計測自動制御学会東北支部第１７５回研究集会（1998. 6. 19）
資料番号175-1

# 先端加速度を利用した１リンクフレキシブルアームの位置制御

## Position Control of One Link Flexible Arm By Using Acceleration of End Poin

○佐藤勝俊＊　成田光＊＊　澤健史＊＊＊
○ Katsutoshi Sato*, Hikaru Narita**, Takeshi Sawa***

*八戸工業高等専門学校,　**日本マイクロニクス(株),
***日本電気フィールドエンジニアリング(株)
*Hachinohe National College of Technology, **Japan Micronics Co.Ltd.,
***NEC Field Engineering Co. Ltd.

キーワード　：フレキシブルアーム (Flexible Arm)，加速度 (acceleration)，位置制御 (position control),
外乱オブザーバ(Disturbance observer), ＡＦＣ (Active Force Control)
連絡先：　〒039-1192　八戸市田面木字上野平１６－１　八戸工業高等専門学校　佐藤　勝俊,
Tel：(0178)27-7265,　Fax：(0178)27-7275,　E-mail：sato-m@Hachinohe-ct.ac.jp

## １．緒言

一般にロボットアームは変形のない剛体として設計されているので、結果的に頑丈で重いものとなり、これを駆動するには高トルクのモータを必要とする。アームを軽量化することで、低トルクのモータで十分となり、ロボットアームの運動を高速化し、かつ消費エネルギーを小さくすることが可能となる。しかし、軽量なアームは必然的に柔軟になり、フレキシブルアームとしての取り扱いが必要となる。特に宇宙ロボットの分野では、アームの軽量化が必要であるので、この問題に関する関心が高く、これまでにもたくさんの研究がなされてきている[1~2]。筆者ら[3]も、２リンクのフレキシブルアームの端点位置制御について、Asada[4]の数学モデルを用いてシミュレーションを行い、仮想リンク座標系（ＶＬＣＳ）を用いてＡＦＣ制御を適用すると、制御精度が良くなることを示した。しかしながら、この場合、図１のようにリンクの始点と終点を結ぶ角度が計測できることを前提としていたが、実際にはその計測は難しい。

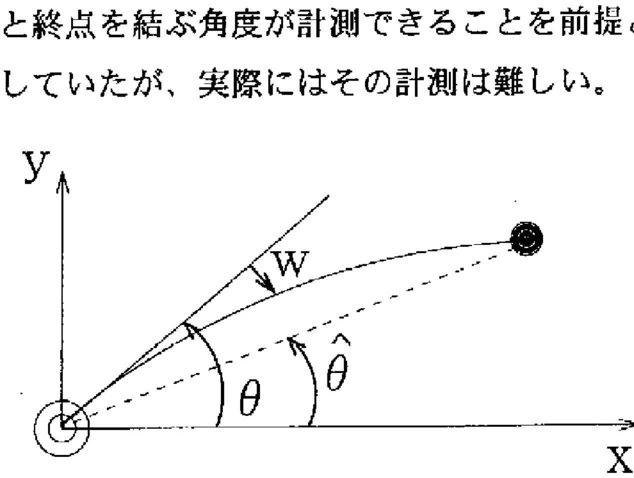



図１　フレキシブルアームとＶＬＣＳ

そこで本研究では、1リンクのフレキシブルアームについて、先端角度ではなく先端の加速度を計測し、そのデータを用いて外乱オブザーバに相当する制御方法であるＡＦＣ(Active Force Control)を試み、シミュレーションと実験によりアームの挙動を調べた。

## 2．ＡＦＣ(Active Force Control)

目標軌道を制御するうえで、ＰＤ制御則が最も簡単である。しかしリンク間の干渉やコリオリカ、遠心力の影響が大きいと十分な軌道精度が得られない。また、外乱の影響をもろに受けたり、質量などのパラメータ変動にも弱い。そこで、Hewitらは、内部干渉力や外力などの影響を相殺する一種の加速度制御法であるＡＦＣ[5]を提案した。しかしながら、当時加速度計の精度の良いものがなく実験は行っていなかった。

この考えをさらに発展させたのが、大西らによる外乱オブザーバ[6]である。一般に外乱オブザーバは、図２のように構成される。図において外乱は、プラントの伝達関数のノミナル値を基に算出されているが、モータの運動制御の場合、次のようになる。

