

# ニューロン3個から成るネットワークの振動現象

## Oscillation phenomenon on 3-Neurons Network

吉田 等明, ○川村 暁, 恒川佳隆, 三浦 守

Hitoaki Yoshida, ○Satoshi Kawamura,

Yoshitaka Tsunekawa, Mamoru Miura

岩手大学工学部情報工学科

*Iwate University Department of Engineering Faculty of Computer and Information Science*

キーワード : ニューラルネットワーク(neural network), 振動(oscillation), カオス(chaos)

連絡先 : 〒020-0066 岩手県盛岡市上田4-3-5 岩手大学 工学部 情報工学科 三浦・恒川研究室  
川村 暁, E-mail:kawamura@cis.iwate-u.ac.jp

### 1. はじめに

人工ニューロン (以下ニューロン) は, 生物の神経素子 (ニューロン) の最も基本的な機能を数学的にモデル化したものであり, この人工ニューロンを結合したものが人工ニューラルネットワーク (以下NN) である<sup>1,2,3)</sup>.

生物のニューロンや神経系での振動現象や<sup>4,5,6,7)</sup>, カオス的な挙動を示すこと<sup>8,9,10)</sup>が知られている. また, 人工NNについての研究例もある<sup>11~15)</sup>.

これまで当研究室では, 以下のような構成の4ニューロンより成るNNにおいて (Fig.1), 周期振動, 準周期振動, カオス等が発生する (Fig.2)ことを見いだしている<sup>16~19)</sup>. この場合, 振動現象が扱いやすい非線形関数として

positive balanced sigmoid関数を用いてきた.

しかし, 本研究では, より一般的なsigmoid関数を用い, ニューロン数も4つであるNNで, 同様の結果が得られるかどうか検討した. また, このネットワークが真にカオスを発生させる最小構成であるかどうかを検討し, 興味深い結果が得られたので報告する.

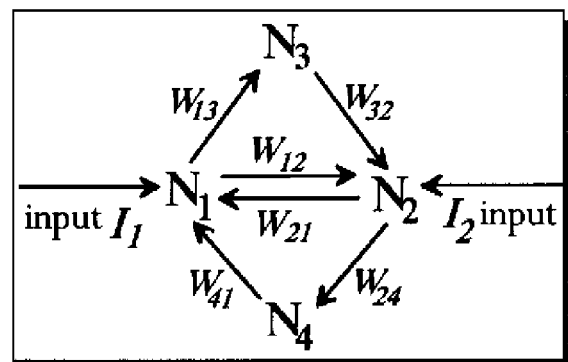


Fig.1 4 neurons NN

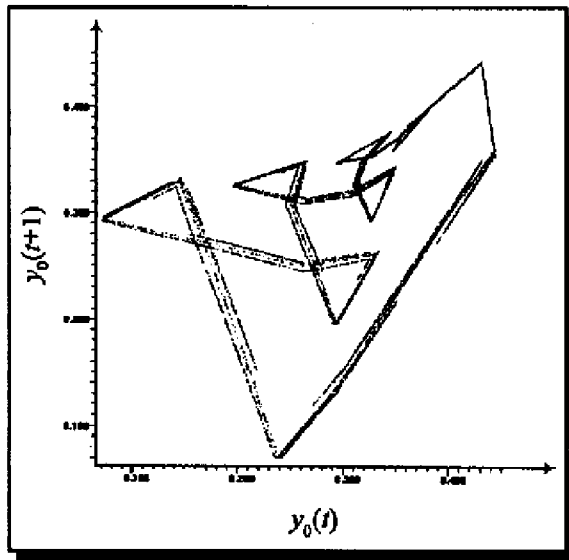


Fig.2 ニューロン1の出力のポアンカレ切断面  
 ここでのliapunov指数は正の値である.

## 2. ニューロンモデルとNN構成

### 2.1 ニューロンモデル

本研究で用いたニューロンモデルについて記す(Fig.3). 本研究では, self feedback loopのあるニューロンは全く用いていない. 非線形関数としては, バックプロパゲーションモデルやホップフィールドモデルなどで広く用いられている, 非線形関数であるsigmoid関数を用いて研究を行った(式1).

$$f(u_m) = \frac{1}{1+\exp(-u_m/\lambda)} \dots\dots(1)$$

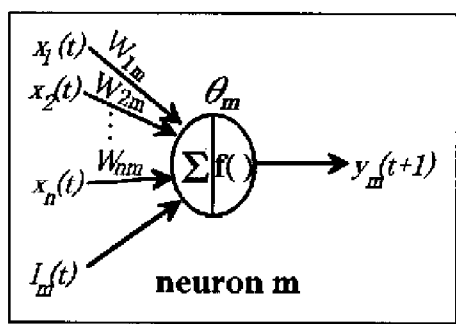


Fig.3 Neuron Model

## 2.2 NNの構成

### 2.2.1 基本NN

自然界では単一で振動する出力を発生する例もある<sup>7)</sup>が, 今回用いた人工ニューロンの場合には, 1個のニューロンのみでは振動は発

生しない.

この為, 最も基本的な振動するネットワークは, ニューロン2個から成るものである(Fig.4).

