計測自動制御学会東北支部第 175 回研究集会(1998.6.19)
資料番号 175-12

Integral Transforms and Computer Algebra
(積分変換と計算機代数)

Shigeru OHKURO（大黒 茂）

Hachinohe Institute of Technology
八戸工業大学

キーワード：積分変換（Integral transform），計算機代数（Computer algebra），ラプラス変換（Laplace transform），Maple ソフト（Maple software），数式処理（Formula manipulation），数理科学教育（Education of mathematical sciences）

連絡先：〒031-8501 八戸市妙字大開 88-1 八戸工業大学 情報システム工学研究所
大黒 茂，Tel.: (0178)25-8143, Fax: (0178)25-1691, E-mail: ohkuro@hi-tech.ac.jp

1. はじめに，及び展望

最近の数式処理用パソコンソフトの進歩には目覚しいものがある。グラフィックやアニメーションは勿論であるが，計算結果の数式の出力表示にも工夫が加えられて，出力がそのままで数式としての意味が分かるようになってきた。このことは，数年前には数式処理用パソコンソフトには望み得ないことであった。最近では，数式の中の変数の定義域が，実数全体でないような場合でも，これを表示出来るようになっている。

ここでは，数式処理用パソコンソフトとして最近急速に評価の高まってきたカナダの Maple V ソフトウェアー（Release4）[1]を用いた例を紹介する。今回は積分変換の一つの例としてラプラス変換を取り上げる。有理関数を係数とする２階線形同次常微分方程式を以前扱ったが，[2),3),4)]ラプラス変換にはまたそれなりの計算機代数としての注意が必要である事が分かる。

Maple にはラプラス積分変換のコマンド **inttrans[laplace]**が組み込まれている。またラプラス逆積分変換のコマンド **inttrans[invlaplace]**もある。これらのコマンドの機能がどの位のものかを調べた。変数の変域が実数全体でない場合などのように条件が付いている時には，**assume** コマンドが使える。

数学公式集 [5]を題材に用いて，ラプラス型積分をパーソナルコンピューターで求め，数学公式集と比較する方法をとった。結果を見れば，数学公式集には符号などいくつかの誤り，またはミスプリ，と思われるものがあり，今後は，吟味なしに数学公式集をそのまま使うのは危険である。

計算機代数（Computer algebra）には，数理科学の教育面で，非常に重要な側面があることが最近次第に明らかになりつつある。つまり，高度の数式が専門家以外でも比較的容易に，時間をかけずに取り扱え，計算結果が得られる。

数学・自然科学離れが問題とされている教育現場における上記の重要性は改めて述べなくとも明らかであろう。今後，社会人再教育等にまで，専門家以外の数理科学教育に計算機代数が，盛んに導入され，各方面で成果の上がることが期待できる。

Appendix

以下は，Laplace変換のMapleによる実験数学としてのinteractive sessionの様子である。
まず初めに、Laplace変換を、Mapleの積分コマンドIntで定義しよう。
s>0 を仮定する。

> assume(s>0);
> Lintt1:=Int(exp(-s*x),x=0..infinity);

$$Lintt1 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)}\,dx$$

以下でこの右辺の意味を少し説明しましょう。まず次の有限区間での積分を考えます。

> Linttdeflim1:=Int(exp(-s*x),x=0..alpha);

$$Linttdeflim1 := \int_0^{\alpha} e^{(-s\tilde{}\,x)}\,dx$$

> Linttdef1 := limit(",alpha=infinity);

$$Linttdef1 := \lim_{\alpha \to \infty} \int_0^{\alpha} e^{(-s\tilde{}\,x)}\,dx$$

Mapleではこれを次のLaplaceの積分変換（integral transform）コマンドで表すことができます。

> Lint1:=inttrans[laplace](1,x,s);

$$Lint1 := \frac{1}{s\tilde{}}$$

任意の s>0 に対して、この式が使えるようにするには、次のようにして関数 **Lint1f(s)** を定義してやります。

> Lint1f := s -> 1/s;

$$Lint1f := s \to \frac{1}{s}$$

> Lint1f(s);

$$\frac{1}{s\tilde{}}$$

> Lint1f(p);

$$\frac{1}{p}$$

> Lint1f(0.5);

$$2.000000000$$

Lint1f(s) は確かに関数の働きを保持し、変数 s に代入操作が可能となっていますね。
Laplace逆変換についても考えてみましょう。

> inttrans[invlaplace](Lint1,s,x);