アームが取り付けられたモータの運動方程式は次式となる。

$$J\,d\omega/dt + T_l = T_m \qquad (2.1)$$

ただし$T_m$はモータの発生トルク、$T_l$は負荷トルク、Ｊはモータ軸換算慣性、ωは角速度である。

モータのトルク$T_m$は、$K_t$をトルク係数とすると、印加した電流に比例し、

$$T_m = K_t I_a \qquad (2.2)$$

また負荷トルク$T_l$は$T_{int}$を内部干渉力、$T_{ext}$を外力、Ｆをクーロン摩擦力、Ｄωを粘性摩擦力とすると、

$$T_l = T_{int} + T_{ext} + (F + D\omega) \qquad (2.3)$$

ロボットの慣性モーメントＪは姿勢によって大きく変動するので、$J_n$を慣性モーメントのノミナル値とすると、モータにとっての全外乱$T_{dis}$は、運動の妨げになる負荷トルクに慣性モーメントの変化を加えて、

$$T_{dis} = T_{int} + T_{ext} + F + D\omega + (J - J_n)\,s\omega \qquad (2.4)$$

となる。したがって、(2.1)式は

$$J_n\,d\omega/dt = K_t I_a - T_{dis} \qquad (2.5)$$

(2.5)式より、

$$T_{dis} = -J_n\,d\omega/dt + K_t I_a \qquad (2.6)$$

(2.7)式は、角加速度($d\omega/dt$)と加えた電流($I_a$)から外乱($T_{dis}$)が計算できることを意味している。すなわち図３のように$d\omega/dt$を計測し、$I_a$を与えて$T_{dis}$が計算されるならば全外乱トルクが推定でき、それをフ

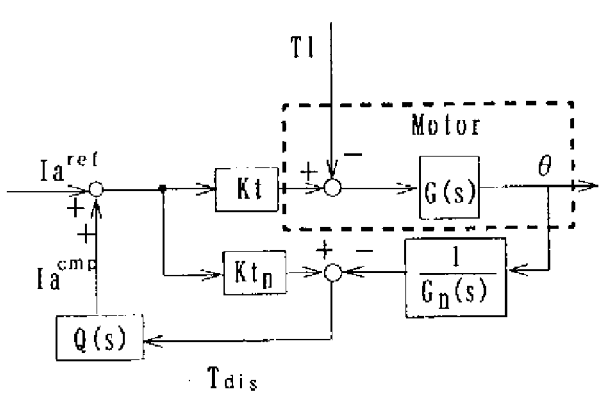



図２ 外乱オブザーバ

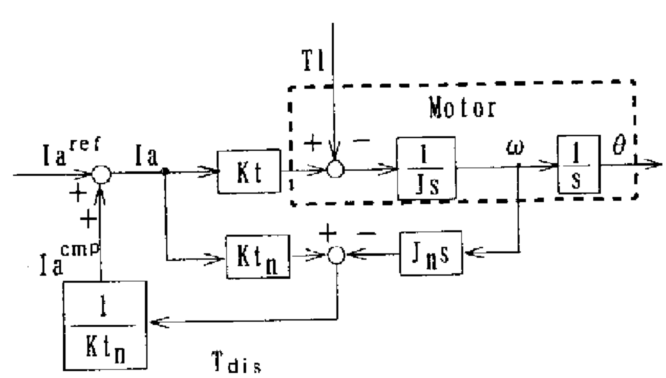



図３ 外乱推定とそのフィードバック

ィードバックし、コントローラの命令トルクに加えることにより、モータに対するすべての外乱を打ち消す効果が実現できる。大西は加速度計を用いる代わりに、角速度から加速度を計算し外乱を推定する図４のような外乱オブザーバを考案している。

本研究では、モータ軸の角度から加速度を数値的に求め外乱を算出する方法と、アーム先端に取り付けた加速度計により加速度を計測し、その値を用いて外乱を算出する方法について検討した。なお、この制御法は、本質的に加速度制御法であり、逆の見方からすれば力制御法であるので、Hewitは、これをActive Force Controlと呼んでいる。