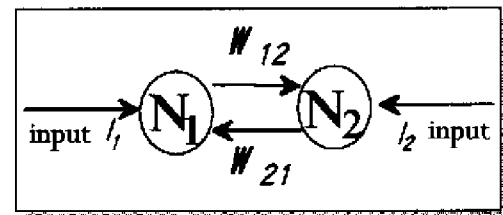


Fig.4 Basic NN

この系は, 重み係数の正負によってその振る舞いに変化すると考えられる. よって, 重み係数の正負により, 基本NNを以下のように分類する. 興奮性(Excitatory)結合のみの場合をType-E, 抑制性(Inhibitory)結合のみの場合をType-I, 興奮性・抑制性の両結合(Hybrid)がある場合をType-Hと呼ぶことにする(Table.1). 尚,  $W_{12} < 0, W_{21} > 0$  の場合も考えられるが, Type-Hと等価である.

Table.1 Variation of Basic NN

NN Type	Weight	
	$W_{12}$	$W_{21}$
Type-E	$>0$	$>0$
Type-H	$>0$	$<0$
Type-I	$<0$	$<0$

### 2.2.2 ニューロン4個から成るNN

まず, Fig.1のNNで, 非線形関数としてsigmoid関数を用いた場合について検討を加えた.

### 2.2.3 ニューロン3個から成るNN

2.2.1で示した基本NNを含む, ニューロン3個から成るネットワークを示す(Fig.5). 尚, 網掛けの部分は, 2.2.1の基本NNである.

このネットワーク(以下3NN)も, 重み係数 $W_{13}, W_{32}$ と, 基本NNの種類によりその挙動が異なると思われる.

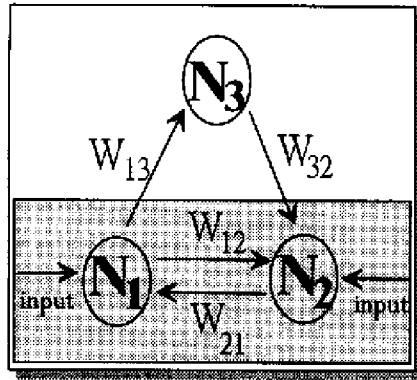


Fig.5 3 neuron network

よって、重み係数の正負と基本NNの組み合わせそれぞれについて検討を加えた。

### 3. 実験結果

Type-E, H, Iを含む3NNそれぞれについて、計算機シミュレーションを行った結果を示す。

入出力特性図は、各NNで等しい $I$ を入力し続けたときの、ニューロンの出力を表している。初期の不安定な状態を除くため、1000回繰り返した後からプロットしている。

入出力特性図で、点の密度が高い部分が見受けられる場合がある。この場合、この部分ではNNが特異な挙動をしていると考えられる。

それぞれの図は、ニューロン1の出力に関するものである。

#### 3.1 基本NN

基本NNについて検討すると、いずれの場合にも、出力は収束するか、或いは有限の周期で振動した。尚、各NNは、重み係数の絶対値は10である。しきい値 $\theta$ はゼロの場合と変更した場合で調べた。入出力特性図の例として、収束した例をFig.6に、振動したと例をFig.7にしめす。

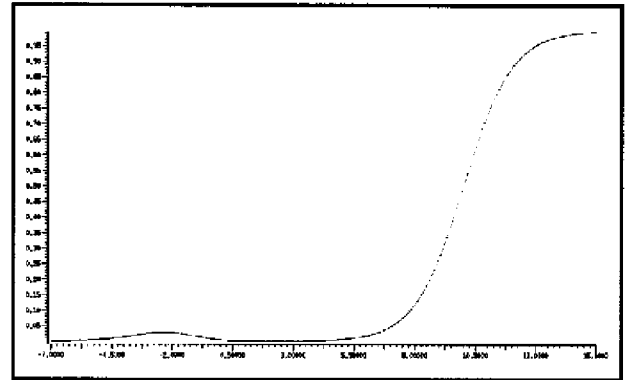


Fig.6 入出力特性図  $W_{12}=10, W_{21}=-10, \theta_1=\theta_2=0$

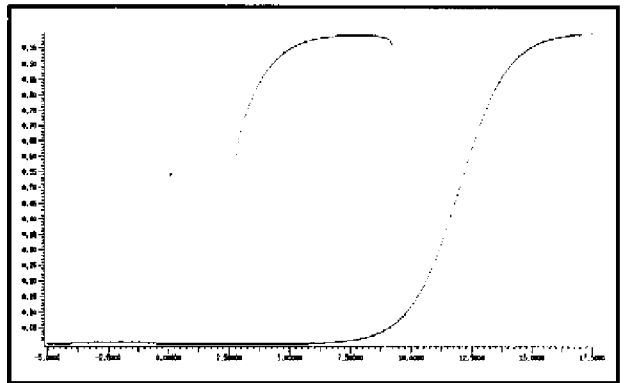


Fig.7 入出力特性図  $W_{12}=-10, W_{21}=-10, \theta_1=2, \theta_2=0$

#### 3.2 4個のニューロンから成るNN

Fig.1と同じ構成のNNで、非線形関数としてsigmoid関数を用いた場合を検討した。ニューロン1とニューロン2の部分の基本NNとして、Type-Eを用いた。

重み係数 $W_{32}, W_{41}$ が負の場合と重み係数 $W_{32}$ のみが負の場合について実験を行った。尚、3.2.1, 3.2.2のNN共に、sigmoid関数の傾き係数 $\lambda=0.4$ 、しきい値 $\theta$ はすべて $-3$ である。

