cdot \cos\alpha \quad (1)$$

$$dx_0/dt = v \cos\theta \quad (2)$$

$$dy_0/dt = v \sin\theta \quad (3)$$

$$d\alpha/dt = k\mu \quad (4)$$

◇状態量 $x = [\alpha, \theta, x_0, y_0]^T$
 ◇操作量 $u = (\mu, v)^T$

◆拘束条件 (5)

◇状態量 操舵角 $|\alpha| \leq 42^\circ (= \alpha_m)$
 変位 $x \geq 0$

◇操作量 速度 $|v| \leq V_m$
 角速度 $|\mu| \leq \mu_m$

表2 供試トラクタの諸元

機関出力	33.8 kW / 2500 rpm	(46 PS)
轴距 l	1.96 m	
最大操舵角	0.77 rad.	(44°)
全長	3.56 m	

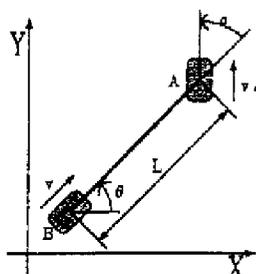
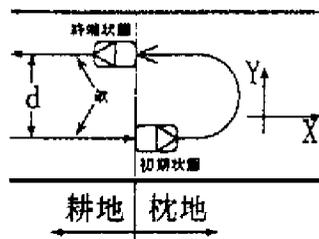