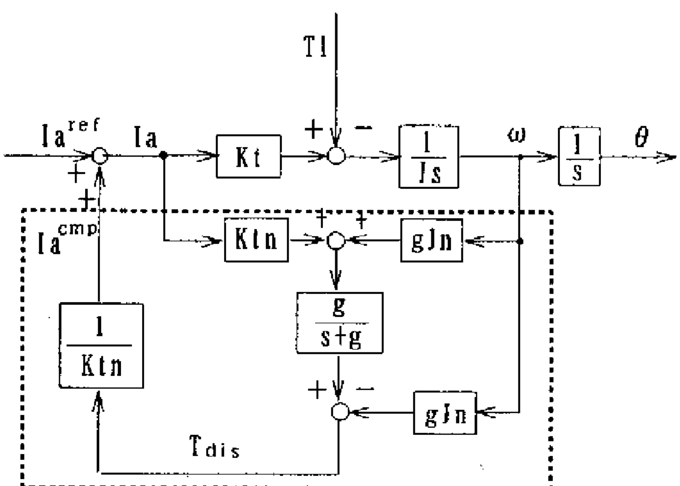



図４　角速度ωによる外乱オブザーバの構成

図５にＡＦＣの構成を示す。目標加速度、速度、位置が入力として与えられる。システム内部に外乱を消すためこのＡＦＣのループを持ち、その外に、軌道誤差を時々刻々修正し目標軌道上を正確に移動させるためのＰＤ制御ループが設けられている。

## ３．フレキシブルアームの数学モデル

シミュレーションに必要なフレキシブルアームの数学モデルは、坂和らのモデル[7]を用いた。

本来は内山[8]のように、重力も考慮した、３次元の取り扱いが必要であるが、簡単にここでは、アームは水平面内で運動し、重力の影響は受けないものとする。

アームの長さをL，アーム材料のヤング率をE，線密度をρ，断面の２次モーメントをＩとし、α＝ＥＩ／ρとすると、アームの弾性によるたわみの偏微分方程式と境界条件はつぎのようになる。

$$\ddot{w}(r,t)+2\delta\alpha\dot{w}''''(r,t)+\alpha w''''(r,t) = -r\dot{\omega}(t) \qquad (3.1)$$

また境界条件は次式となる。

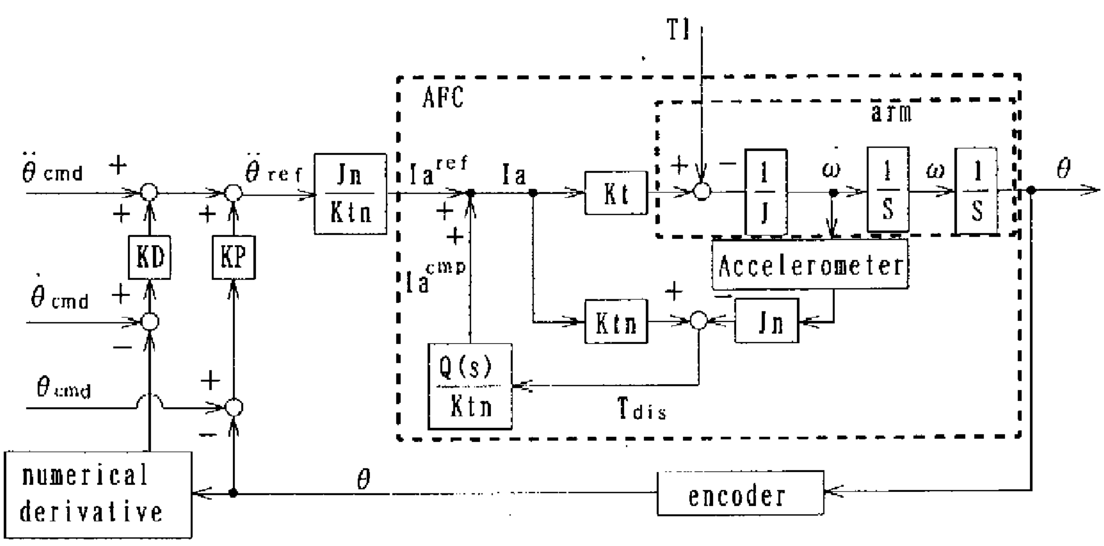



図５　ＡＦＣの構成図

$$\left.\begin{array}{l} w(0,\ t)=w'(0,\ t)=w''(L,\ t)=0 \\ w'''(L,t)+(m/\rho)w''''(L,t)=0 \end{array}\right\} \quad (3.2)$$

