

正弦波状加圧による土壌水理特性の新しい測定法について

A New Measuring Method of the Hydraulic Properties of Soil with the Sinusoidal Time Course Application of the Air Pressure

○原 道宏, 上野育子
○Michihiro Hara, Ikuko Uwano
岩手大学
Iwate University

キーワード: 土壌(soil), 水理特性(hydraulic characteristics), 透水係数(hydraulic conductivity), 水分容量(water capacity), 水分拡散係数(water diffusivity), 正弦波信号(sinusoidal signal), 計測(measurement).

連絡先: 〒020-8850 盛岡市上田3-18-8 岩手大学農学部農林生産学科生産環境学講座農業環境制御工学研究室 原道宏, Tel.019-621-6125, Fax.019-621-6125, Email: mrhara@iwate-u.ac.jp

1. はじめに

植物は、毎日、蒸散により水を失う。それにより植物体内の水圧が減じ、その圧力低下が根に伝わり、水分吸収を促す。吸水は根の周囲の土壌水の圧力を低下させ、根に向かう水流を生ぜしめる。植物が1日に必要とする水量は気象条件等の地上部条件により定まる。その水分量を土壌から根が得るために根の周囲ではどれほどの水圧低下が起こるかは土壌の性質と根の幾何学的形状と配置により定まると考えられる。ここでは、土壌の水理特性が具体的にどのように植物の水スト

レス形成にかかわるか、またそれをどのように測定するかを検討した。

今回は、特に、圧力が時間の正弦波関数となる場合について検討した。その理由は、日中における蒸散の時間パターンが正弦波関数により近似されることによる。土壌の水理特性の測定方法であればテスト信号は必ずしも正弦波関数である必要はないが、テスト信号を正弦波関数とすれば、それにより、流量と圧力変化の関係を直接的に知ることができるメリットがある。

2. 理論

水理特性が一定な直線一次元流についての理論解を求める。

2.1 支配方程式

$0 < x < L$ において、

流量: $f = -K \partial v / \partial x$

水圧: $\partial v / \partial t = -(1/C) \partial f / \partial x$

$$\therefore \partial v / \partial t = D \partial^2 v / \partial x^2 \quad [1]$$

C = 水分容量 [1/cm]

$D = K/C$ = 水分拡散係数 [cm^2/s]

K = 透水係数 [cm/s]

f = 流量 [cm/s]

v = 水圧 [cm]

L = 試料長 [cm]

2.2 初期条件

$t < 0, 0 < x < L$ において、

$$\text{水圧: } v = 0 \quad [2]$$

2.3 境界条件

$t > 0, x = 0$ において、

$$\partial v / \partial x = 0 \text{ (or } f = 0) \quad [3]$$

$t > 0, x = L$ において、

$$\text{水圧: } v = v_0 \exp[I(\omega t + \epsilon)] \quad [4]$$

または、

$$\text{流量: } f = f_0 \exp[I(\omega t + \epsilon)] \quad [5]$$

ここでは、水圧境界条件を扱う。

$I = \sqrt{-1}$ (虚数単位)

なお、これらの式では水圧や流量が複素数で表されるが、実際には、その実部または虚部を、統一して用いるものとする。

2.4 ラプラス変換

$v(t)$ のラプラス変換 $V(p)$ は、

$$V = V(p) = \mathcal{L}\{v(t)\}$$

$$= \int_0^{\infty} v(t) \exp[-pt] dt \quad [6]$$

支配方程式のラプラス変換は、

$$d^2 V / dx^2 - q^2 V = 0, \quad q = \sqrt{p/D} \quad [7]$$

2.5 ラプラス変換解

一般解は、

$$V = A \cosh[qx] + B \sinh[qx] \quad [8]$$

$$dV/dx = Aq \sinh[qx] + Bq \cosh[qx] \quad [9]$$

$x = 0$ における境界条件より、 $B = 0$

これより、

$$V = A \cosh[qx] \quad [10]$$

$$dV/dx = Aq \sinh[qx] \quad [11]$$

2.6 水圧境界条件に対する解

$x = L$ における水圧境界条件より、

$$A = v_0 \exp[I\epsilon] / ((p - I\omega) \cosh[qL]) \quad [12]$$

$$\therefore V = v_0 \exp[I\epsilon] \times$$

$$\cosh[qx] / ((p - I\omega) \cosh[qL]) \quad [13]$$

流量 f のラプラス変換 F は、

$$F = -K dV/dx =$$

$$-K v_0 \exp[I\epsilon] \times$$

$$q \sinh[qx] / ((p - I\omega) \cosh[qL]) \quad [14]$$

特に $x = L$ (吸排水面) では、

$$F = -K v_0 \exp[I\epsilon] q \times$$

$$\sinh[qL] / ((p - I\omega) \cosh[qL]) \quad [15]$$

これを逆変換して流量の時間関数 $f(t)$ を求める。 $F \exp[pt]$ の極を求め、そこにおける留数の和として $f(t)$ を求める。極は、

$$(1) p_1 = I\omega$$

$$(2) p_2 = \cosh[Lq] \text{ の解}$$

がある。

2.6.1 $p_1 = I\omega$ における留数

$$f_1 = \text{Limit}[(p - I\omega) F \exp[pt], p \rightarrow p_1]$$

$$= -K v_0 k \exp[I(\omega t + \epsilon)] \times (1+I) \tanh[(k L (1+I))] \quad [16]$$

2.6.2 $p_2 = \cosh[L q]$ の解における留数

$$\cosh[x+I y] = \cos[y] \cosh[x] + I \sin[y] \sinh[x]$$

より、 $\cosh[x+I y] = 0$ の解は、

$$\cos[y] = 0, \quad \sinh[x] = 0$$

すなわち、

$$x = 0, \quad y = (1/2+n)\pi$$

となる。

$$y_n = (1/2+n)\pi \quad [17]$$

とおけば、

$$\cosh[L q] = 0$$

の解 q_{2n} は

$$L q_{2n} = I y_n = I (1/2+n)\pi$$

$$q_{2n} = I y_n / L = I (1/2+n)\pi / L \quad [18]$$

$$p_{2n} = D q_{2n}^2 = -D y_n^2 / L^2 \quad [19]$$

これに対する留数 f_{2n} は、

$$f_{2n} = \text{Limit}[(p - p_{2n}) F \exp[p t], p \rightarrow p_{2n}]$$

$$= \text{Limit}[-K v_0 \exp[I \epsilon] q \sinh[q L] /$$

$$((p - I \omega) \text{dcosh}[q L] / dp) \exp[p t],$$

$$p \rightarrow p_{2n}]$$

$$= -K v_0 \exp[I \epsilon] q_{2n} \sinh[q_{2n} L] 2 D q_{2n} / ((p_{2n} - I \omega) L \sinh[q_{2n} L]) \exp[p_{2n} t]$$

$$= -K v_0 \exp[I \epsilon] (I y_n / L) 2 D q_{2n} / ((p_{2n} - I \omega) L) \exp[p_{2n} t]$$

$$= -2 D K v_0 y_n^2 \exp[-D t y_n^2 / L^2] \times \exp[I \epsilon] / (L(D y_n^2 + I L^2 \omega)) \quad [20]$$

2.6.3 流量 $f[t]$ の解

以上によりすべての留数が得られたので、解はその和として求められる。

$$f[t] = f_1 + \text{Sum}[f_{2n}, \{n, 0, \infty\}]$$

$$= -K v_0 k \exp[I(\omega t + \epsilon)] \times (1+I) \tanh[(k L (1+I))] + \text{Sum}[-2 D K v_0 y_n^2 \exp[-D t y_n^2 / L^2] \times \exp[I \epsilon] / (L(D y_n^2 + I L^2 \omega)), \{n, 0, \infty\}] \quad [21]$$