図1 枕地問題と等価2輪モデル

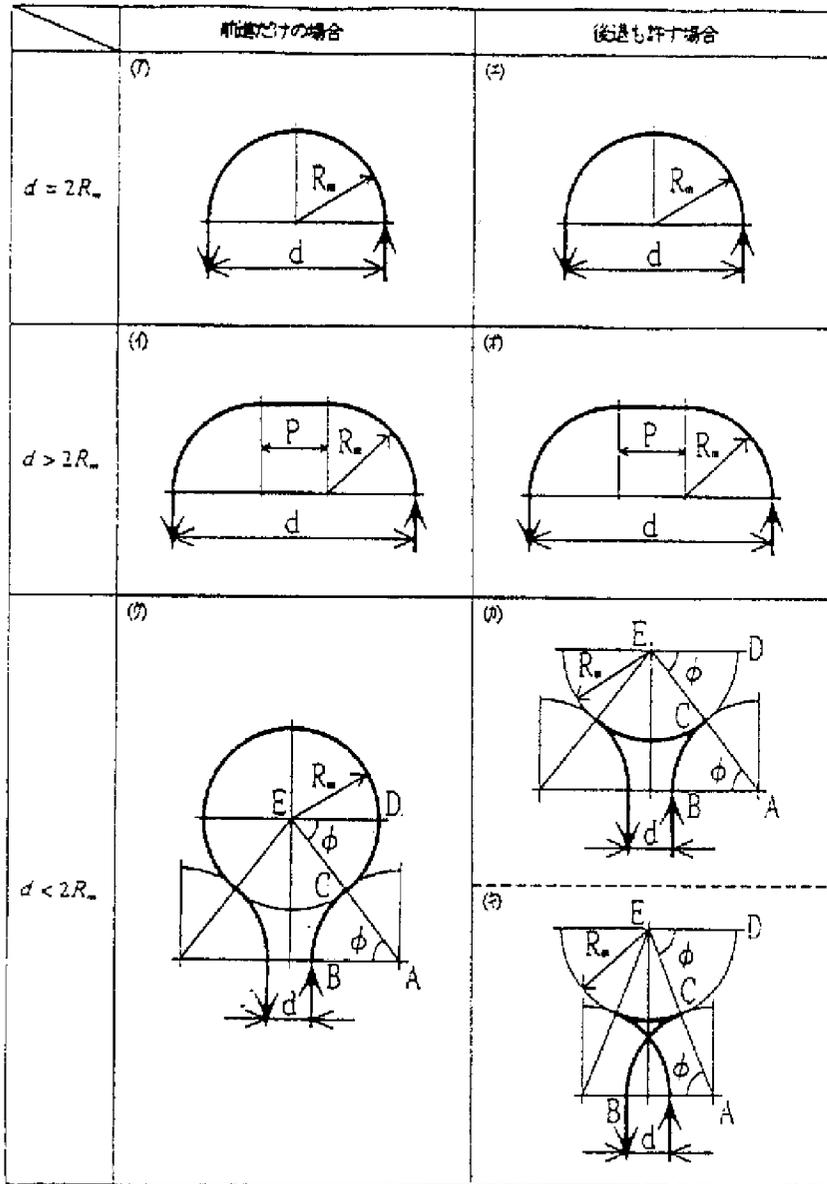


図2 最短巡回軌道

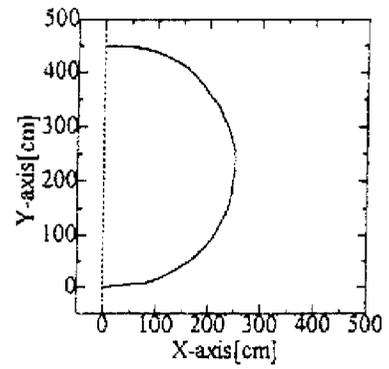


図3(ア) トラクタの巡回軌跡 [実車実験]

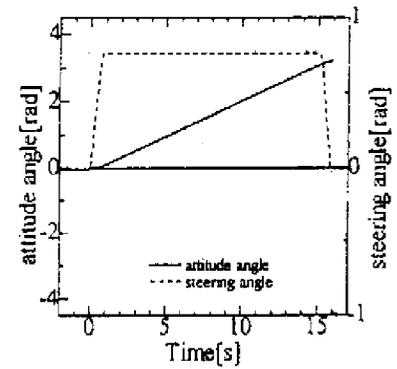


図3(イ) トラクタ姿勢角と操舵角の変化 [実車実験]

図3 枕地最短時間制御の実車実験

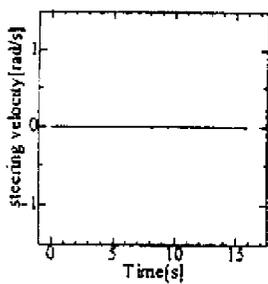


図4(ア) 初期制御入力

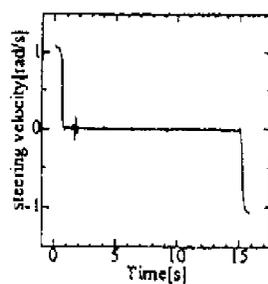


図4(イ) 最終制御入力

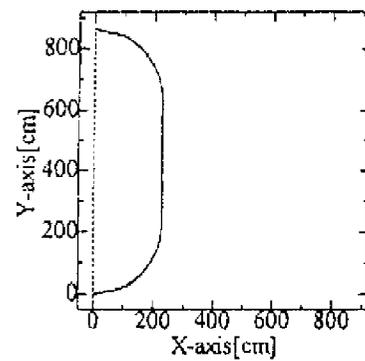


図5(ア) トラクタの巡回軌跡 [実車実験]

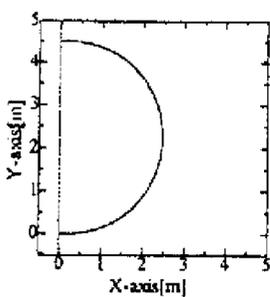


図4(ウ) 最短巡回軌道

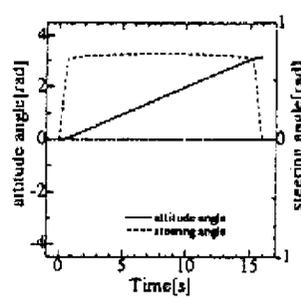


図4(エ) 姿勢角と操舵角

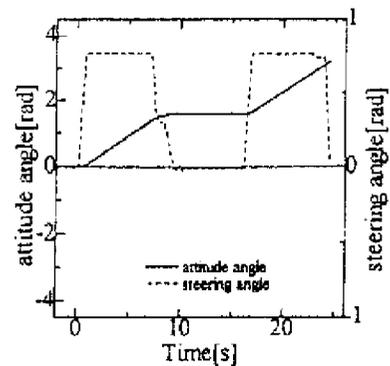


図5(イ) トラクタ姿勢角と操舵角の変化 [実車実験]