ここに　$\omega(t)=\dot{\theta}(t)$ であり、$(\cdot)$は時間 $t$ に関する微分を、また$(')$は空間座標 $r$ に関する微分を表わす。

(3.1)式より、アームのたわみ振動を決定するのはモータの回転加速度であることがわかる。

一方、ギア比をN、モータの慣性モーメントを$J_m$，モータの発生トルクを$\tau(t)$，粘性摩擦係数を$\mu$とすると、モータの運動方程式は次のようになる。

$$J_m N\dot{\omega}(t)+\mu N\omega(t)=\tau(t)+\frac{EI}{N}w''(0,t) \quad (3.3)$$

直流モータの電機子電圧を$u(t)$，電機子抵抗をR，モータのトルク定数を$K_\tau$，誘起電圧定数を$K_b$とすると

$\tau(t)=(K_\tau/R)\ [u(t)-NK_b\omega(t)]$

であるから、これを(3.3)式に代入して

$$\dot{\omega}(t)=-k_1\omega(t)+k_2 w''(0,\ t)+k_3 u(t) \quad (3.4)$$

を得る。ただし

$$k_1=\frac{\mu R+K_\tau K_b}{RJ_m},\quad k_2=\frac{EI}{N^2 J_m},$$

$$k_3=\frac{K_\tau}{NRJ_m} \quad (3.5)$$

つぎに、(3.1)式の解を求めるため、つぎのような固有値問題を考える

$$\alpha w''''(r)=\lambda w(r) \qquad (0\leqq r\leqq L) \quad (3.6)$$

$$\left.\begin{array}{l} w(0)=w'(0)=0 \\ w''''(L)=0 \\ w'''(L)+(m/\rho\alpha)\lambda w(L)=0 \end{array}\right\} \quad (3.7)$$

固有値λに対して

$$\lambda=\alpha(\beta/L)^4 \quad (3.8)$$

のようなパラメータ$\beta>0$を考えると境界条件(3.7)式より、$\beta$が

$$1+\cosh\beta\cos\beta+\frac{m}{\rho L}\beta \times\{\sinh\beta\cos\beta-\cosh\beta\sin\beta\}=0 \quad (3.9)$$

を満足する場合に限って、(3.6), (3.7)式の境界値問題は解を持つ。したがって、$\beta_i$を$0<\beta_1<\beta_2<\cdots$を満足する(3.9)式の解とすると、固有値は

$$\lambda_i=\alpha(\beta_i/L)^4,\ (i=1,2,3\cdots) \quad (3.10)$$

で与えられる。

また対応する固有関数$\phi_i(r)$は

$$\alpha\phi_i''''(r)=\lambda_i\phi_i(r),\quad (i=1,2,\cdots) \quad (3.11)$$

を満足し、

$$\phi_i(r)=\frac{1}{c_i}\left\{\cosh\frac{\beta_i r}{L}-\cos\frac{\beta_i r}{L} -\gamma_i\left(\sinh\frac{\beta_i r}{L}-\sin\frac{\beta_i}{L}\right)\right\} \quad (3.12)$$

で与えられる。ただし

$$\gamma_i=\frac{\cosh\beta_i+\cos\beta_i}{\sinh\beta_i+\sin\beta_i}$$

であり、$c_i$は任意定数である。

(3.6), (3.7)を用いると、$\phi_i(r)$は

$$\int_0^L\phi_i(r)\phi_j(r)dr+\frac{m}{\rho}\phi_i(L)\phi_j(L)=0 \quad (i\neq j) \quad (3.13)$$

となる。したがって

$$(u,\ v)=\int_0^L u(r)v(r)+\frac{m}{\rho}u(L)v(L) \quad (3.14)$$

によって内積を定義し、

$$c_i = \left[ L + \left(\frac{\rho}{m}\right)\left(\frac{L}{\beta_i}\right) \left\{ \frac{1+\cosh\beta_i \cos\beta_i}{\sinh\beta_i + \sin\beta_i} \right\}^2 \right]^{1/2}$$