##### 3.2.1 $W_{32}, W_{41}$ が負の場合

重み係数

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & W_{14} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & W_{24} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & W_{34} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2.2 & 3.75 & 0 \\ 2.2 & 0 & 0 & 3.75 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

入出力特性図をFig.8, liapnov指数をFig.9, 外部入力値が2.1のときのポアンカレ切断面をFig.10に、それぞれ示す。

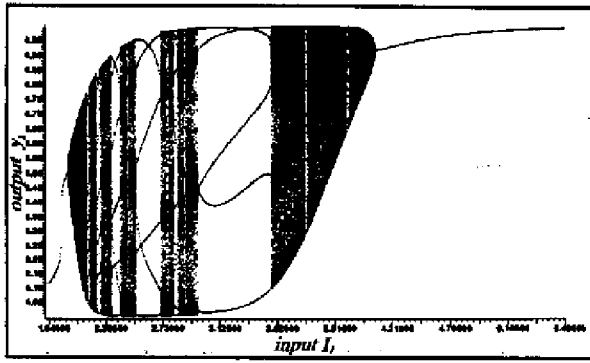


Fig.8 入出力特性図

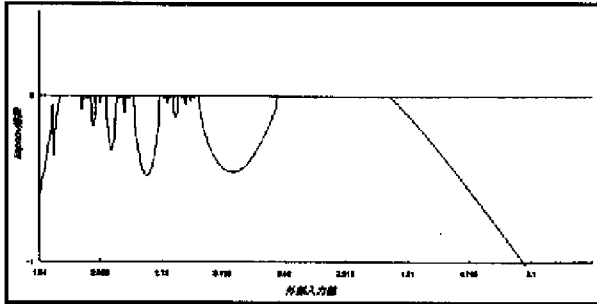


Fig.9 liapnov指数

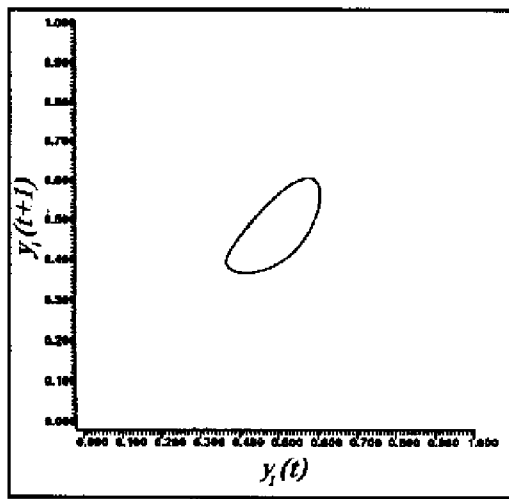


Fig.10 ポアンカレ切断面

入出力特性図で点の密度が高くなっている部分がある。この部分は、Fig.9, Fig.10より、準周期振動をしていると考えられる。

### 3. 2. 2 $W_{32}$ のみが負の場合

重み係数

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & W_{14} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & W_{24} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & W_{34} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2.2 & 3.75 & 0 \\ 2.2 & 0 & 0 & 3.75 \\ 0 & -30 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