図4 シミュレーション

図5 枕地最短時間制御の実車実験

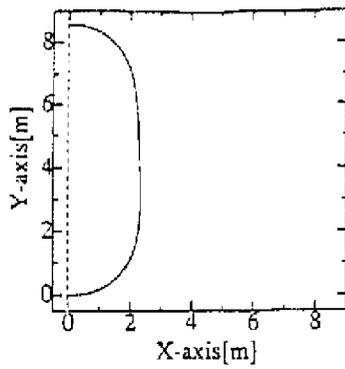


図6(ア)トラクタの旋回軌跡

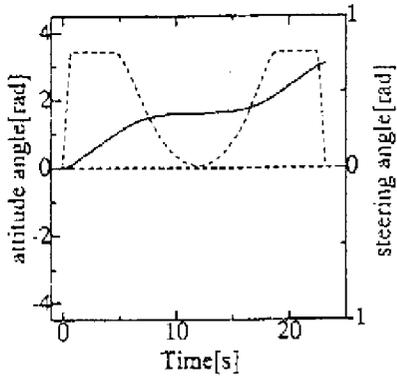


図6(イ)トラクタ姿勢角と操舵角の変化

図6 シミュレーション

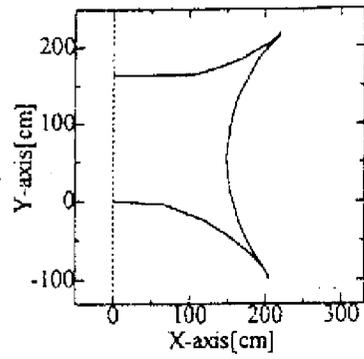


図7(ア)トラクタの旋回軌跡 [時計方向回転]

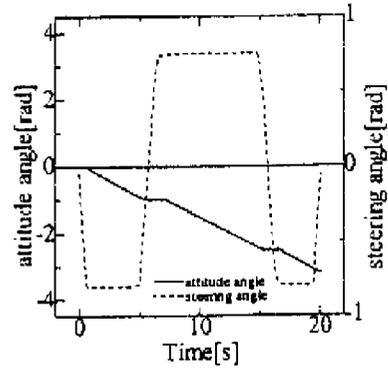


図7(イ)トラクタ姿勢角と操舵角の変化 [時計方向回転]