2.7 アドミッタンス

流量 f / 水圧 v によりアドミッタンス Y を定義し、定常解と過渡解についてそれらのアドミッタンスを吟味する。

2.7.1 定常解のアドミッタンス

流量の定常解は f_1 であり、

$$f_1 = -K v_0 k \exp[I(\omega t + \epsilon)] \times (1+I) \tanh[(k L (1+I))]$$

$$v = v_0 \exp[I(\omega t + \epsilon)]$$

より、アドミッタンス Y_1 は、

$$Y_1 = f_1 / v = -K k (1+I) \tanh[(k L (1+I))]$$

また、

$$1+I = \sqrt{2} \exp[I \pi / 4]$$

$$k = \sqrt{(\pi / (D T))} \text{より、} K k = \sqrt{(\pi C K / T)}$$

$$Y_1 = -\sqrt{2} \pi C K / T \times$$

$$\exp[I \pi / 4] \tanh[(k L (1+I))] \quad [22]$$

定常解のアドミッタンスに現れる土壌水理特性は $\sqrt{C K}$ (水分容量と透水係数の積の平方根) であることが示されている。

2.7.2 過渡解のアドミッタンス

過渡解は f_{2n} であり、

$$f_{2n} = -2 D K v_0 y_n^2 \exp[-D t y_n^2 / L^2] \times \exp[I \epsilon] / (L(D y_n^2 + I L^2 \omega))$$

$$v = v_0 \exp[I(\omega t + \epsilon)]$$

周期成分を除いたアドミッタンス Y_{2n} は、

$$Y_{2n} = f_{2n} / (v_0 \exp[I \epsilon])$$

$$= -2 D K y_n^2 \exp[-D t y_n^2 / L^2] /$$

$$(L(D y_n^2 + I L^2 \omega)) \quad [23]$$

フーリエ数 Fo を

$$Fo = D T / L^2 \quad [24]$$

により定義すれば、

$$Y_{2n} = -(2 K / L) \exp[-Fo (1/2+n)^2 \pi^2 (t/T)] / (1 + 2 I / (Fo (1/2+n)^2 \pi)) \quad [25]$$

過渡解のアドミッタンスに現れる土壌水理特性は K (透水係数) であることが示されている。

3. 測定方法

3.1 測定装置

土壌試料を図1～3に示されるように、底に孔径 $0.22 \mu m$ のメンブランフィルターを敷いた円筒状容器に充填し、圧力容器に入れ、チューブにより、メンブランフィルターを通して排出される水を電子天秤に導いた。自動圧力調節器から、設定した圧力を圧力容器に導入し、電子天秤の読みをパソコンに導き、ディスクに記録した。

3.2 土壌試料

測定に供した土壌試料は園芸用土 (商品名: ソイルフレンド) である。円筒状容器に充填した供試土はいったん水で飽和し、加圧して徐々に排水していった。

3.3 加圧過程と流量の測定

加圧はグラフ1の①圧力曲線に示されるように、周期 T の $2/3$ ないし $3/4$ 経過するまで正弦波状に加圧し、以後は一定に保った。これにより得られる流量の理論値は同グラフの②流量曲線のようになる。周期は $4h$ と

して測定した。

3.4 水理特性の計算方法

つぎの2つの計算方法を検討した。

3.4.1 方法①

測定された流量がゼロにもどったときの時刻から、または、流量が最大値になる点から kL を求め、 D 、 C 、 K を求める方法である。

$$D = \pi L^2 / (T (kL)^2) \quad [26]$$

流量が $\sqrt{C K}$ に比例することから、測定値のピーク値から $\sqrt{C K}$ を求める。

これと、 $D = K / C$ の関係式から、 C 、 K が求まる。

3.4.2 方法②

水分容量 C は、十分時間が経過した後の総排水量を圧力差で除すことにより得られる。方法①と同様に $\sqrt{C K}$ を求め、それらから、 K 、 $D = K / C$ をもとめる方法である。

4. 結果と考察

流量の測定結果と理論曲線をグラフ2、3に示す。方法①、②により求められた $\sqrt{C K}$ 、 C 、 K 、 D をそれぞれグラフ4、5に示す。

ゼロ点法により求められた結果は、明らかに理論を適用できない場合が見られた。グラフ6は理論的に出現するゼロ点とピーク点を示すものであるが、測定値のゼロ点がこの範囲を超えることがあった。これは、圧力を加圧から減圧にしたときに土壌水分が現象から増加に向かうのであるが、そこにヒステリシスがあり、線形性が保たれないためと考えられる。