入出力特性図をFig.11, liapnov指数をFig.12, 外部入力値が2.26のときのポアンカレ切断面をFig.13に、それぞれ示す。

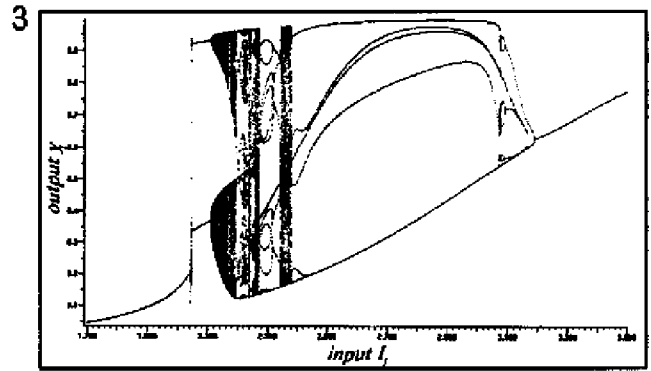


Fig.11 入出力特性図

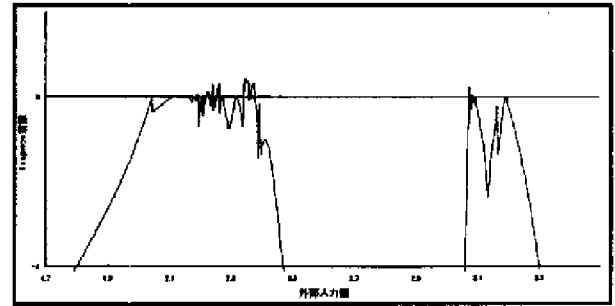


Fig.12 liapnov指数

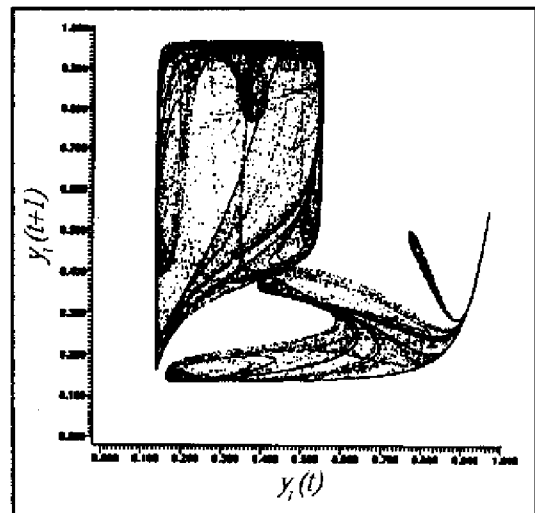


Fig.13 ポアンカレ切断面

入出力特性図で点の密度が高い部分がある。この部分について考えてみる。

外部入力値が2.26でのアトラクタは、単純な閉曲線ではない(Fig.13)。また、このときのliapnov指数は正の値である。よって、この系は、カオス的な振る舞いをしていると考えられる。

入出力特性図(Fig.11)は、通常のカオス的なNNの入出力特性図を比較すると、カオス的な分岐図が2つ重なっているように見える。

よって、4個のニューロンから成るこのNNよりも、より単純なNNでカオス的な出力が実現できるのではないかと推測されるため、本研究では、特にこの点について考察を加えてみた。

### 3. 3 3個のニューロンから成るNN

基本NNである Type-E, H, I を含む3NNの挙動について述べる。重み係数  $W_{13}, W_{32}$  の正負の場合それぞれについて検討を加えた。sigmoid関数の傾き係数  $\lambda=1$  である。

#### 3. 3. 1 Type-Eを含む3NN

重み係数  $W_{13} > 0, W_{32} > 0$  の場合と  $W_{13} < 0, W_{32} < 0$  の場合は、NNは振動せず収束した。

重み係数  $W_{13} > 0, W_{32} < 0$  の場合と  $W_{13} < 0, W_{32} > 0$  の場合は、NNは振動した。

振動するNNの例として、以下のNNを挙げ、入出力特性図をFig.14に示す。

$$\text{重み係数} \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 20 \\ 10 & 0 & 0 \\ 0 & -17 & 0 \end{bmatrix} .$$

しきい値  $\theta_1=1, \theta_2=4, \theta_3=-2$

このときの振動周期は、最大で6周期であった。

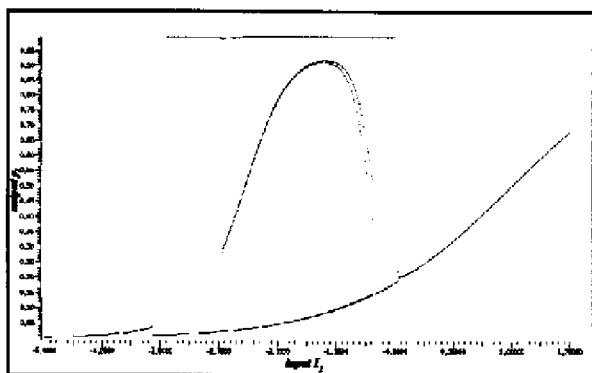


Fig.14 入出力特性図

#### 3. 3. 2 Type-Iを含む3NN

この場合、重み係数の正負に関わらず、振動するNNを構成することが出来た。

振動している系の例として、以下のNNを挙げる。Fig.15はその入出力特性図である。

$$\text{重み係数} \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 1 \\ -10 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} .$$

しきい値  $\theta_1=\theta_2=\theta_3=0$

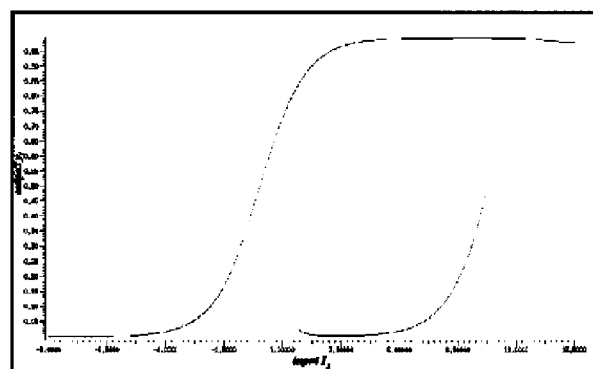


Fig.15 入出力特性図

#### 4. 3. 3 Type-Hを含む3NN

重み係数  $W_{13}, W_{32}$  の正負により、そのNNの挙動には大きな違いがあった。

それぞれの場合別に、結果を記す。

##### ・ $W_{13} > 0, W_{32} > 0$ の場合

NNは収束した。入出力特性図をFig.16に示す。

$$\text{重み係数} \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 10 \\ -10 & 0 & 0 \\ 0 & 2.7 & 0 \end{bmatrix} .$$