図7 枕地最短時間制御の実車実験

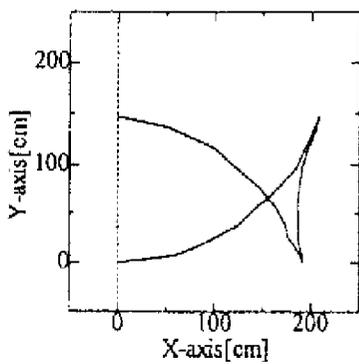


図8(ア)トラクタの旋回軌跡

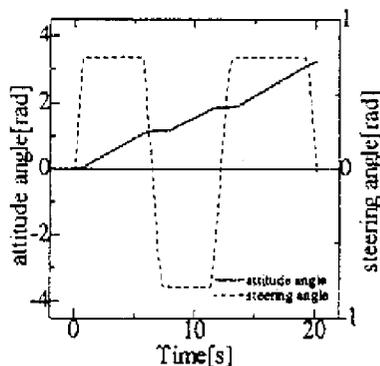


図8(イ)トラクタ姿勢角と操舵角の変化

図8 枕地最短時間制御の実車実験

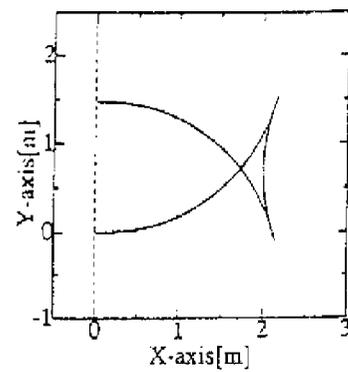


図10(ア)トラクタの旋回軌跡

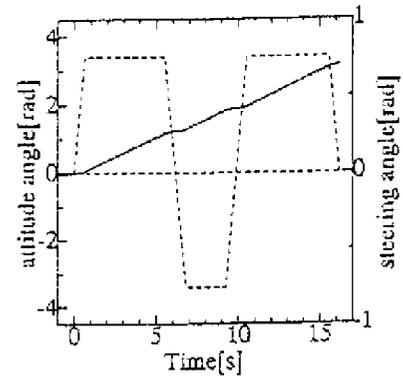


図10(イ)トラクタ姿勢角と操舵角の変化

図10 シミュレーション

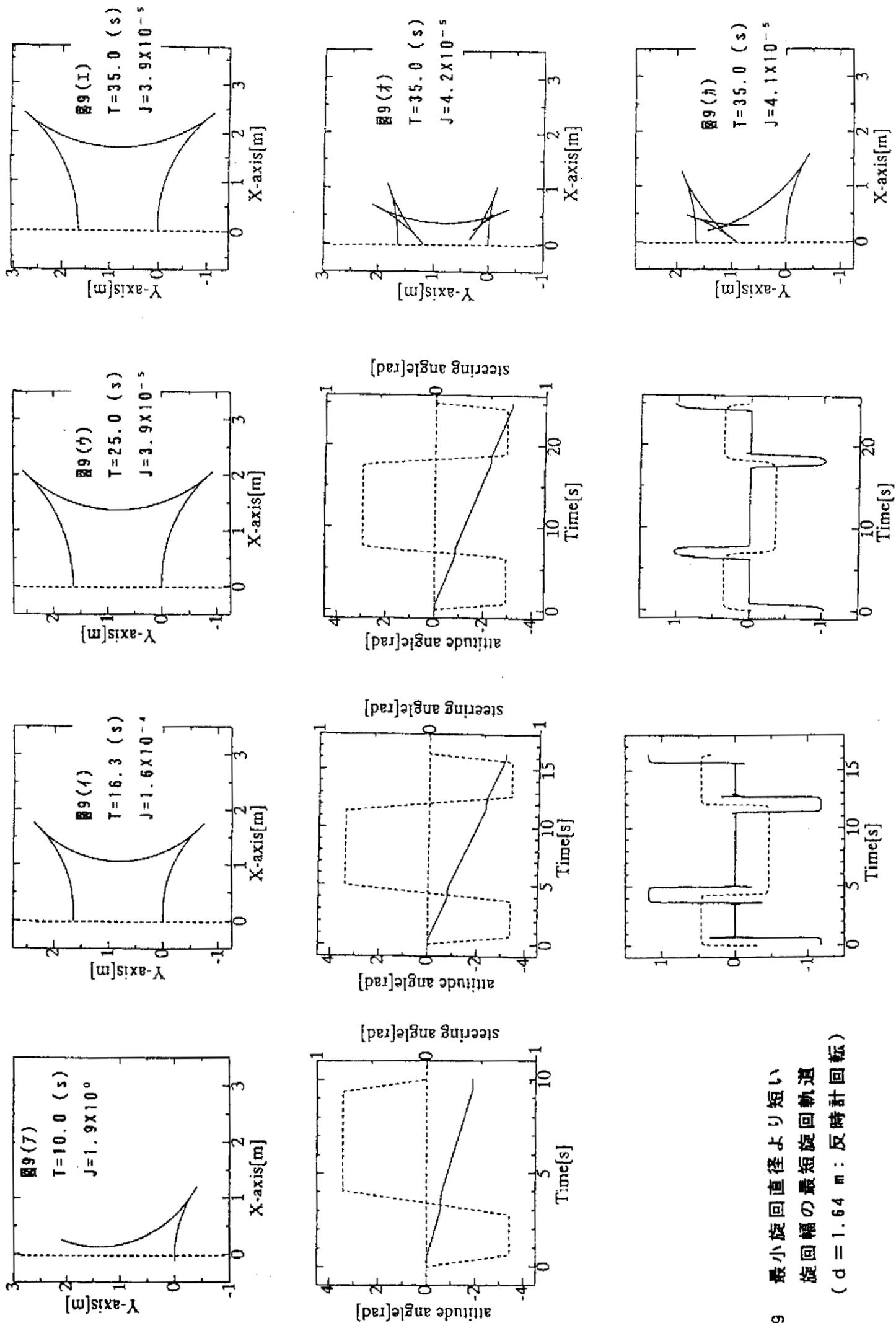


図9 最小旋回直径より短い
旋回幅の最短旋回軌道
($d = 1.64$ m : 反時計回転)