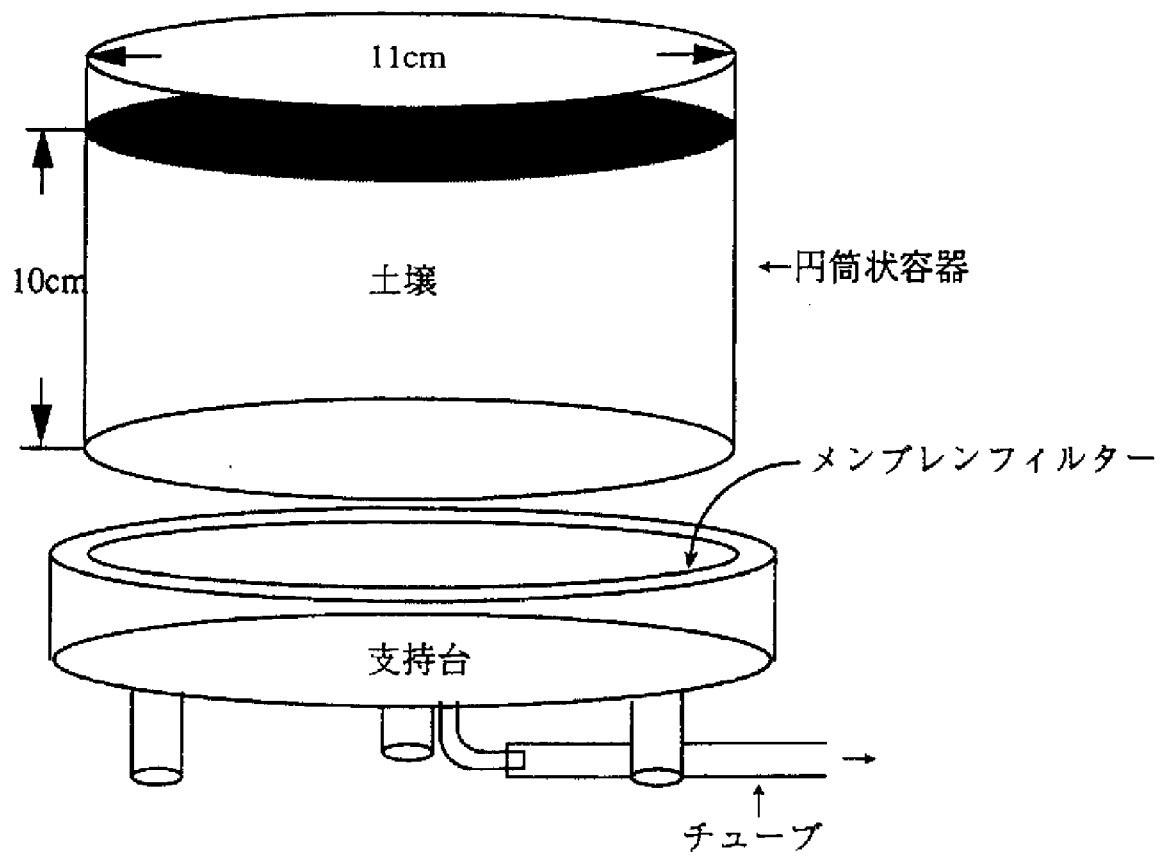


図1

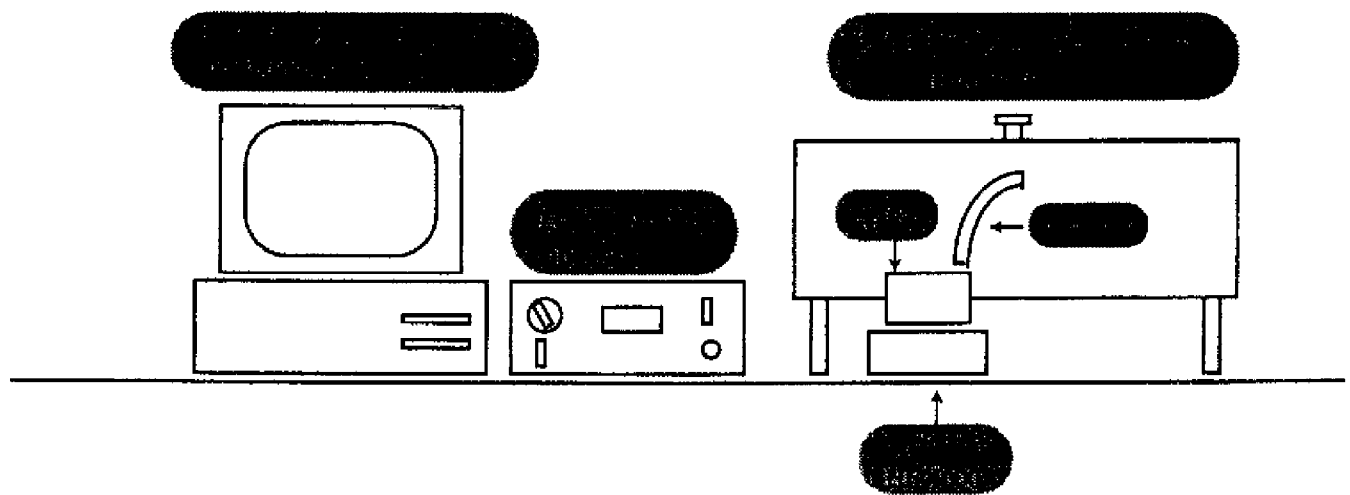


図2

多容量土壌pF測定器

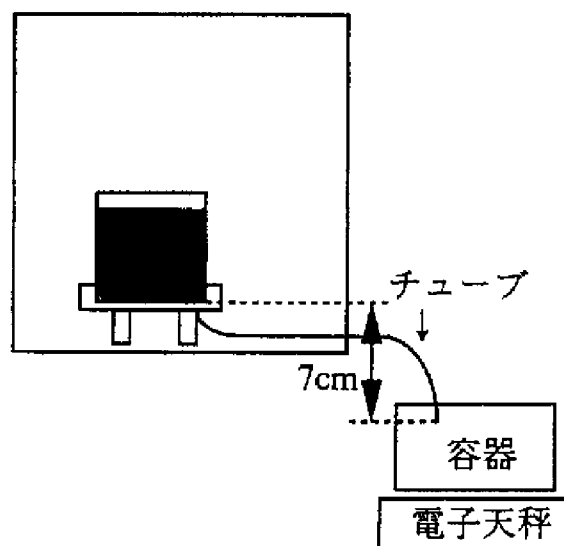
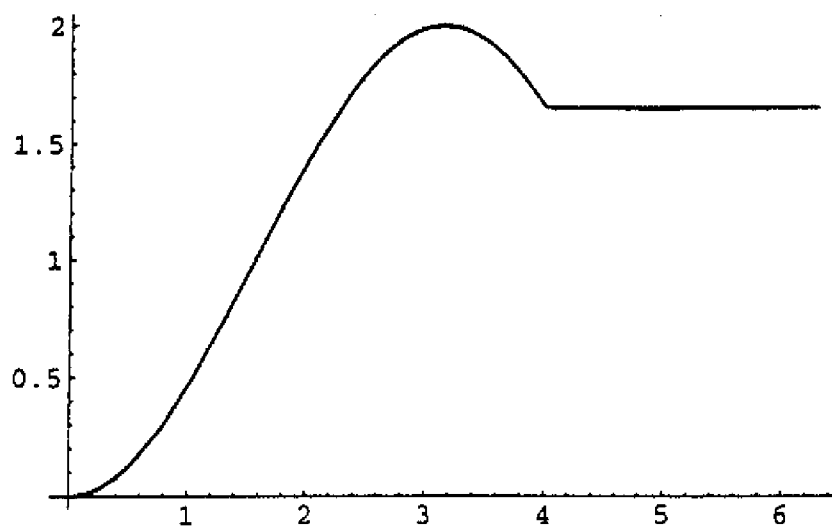
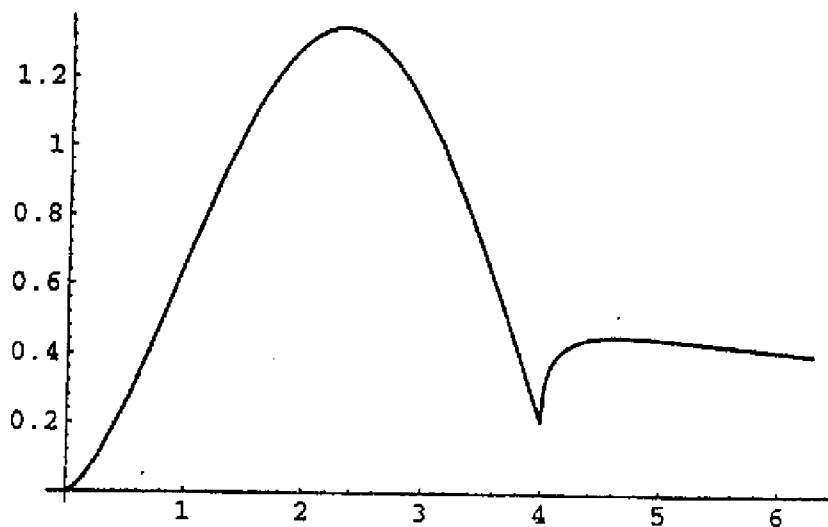


図3

グラフ1



①圧力曲線



②流量曲線

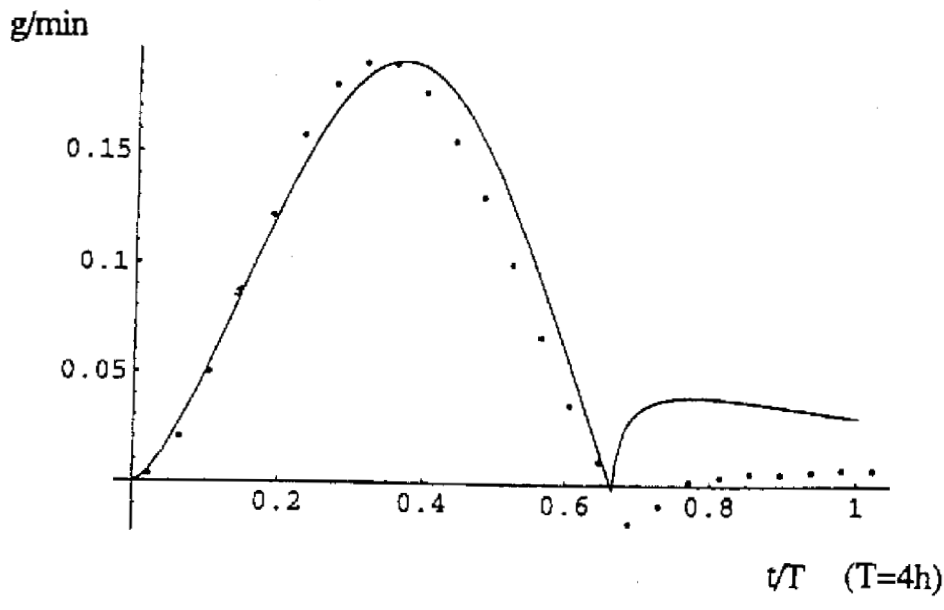
①の様な圧力をかけると
理論式上では②の様な流量
が得られる

(この図は、8/12時点で
圧力を一定に保ったときの
 $kl=5$ の場合について例示
した)