しきい値  $\theta_1=\theta_2=\theta_3=0$

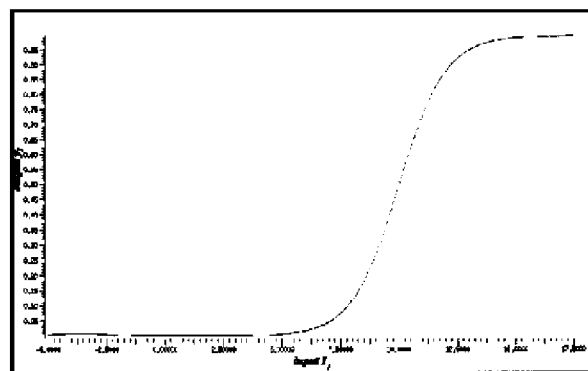


Fig.16 入出力特性図

##### ・ $W_{13} < 0, W_{32} > 0, W_{13} < 0, W_{32} < 0$ の場合

どちらの場合も、NNは準周期振動をした。

入出力特性図をFig.17に、liapunov指数をFig.18に、外部入力値が5.22の時のポアンカレ切断面をFig.19に示す。入出力特性図で点の

密度が高い部分があるが、liapnov指数の最大値が0以下であることと、ポアンカレ切断面が単純な閉曲線を描いていることより、系は準周期振動をしていると考えられる。

重み係数  $\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & -10 \\ -10 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$

しきい値  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$

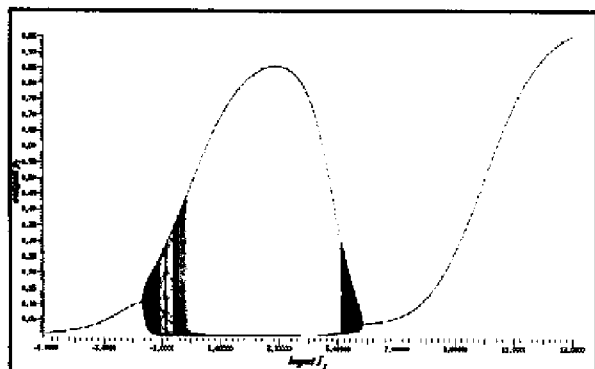


Fig.17 入出力特性図

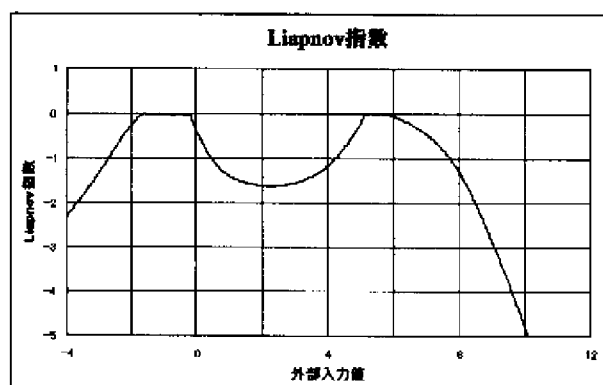


Fig.18 liapnov指数

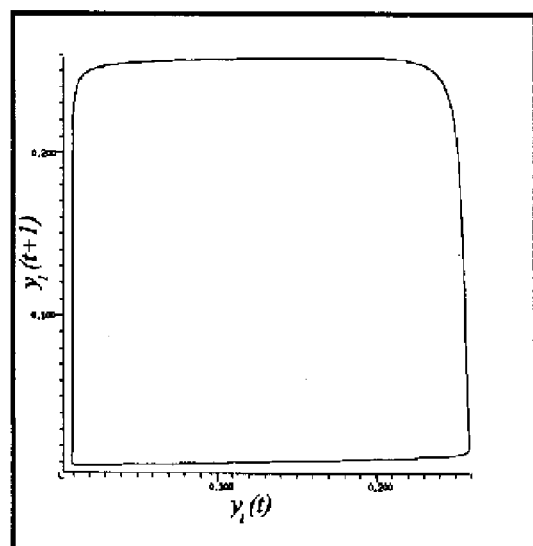


Fig.19 ポアンカレ切断面

・  $W_{13} > 0, W_{22} < 0$  の場合

この場合、特異な挙動を示すNNが見られた。その例を2つ挙げ、検証する。

重み係数  $\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 14 \\ -10 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$

しきい値  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$

入出力特性図をFig.20, liapnov指数をFig.21, Fig.22に、外部入力値が1.240305のときのポアンカレ切断面をFig.23, その拡大図をFig.24, Fig.25に、それぞれを示す。