とおくと（$\phi_i$, $\phi_i$）＝1となる。

(3.1)式の偏微分方程式の解は、固有関数$\phi_i(r)$を用いて

$$w\,(r,\ t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_i} u_i(t)\phi_i(r) \quad (3.15)$$

と展開することができるので、(3.15)式を(3.1)式に代入して(3.11)式を用い、さらに$\phi_i(r)$との内積をとると時間項$u_i(t)$は

$$\ddot{u}_i(t) + 2\delta\lambda_i \dot{u}_i(t) + \lambda_i u_i(t) = -\lambda_i b_i f(t) \quad (3.16)$$

となる。ただしbi、$f(t)$は、それぞれ、

$$b_i = (r,\ \phi_i),\quad f(t) = \dot{\omega}(t) \quad (3.17)$$

これらの式に使われているｉはたわみのモードを表わしており、今回のシミュレーションでは３次のモードまで考慮した。

よってフレキシブルアームの運動は、式(3.16)のｉに１から３まで代入した３つの式と、式(3.4)のモータの運動方程式を連立させて求めることが出来る。

また、たわみwは式(3.15)よりｉ＝１から３まで加えることにより求められる。

## ４．シミュレーション

シミュレーションには、連続系シミュレーション言語ＡＣＳＬ(Advanced Continuous Simulation Language)を用いた。実験装置と同じように、アームの先端に集中荷重ｍを持って水平面内で回転するようなフレキシブルアームを考える。

目標角度を$\pi/3$ [rad]とし、アームは0.3秒間一定加速度で加速し、次の0.3秒は減速してその後停止させることとした。ＰＤ制御とＡＦＣで制御した場合のシミュレーション結果を以下に記す。

図６はＰＤ制御において、実験により試行錯誤的に求められた比較的良好なフィードバックゲインkp=2.2, kd=0.6を用いてアームの先端の角度（ＴＨＴ）をフィードバックして得られた結果である。根本角度（ＴＨ）は収束するものの、肝心の先端角度（ＴＨＴ）は僅かだがふらついた。ＰＤ制御だけでは、いくらフィードバックゲインを調整してもこのふらつきは解消しなかった。

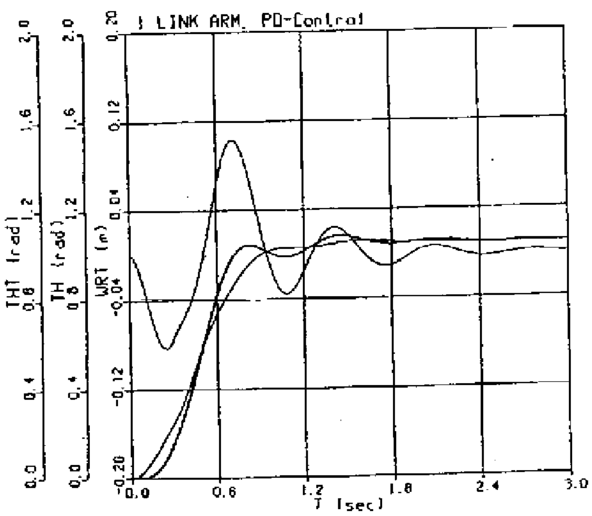
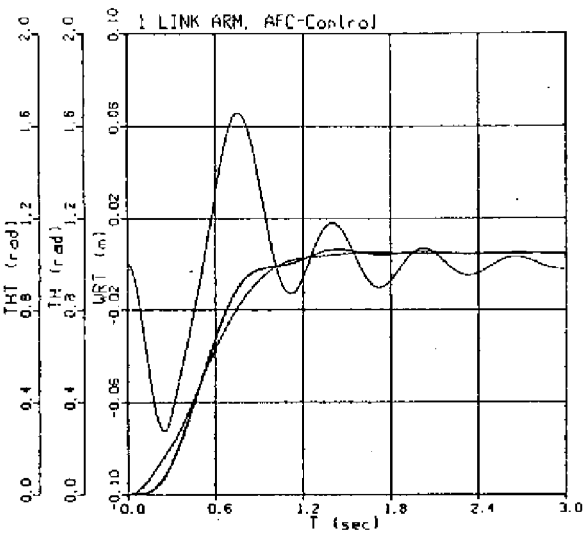