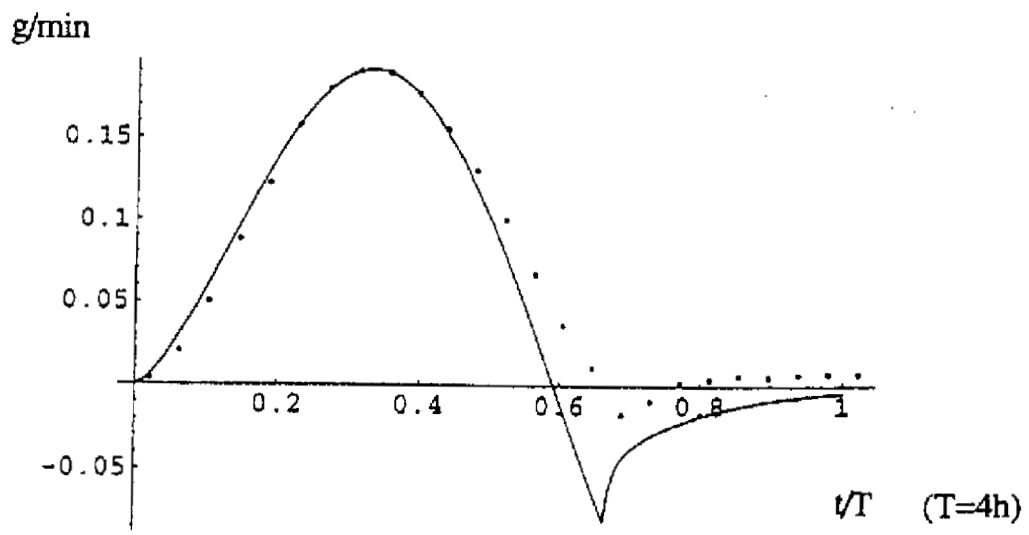
グラフ 2-1 (1回目)

■ No.1 43.0 + 25.0(1998/2/15)

■ Parameters are from the Zero Point Method



■ Parameters are from the Peak Time Method

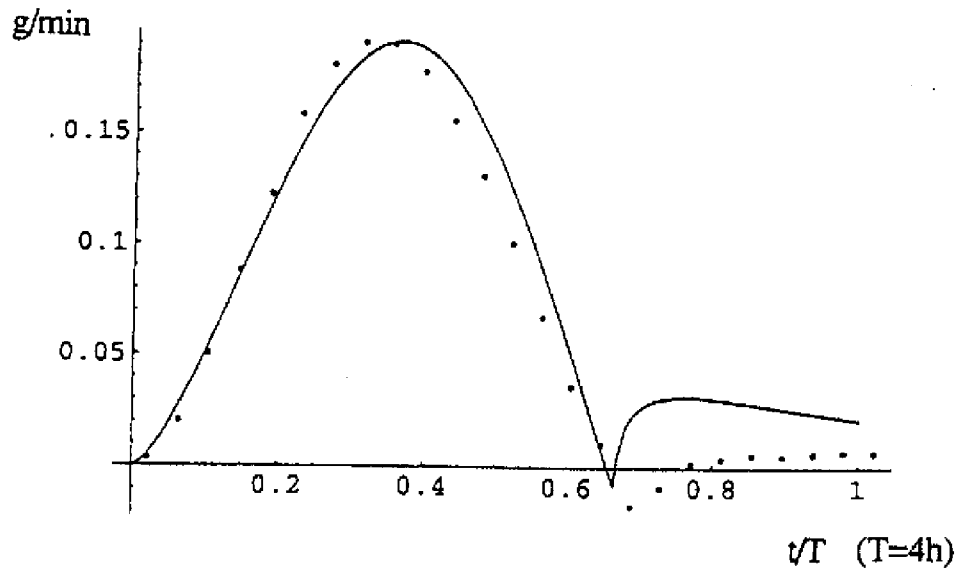


方法①

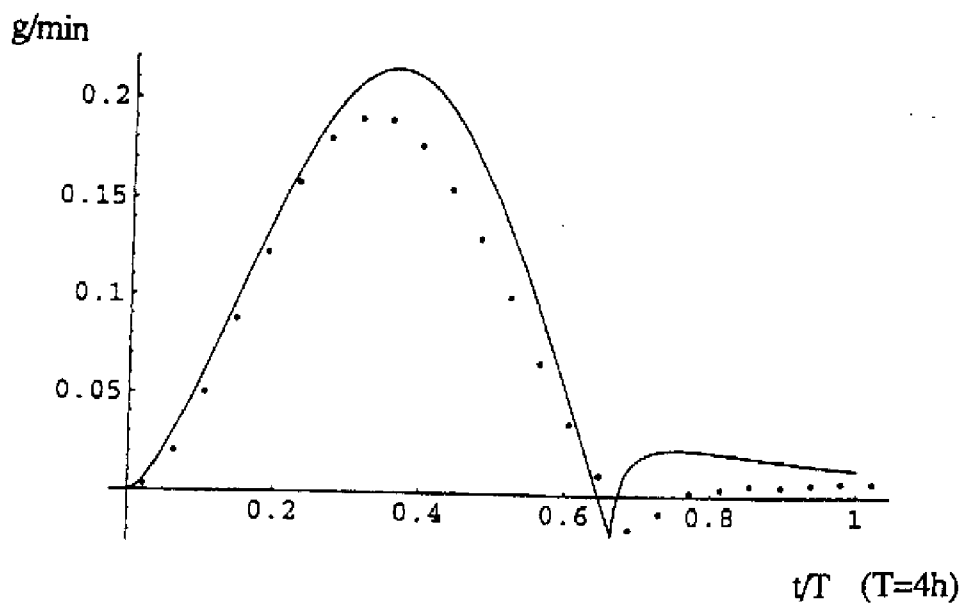
グラフ 3-1 (1回目)

■ No.1 43.0 + 25.0(1998/2/15)