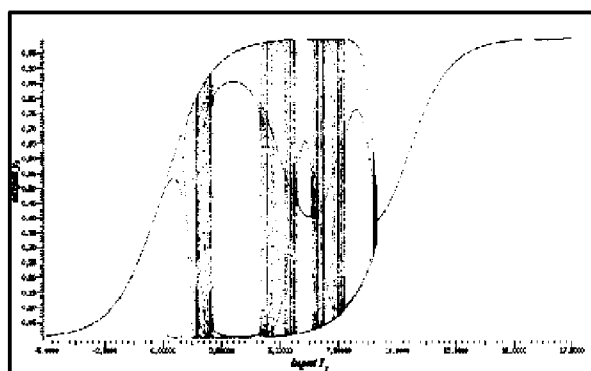


Fig.20 入出力特性図

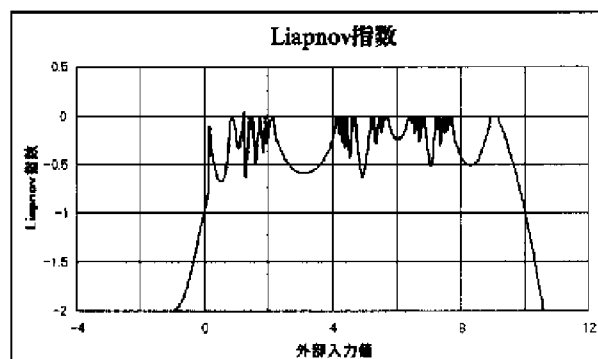


Fig.21 liapnov指数

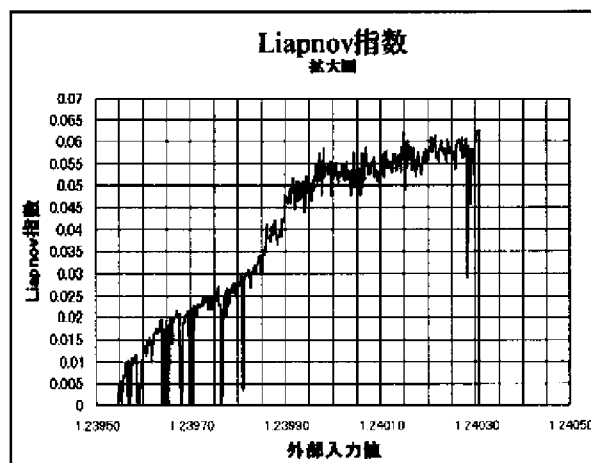


Fig.22 liapnov指数(拡大図)

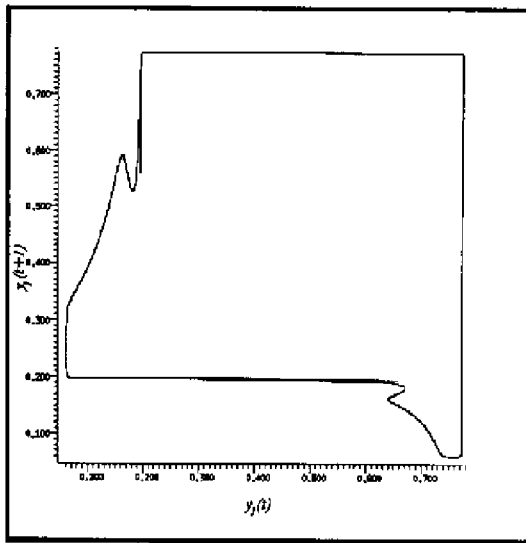


Fig.23 ポアンカレ切断面

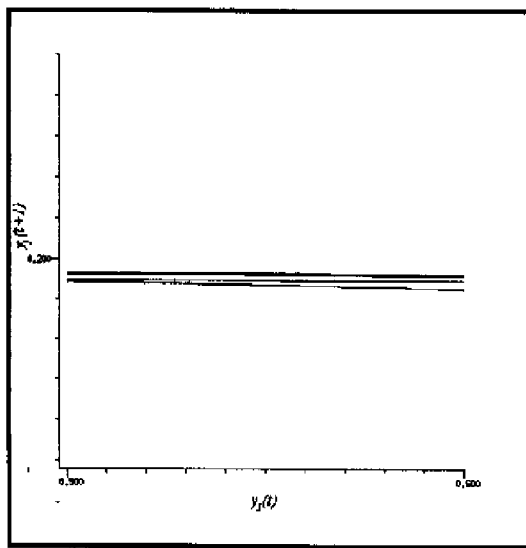


Fig.24 ポアンカレ切断面(拡大図1)

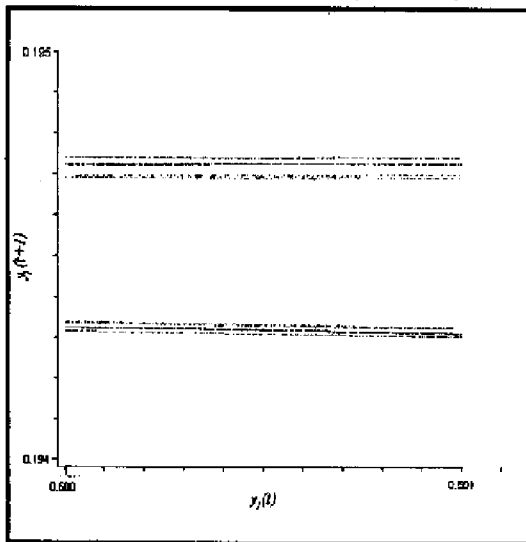


Fig.25 ポアンカレ切断面(拡大図2)

入出力特性図で、点の密度の高い部分が見られる。この部分の挙動について考える。

liapnov指数のグラフより、同指数の最大値は約0.63(入力値=1.24付近)である。このときのポアンカレ切断面は、折り畳み構造がみられ、ま

た、自己相似(フラクタル)的な構造があることが分かる。よって、カオス的な挙動を示しているといえる。

$$\text{重み係数} \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 36.8 \\ -10 & 0 & 0 \\ 0 & -5.3 & 0 \end{bmatrix} .$$

しきい値  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$

入出力特性図をFig.26, liapnov指数をFig.27, Fig.28に、外部入力値が-0.18794の時のポアンカレ切断面とその拡大図をFig.29, Fig.30, Fig.31に示す。