図６　ＰＤ制御時の応答
（アーム先端の角度をフィードバック）

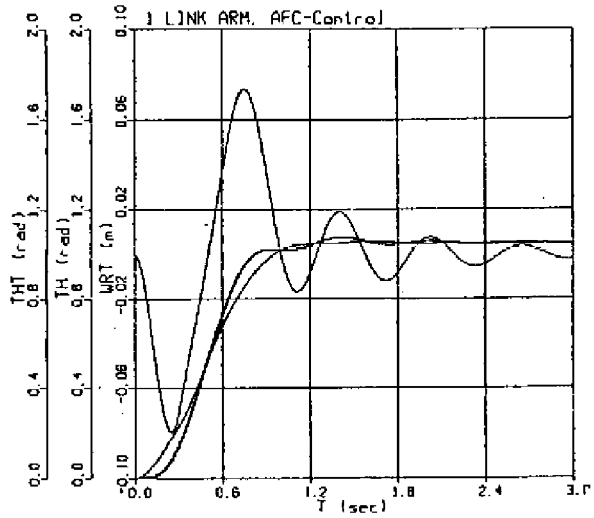
図７にＡＦＣを使用し、アーム根元角加速度を用いてＴdisを推定した場合と、実験装置と同じように、アーム先端角加速度を利用してＴdisを推定した場合との比較を示す。

この図より(a)(b)両方ともＴＨおよびＴＨＴが速やかに収束していることがわかる。強いて言えば、アーム先端角加速度を利用したほうが立ち上がりがよい。

また、角度の誤差を補正するためのＰＤ制御のためにフィードバックする角度データに、




（a）アーム根元の角加速度を利用




（b）アーム先端の加速度を利用

図７　ＡＦＣ制御時の角度

アームの先端角度ＴＨＴを用いたほうが、アームの振動は速やかに減衰した。

以上の結果より、後述の実験装置と同じように、先端角加速度を利用して外乱を予測し位置制御するＡＦＣによる制御の有効性が確認できた。

## ５．実験

実験装置の略図を図８に示す。実験を始める前に、ギアのバックラッシュを調べた結果、図９に示すように、ギヤのバックラッシュが約１度位とかなり大きいことがわかった。

したがって減速機の選定が不適当であることがわかった。またアームは、図１０のように一定の周期で振動しており、また時間が経過しても振動が収まらないので、使用したアームが低減衰率の弾性体であることがわかる。