■ Parameters are from the Zero Point Method

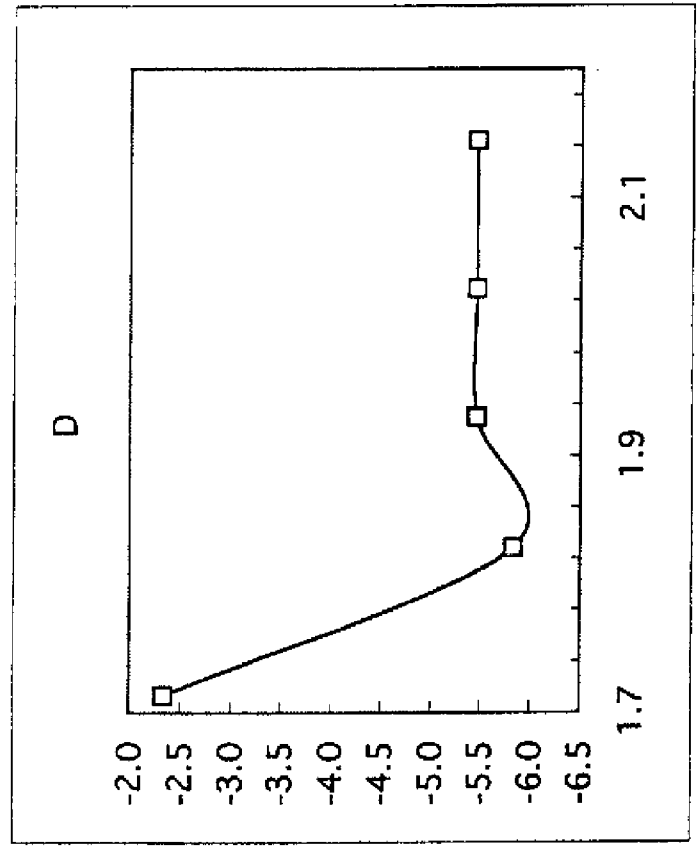
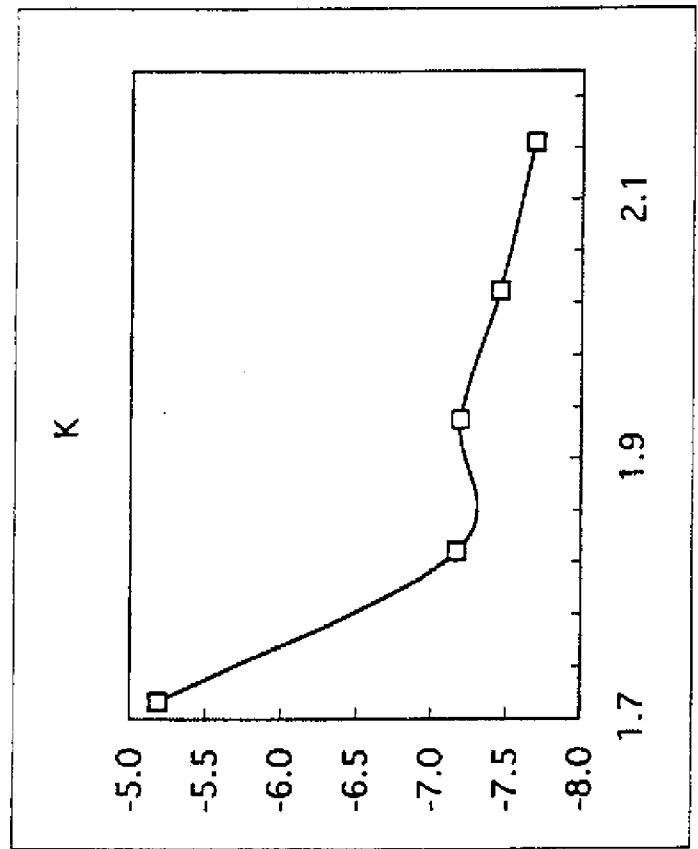
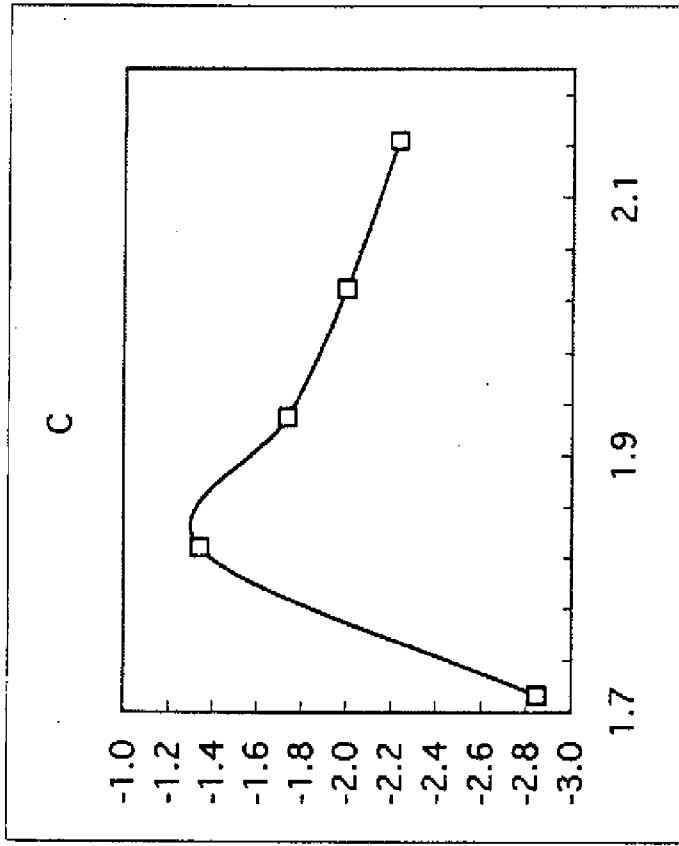
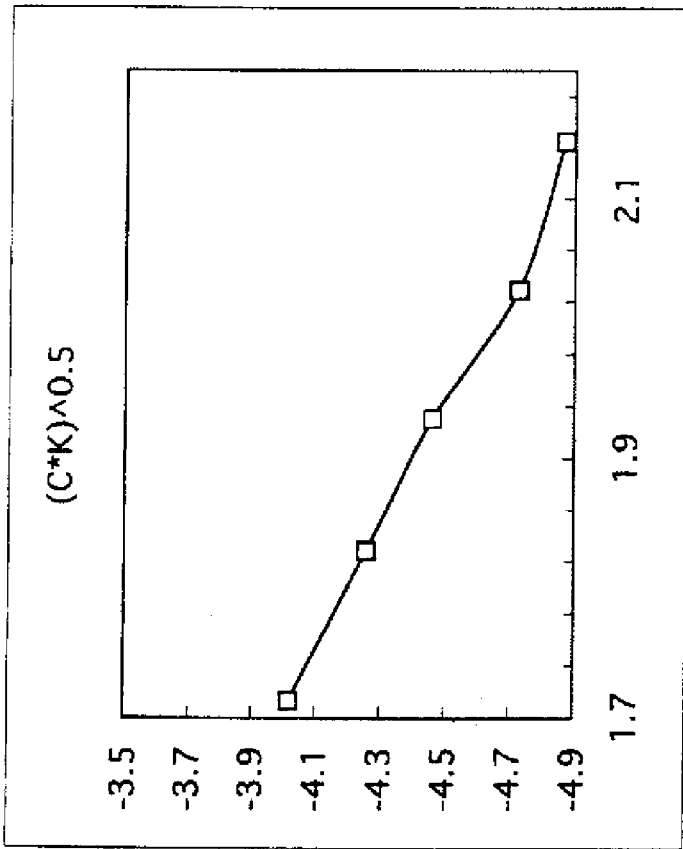