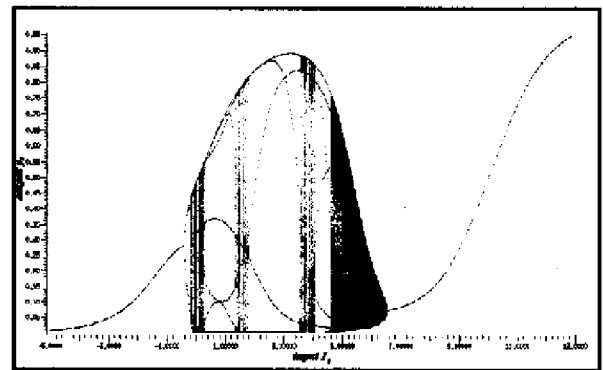


Fig.26 入出力特性図

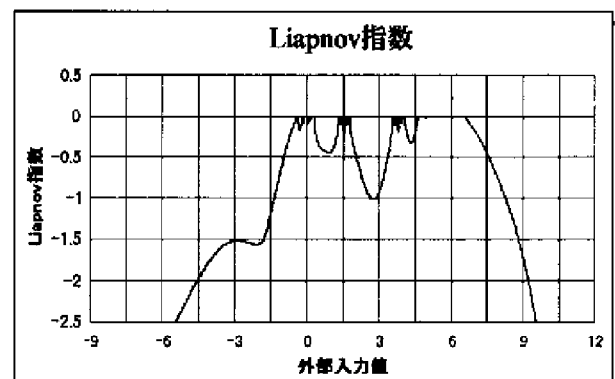


Fig.27 liapnov指数

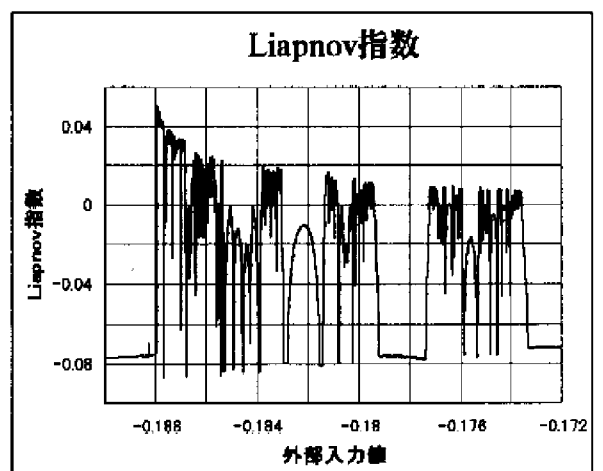


Fig.28 liapnov指数(拡大図)

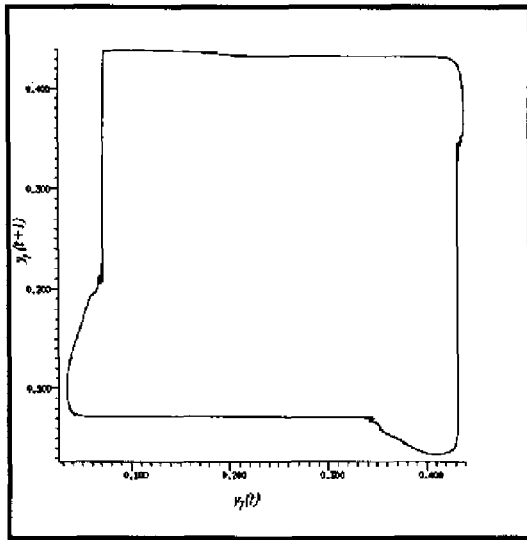


Fig.29 ポアンカレ切断面

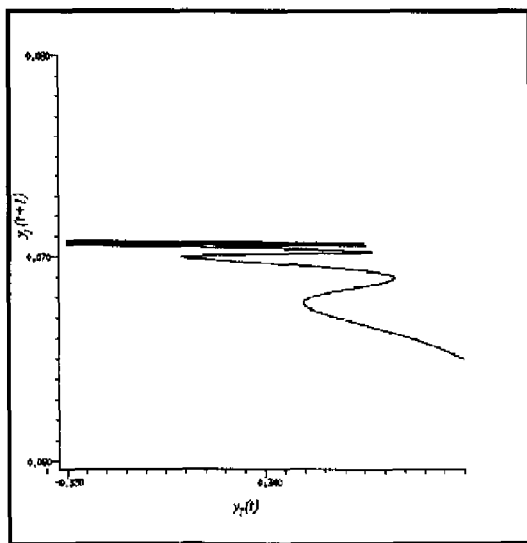


Fig.30 ポアンカレ切断面(拡大図1)

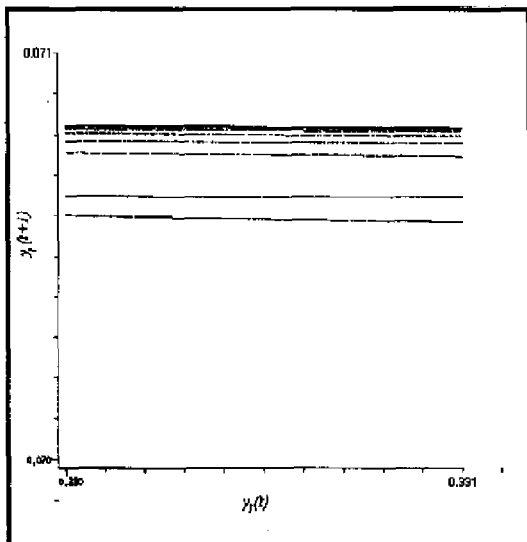


Fig.31 ポアンカレ切断面(拡大図2)