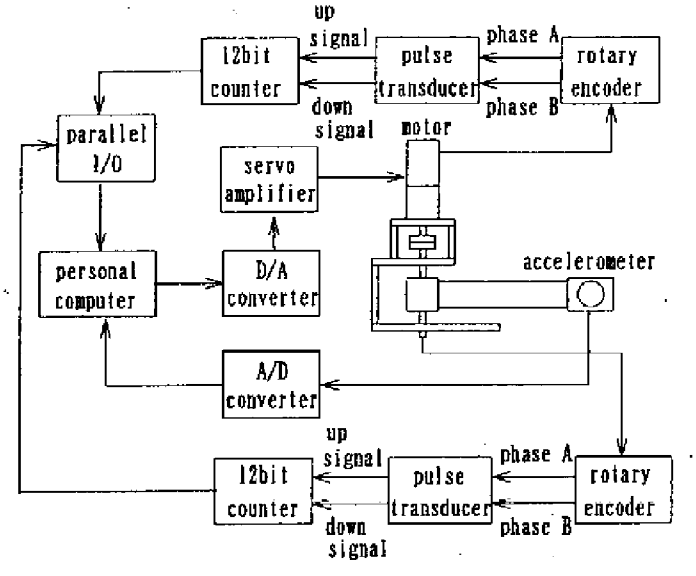



図８　実験装置概略図

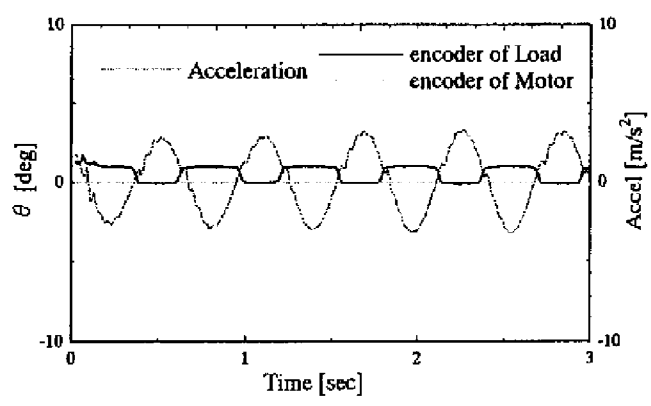



図９　ギアのバックラッシュ

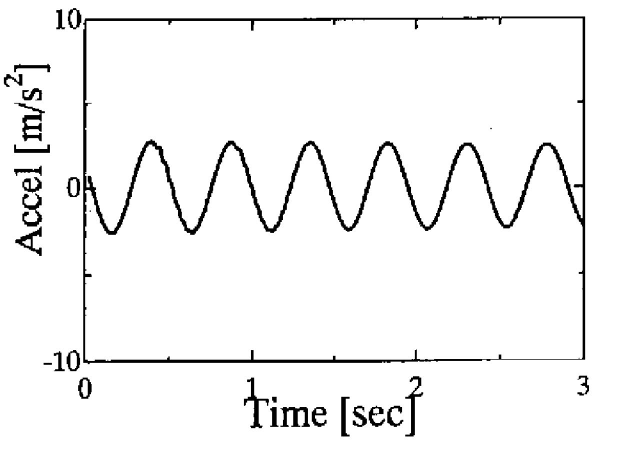



図１０　アームの振動

### ５．１　ＰＤ制御による実験結果

目標角度を４５゜比例ゲインkp=2.5，微分ゲインkd=0.1とし、モータ軸に取り付けたエンコーダの角度検出値をフィードバックした場合のＰＤ制御による応答を調べた。また負荷軸にもエンコーダを取り付け負荷軸の応答も計測した。結果を図１１に示す。モータ軸にはバックラッシの影響がほとんど現れないので、モータ軸自体の制御はうまくいっているように見受けられる。しかしながら、負荷軸の応答を見るとバックラッシュの影響も現れ、アーム先端の振れが収まっていないことがわかる。このように、ＰＤ制御法は最も簡単な方法であるが、根元のモータ軸の制御はうまくいっても動作速度が速くなってくると、アームが弾性変形するため先端が振れてしまい、また振動もなかなか止まらない。

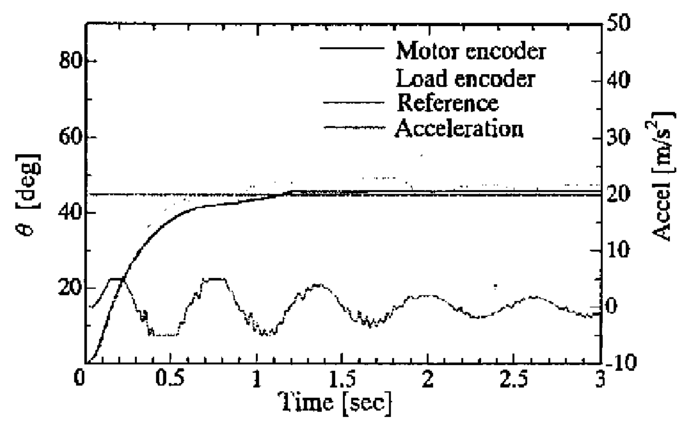



図１１ アーム根元角度をＰＤ制御

### ５．２　ＡＦＣによる実験結果

目標角度４５゜とし、モータのエンコーダの値を角加速度に変換し制御した場合と、アーム先端に取り付けた加速度計の値で制御した場合の比較をおこなった。

エンコーダの値から角加速度を算出しＡＦＣ制御した場合の実験結果を図１２に示す。モータの加速度を用いた場合でもバックラッシュの影響でガタついているが、ＰＤ制御に比べ先端の加速度変化も急速に収まり、アームの振動をかなり抑えていることが解る。