■ Parameters are from the Peak Time Method

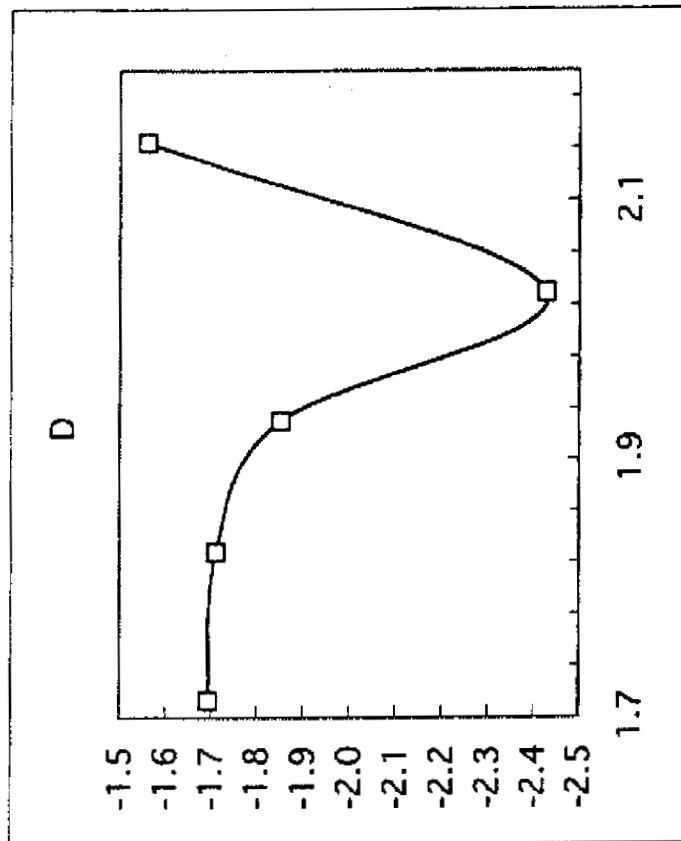
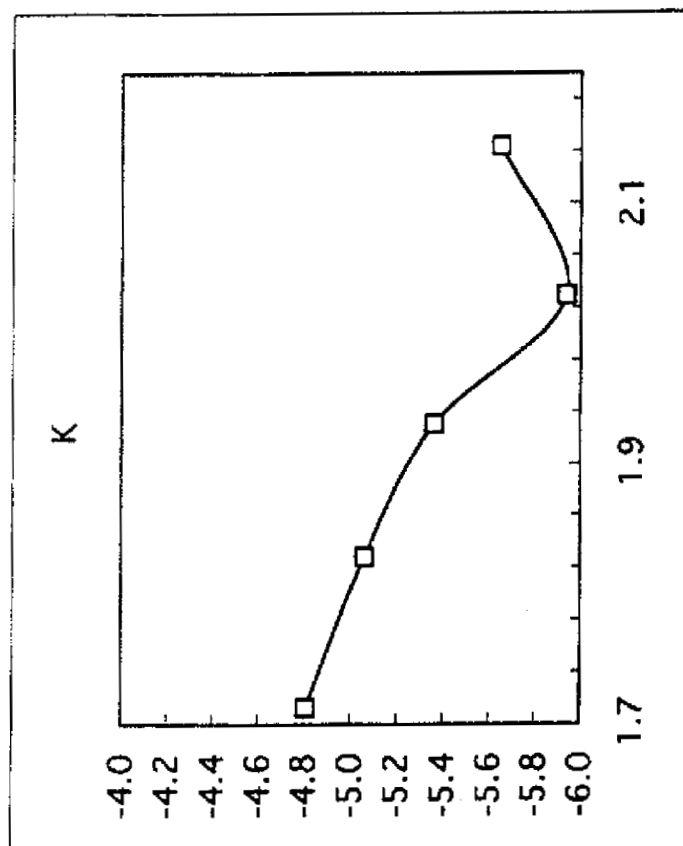
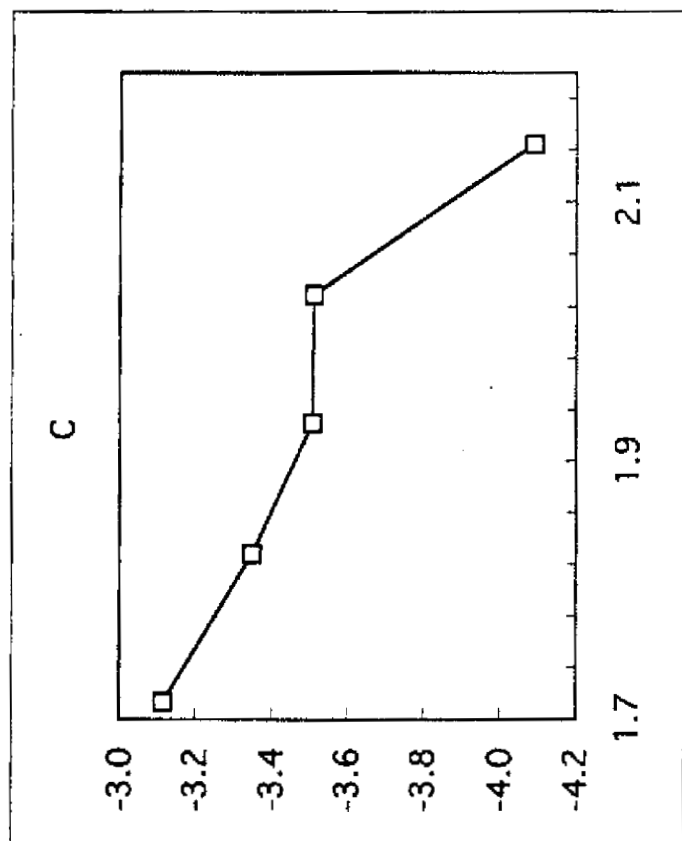
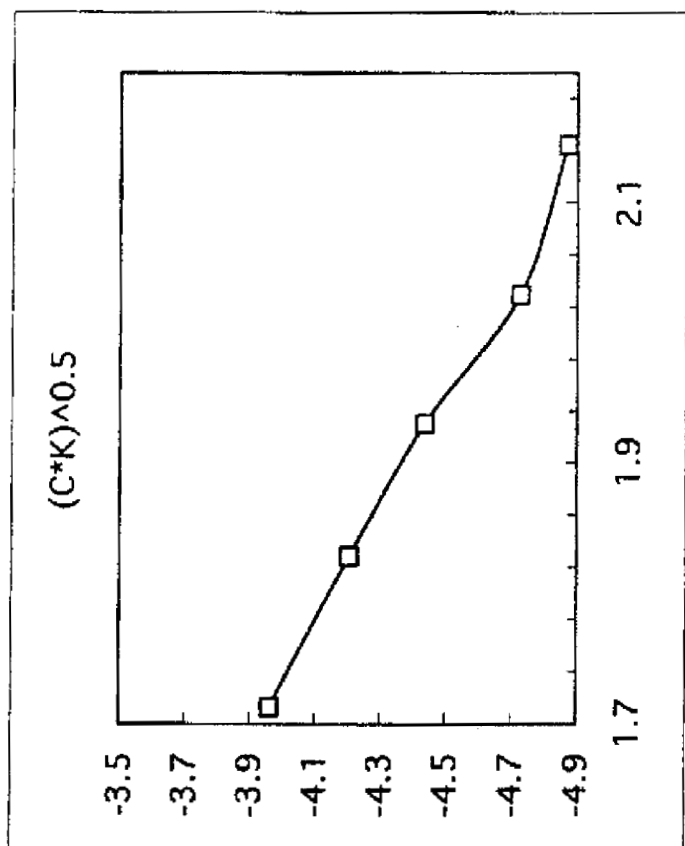