この系でも、入出力特性図で点の密度が高い部分が見られる。

Liapunov指数が最大値約0.05をとっている、外部入力値が-0.19近傍を考える。ポアンカレ切断面は、一見単純な閉曲線を描いているよう

に見える。しかし、その拡大図では、自己相似(フラクタル)的な構造や折り畳み構造が見られる。これらより、この系は、カオス的な振る舞いをしていると考えられる。

#### 4. 結論

従来、非線形関数として positive balanced sigmoid関数を用いた4個の人工ニューロンより成るNNの出力が、カオス的な振る舞いをすることが知られていた。しかし今回、通常のNNで用いられる、sigmoid関数を用いたNNに於いても、系がカオス的な振る舞いをすることが分かった。さらに、同関数を用いたより単純なニューロン3個から成るNNでも、カオス的な振る舞いをすることが確認できた。

これにより、通常のニューロンを用いたNNでも、カオス的な振る舞いをすることが分かった。

#### 5. 参考文献

1. PHILIP D. WASSERMAN 著, 石井直宏ら 訳: "ニューラル・コンピューティング—理論と実践—", 森木出版(1993)
2. J. デイホフ原著: "ニューラルネットワークアーキテクチャ入門", 森北出版(1992)
3. 阿部重雄 著: "ニューラルネットとファジィシステム", 近代科学社(1995)
4. 甘利俊一, "神経回路網の数理", 産業図書(1992)
5. 中川八郎, 永井克也: "脳と生物時計—体のリズムのメカニズム—", 共立出版, 1993
6. Alving, B. O.: "Spontaneous activity in isolated somata of Aolisia pacemaker neurons", J. Gen. Physiol., 51, pp.29~45(1968)
7. Jean-Pierre Changenux, 新谷明宏 訳: "ニューロン人間", みすず書房, 1990
8. G. Matsumoto, K. Aihara, M. Ichikawa and A. Tasaki: J. Theor. Neurobiol., 3(1984)
9. K. Aihara and G. Matsumoto: "Chaos in Biological Systems", ed. by H. Degn, A. V. Holden and L. F. Oisen,



- Plenum Press.N.Y.,pp.121(1987)
- 10.K.Aihara and G.Matsumoto and Y.Ikegaya:"J. Theor. Biol.,109,pp.249(1984)
- 11.H.R.Wilson and J.D.Cowman:"A Mathematical Theory of the Functional Dynamics of Cortical and Thalamic Nervous Tissue",Kybernetik,13,pp.55 ~ 80(1973)
- 12.E.K.Blum and X.Wang:"Stability of Fixed Points and Periodic Orbits and Bifurcations in Analog Neural Networks",Neural Networks,5,pp.577~587(1992)
- 13.吉田等明,三浦守:"多様な周期で振動するニューラル・ネットワーク",計測自動制御学会東北支部30周年記念学術講演会,233,pp.53~58(1994)
- 14.H.Yoshida and M.Miura:"Chirality in Neural Network System",Proceedings of APCCAS '94, 4A.1,pp3~7(1994)
- 15.吉田等明,三浦守:"ニューラルネットワークにおけるキラリティ 振動周期の教師無し学習",平成6年度電気関係学会東北支部連合大会,2F1
- 16.米城健二,吉田等明,三浦守:"人工ニューラルネットワークにおける振動発生機構",計測自動制御学会東北支部第153回研究集会,153,pp.1/3~7/3(1995)
- 17.米城健二,吉田等明,三浦守:"人工ニューロンの組み合わせによるカオスの発生",平成7年度電気関係学会東北支部連合大会,1E15,pp.181(1995)
- 18.米城健二,吉田等明,恒川佳隆,三浦守:"ニューラルネットワークにおける振動,準周期振動,カオス",第18回情報理論とその応用シンポジウム,E-7-3,pp.735~738(1995)
- 19.Hitoaki YOSHIDA,Kenji YONEKI,Yoshitaka TSUNEKAWA and Mamoru MIURA:"Chaos Neural Network",Proceedings of ISPACS'96,Vol.1of3, pp.16.1.1~16.1.5(1996)
- 20.合原一幸 編:"カオス -カオス理論の基礎と応用-",サイエンス社(1992)
- 21.T.Y.Li and J.A.York:"Period three implies chaos",Anner.Math.Mounthly,82,pp.985 ~ 992(1975)
- 22.Denny Gulick著,前田恵一ら訳:"カオスとの遭遇-力学系への数学的アプローチ",産業図書(1995)
- 23.芹沢治:"カオスの現象学",東京図書(1993)
- 24.P.Berge,Y.Pomeau,Ch.Vidal著,相沢洋二訳:":カオスの中の秩序-乱流の理解へ向けて-",産業図書(1996)
- 25.合原一幸 編:"応用カオス",サイエンス社(1995)
- 26.川上博,上田哲史 共著:"CによるカオスCG",サイエンス社(1994)