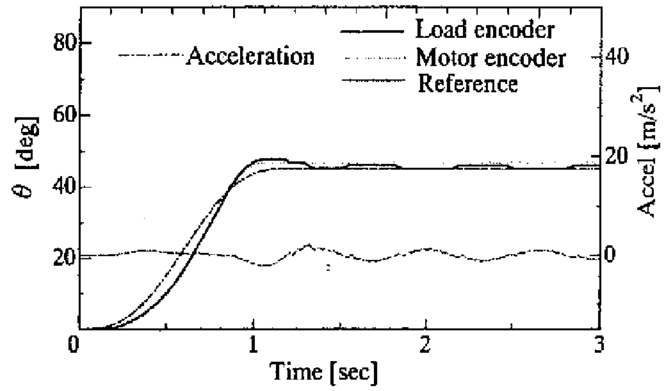



図１２ 根元角加速度によるＡＦＣ

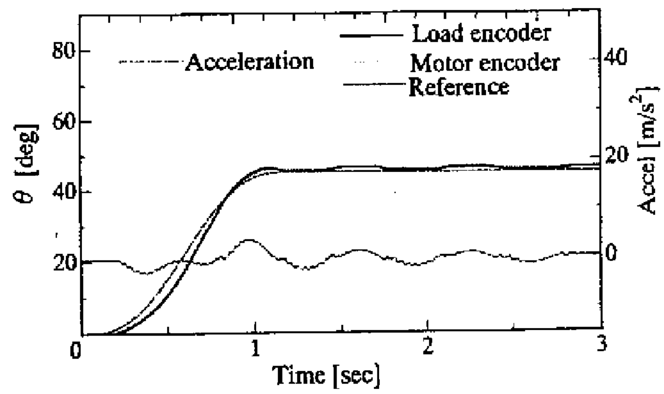



図１３ 先端加速度によるＡＦＣ

アーム先端に取り付けた加速度計の値で制御した場合、図１３に示すように、外乱推定及び相殺効果が明確に見られ、振動が急激に減衰し、アーム先端の振れをうまく抑えることができている。

以上のようにＡＦＣ法では加速度信号に基づく外乱推定及び、相殺効果が明確に見られ、振動が急激に減衰し、アーム先端の振れをうまく抑えることができた。

### ６．結言

１リンクのフレキシブルアームの位置制御についてシミュレーションと実験を行い、アームの振動および挙動を調べた。

シミュレーション結果より、アームの先端

角度をフィードバックしたほうが根元角度をフィードバックするよりも良好な結果が得られることが確認された。またＡＦＣにおいては、実験装置と同じようにアーム先端角加速度を入力した場合でも、良好な結果を得ることができることを示した。

また、あらかじめ予測されたことであるが、ＰＤ制御にもとづく制御実験では、駆動用モータの制御はうまく行っても、動作速度が速くなってくると、アーム先端が弾性変形により振れてしまい、振動もなかなか止まらなかった。これに対しＡＦＣ法では、加速度信号に基づく外乱推定および相殺効果が明確に見られ、振動が急速に減衰し、アーム先端の振れを抑えることができた。しかしながら、ギヤのバックラッシュが大きいので、シミュレーションとの定性的な比較しかできなかったので、現在減速機の変更を検討してる。

## 参考文献


1) 特集：フレキシブルアーム，日本ロボット学会誌，６巻，５号，1988.

2) 特集：フレキシブル・マニピュレータ，日本ロボット学会誌，１２巻２号，1/62，1994.

3) H. Asada, Z-D. Ma : Inverse Dynamics of Flexible Robot Arms:Modeling and Conputation for Trajectry Control, Trans. ASME, J of DSMC, Vol. 112, 177/185, 1990.

4) J. R. Hewit, J. R. morris, K. Sato, F. Ackermann : Active Force Control of a Flexible Manipulator by Distal Feedback, Mechanism and Machine Theory, Vol. 32, No. 5, 583/596, 1997.

5) Hewit, J. R., Burdess, J. S. : Fast dynamic decoupled control for robotics using active force control", Mechanism and Machine Theory, Vol. 26, No. 5(1981).

6) 大西公平：外乱オブザーバによるロバスト・モーションコントロール", 日本ロボット学会誌，１１巻，４号，pp. 486-493(1993).

7) 坂和、松野："フレキシブルアームのモデリングと制御", 計測と制御, 25-1(1986), 64/69.

8) 近野、内山、貴答、村上：加速度指令による三次元フレキシブルマニピュレータの振動抑制制御，日本ロボット学会誌、１２巻、８号，1166/1174, 1994.