方法②

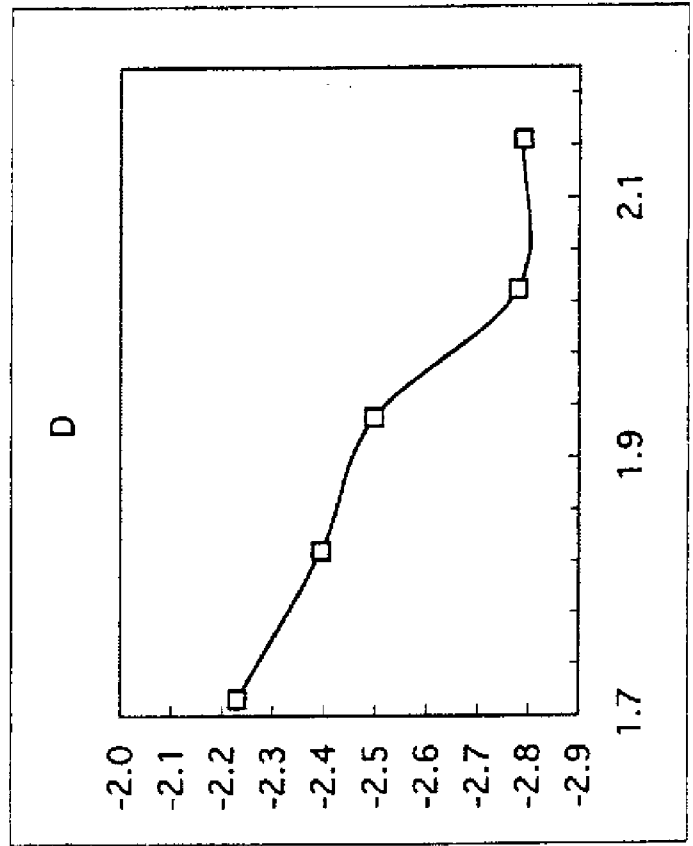
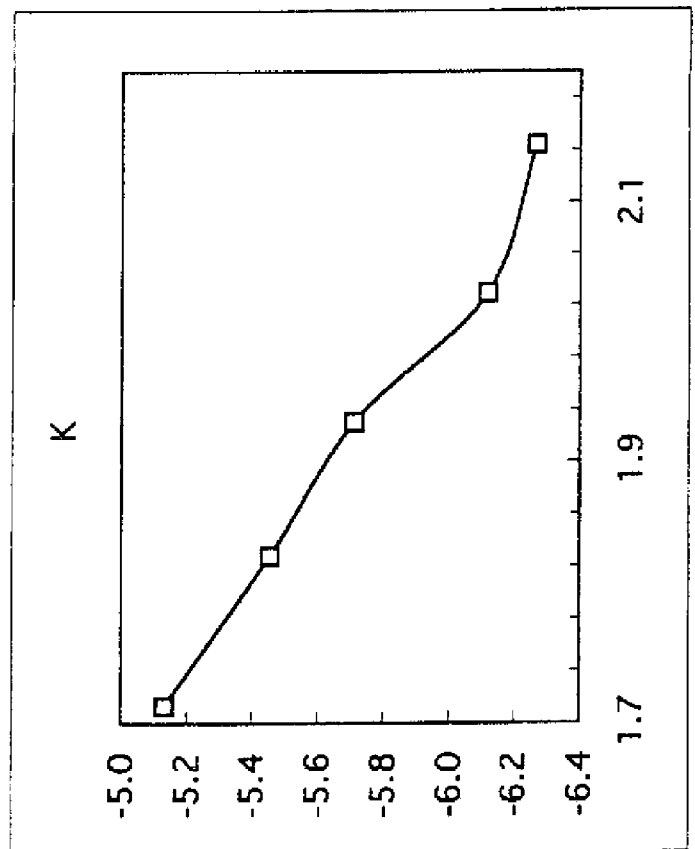
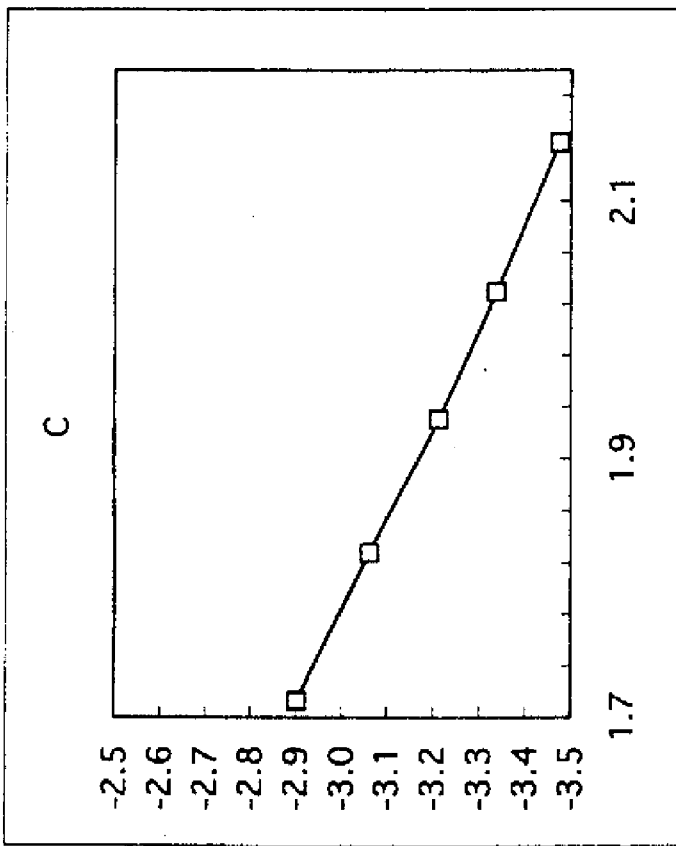
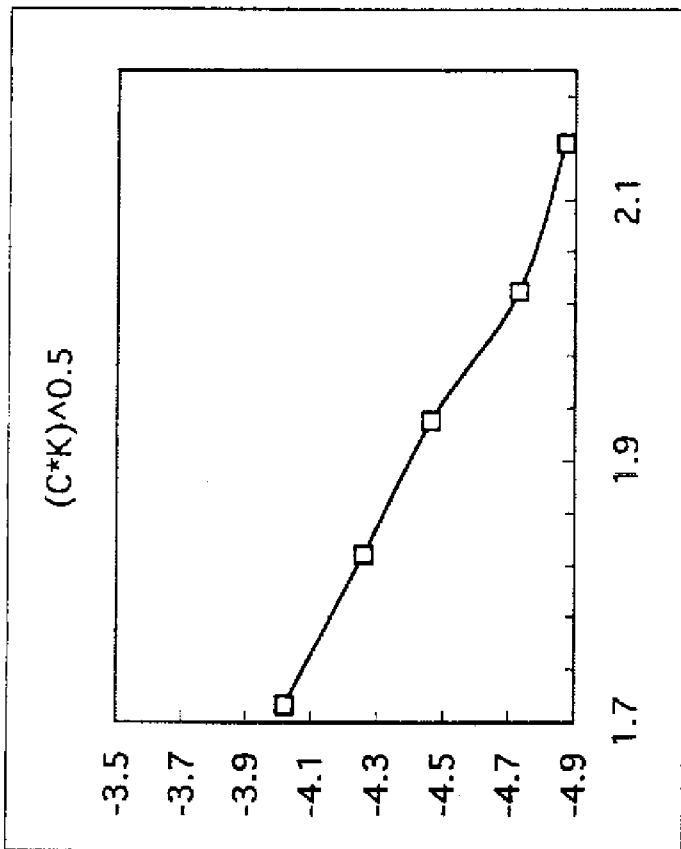
グラフ4-2(zero 対数表示)



方法① ゼロ点法

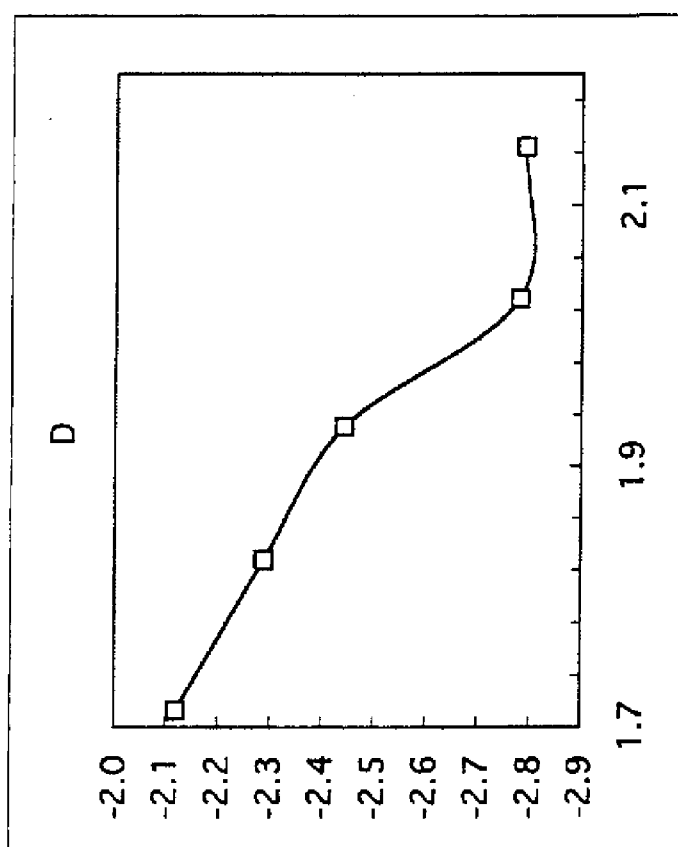
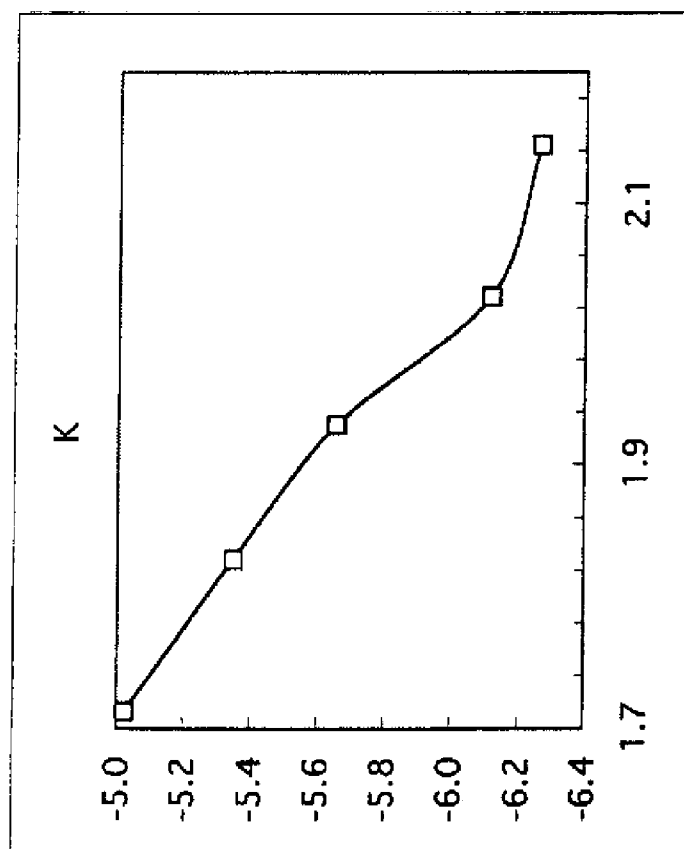
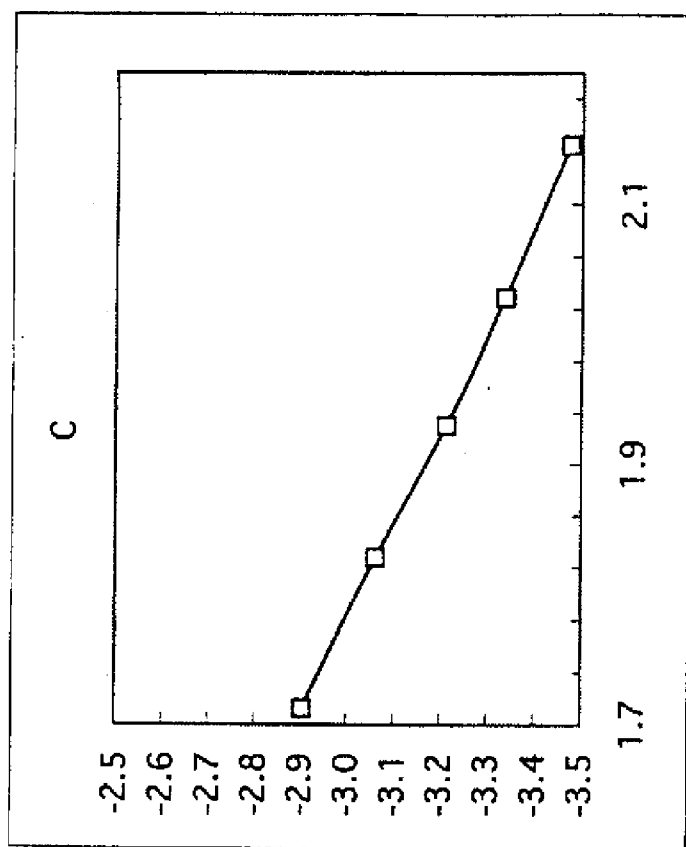
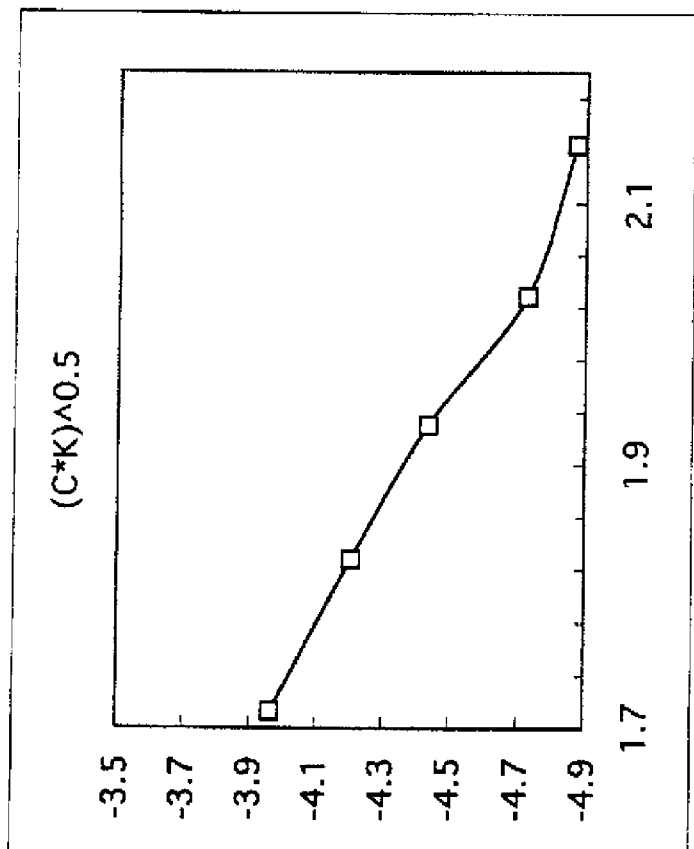


方法① ピーク点法



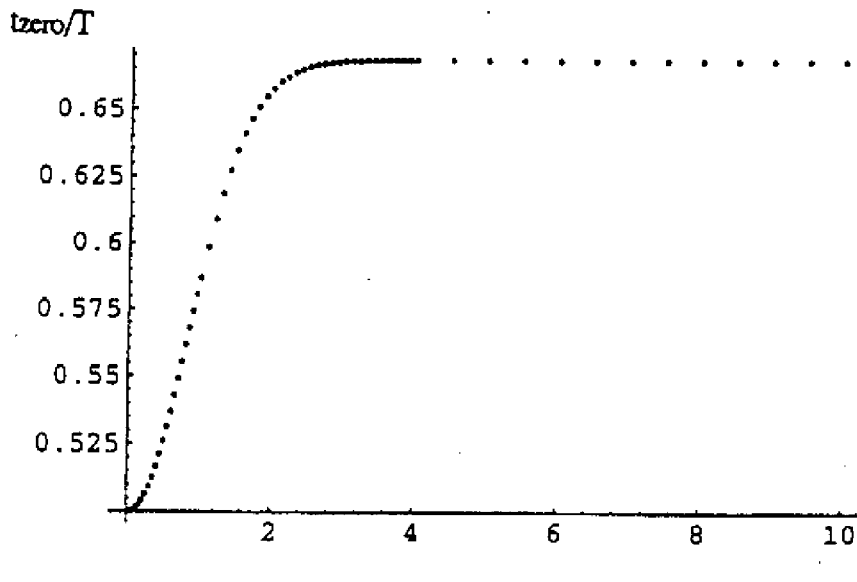
方法② ゼロ点法

グラフ 5-4 (peak 対数表示)

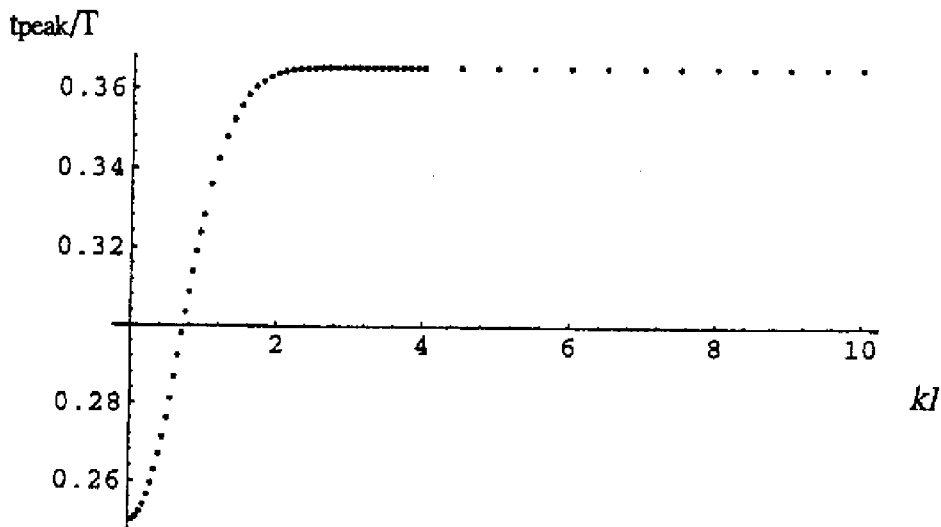


方法② ピーク点法

グラフ 6



①zero 点の値とkl の関係



②peak 点の値とkl の関係

x 軸はkl

y 軸は①でzero 点の値

②でpeak 点の値