$$1$$

さて、次に進みましょう。

> assume(s+1>0);
> Lintt2:=Int(exp(-s*x)*exp(-x),x=0..infinity);

$$Lintt2 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)}\,e^{(-x)}\,dx$$

前と同様に考えていきましょう。まず、ラプラス変換で表します。

> Lint2 := inttrans[laplace](exp(-x),x,s);

$$Lint2 := \frac{1}{s\tilde{}+1}$$

> Lint2f := s -> 1/(s+1);

$$Lint2f := s \rightarrow \frac{1}{s+1}$$

> Lint2f(s);

$$\frac{1}{s\sim+1}$$

> Lint2f(p);

$$\frac{1}{p+1}$$

> Lint2f(-2);

$$-1$$

> ???

＊＊このように、条件つき変数に定義域外の値を代入しても形式的に計算可能の場合は結果の式を返してきますので注意が必要です。

> inttrans[invlaplace](Lint2,s,x);

$$\mathbf{e}^{(-x)}$$

> assume(s>-a);

> Lintt3:=Int(exp(-s*x)*exp(-a*x),x=0..infinity);

$$Lintt3 := \int_0^{\infty} \mathbf{e}^{(-s\sim x)}\, \mathbf{e}^{(-a\sim x)}\, dx$$

> Lint3 := inttrans[laplace](exp(-a*x),x,s);

$$Lint3 := \frac{1}{s\sim + a}$$

> Lint3f := s -> 1/(s+a);

$$Lint3f := s \rightarrow \frac{1}{s+a}$$

> inttrans[invlaplace](Lint3,s,x);

$$\mathbf{e}^{(\ a\, x)}$$

> assume(s>0);

> assume(alpha+1>0);

> Lintt4:=Int(exp(-s*x)*x^alpha,x=0..infinity);

$$Lintt4 := \int_0^{\infty} \mathbf{e}^{(-s\sim x)}\, x^{\alpha\sim}\, dx$$

> Lint4 := inttrans[laplace](x^alpha,x,s);

$$Lint4 := \frac{\Gamma(\alpha\sim)\, \alpha\sim}{s\sim^{\alpha\sim}\, s\sim}$$

> Lint4f := s -> GAMMA(alpha)*alpha/(s^alpha*s);

$$Lint4f := s \rightarrow \frac{\Gamma(\alpha)\, \alpha}{s^{\alpha}\, s}$$

> inttrans[invlaplace](Lint4,s,x);

$$\Gamma(\alpha\sim)\, \alpha\sim\ \mathrm{invlaplace}\left(\frac{1}{s\sim^{\alpha\sim}\, s\sim},\, s\sim,\, x\right)$$

Laplace逆変換は計算してくれない。

> Lintt5:=Int(exp(-s*x)*x^(1/2),x=0..infinity);

$$Lintt5 := \int_0^\infty e^{(-s\tilde{}\,x)} \sqrt{x}\, dx$$

> **Lint5 := inttrans[laplace](x^(1/2),x,s);**

$$Lint5 := \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{s\tilde{}^{3/2}}$$

> **Lint5f := s -> 1/2/s^(3/2)*Pi^(1/2);**

$$Lint5f := s \rightarrow \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{s^{3/2}}$$

> **inttrans[invlaplace](Lint5,s,x);**

$$\sqrt{x}$$

> **Lintt6:=Int(exp(-s*x)*x^(-1/2),x=0..infinity);**

$$Lintt6 := \int_0^\infty \frac{e^{(-s\tilde{}\,x)}}{\sqrt{x}}\, dx$$

> **Lint6 := inttrans[laplace](x^(-1/2),x,s);**

$$Lint6 := \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s\tilde{}}}$$

> **Lint6f := s -> 1/s^(1/2)*Pi^(1/2);**

$$Lint6f := s \rightarrow \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s}}$$

> **inttrans[invlaplace](Lint6,s,x);**

$$\frac{1}{\sqrt{x}}$$

> **Lintt7:=Int(exp(-s*x)*(1-exp(-x))/x,x=0..infinity);**

$$Lintt7 := \int_0^\infty \frac{e^{(-s\tilde{}\,x)}\,(1 - e^{(-x)})}{x}\, dx$$

> **Lint7 := inttrans[laplace]((1-exp(-x))/x,x,s);**

$$Lint7 := -\ln(s\tilde{}) + \ln(s\tilde{} + 1)$$

> **Lint7f := s -> -ln(s)+ln(s+1);**

$$Lint7f := s \rightarrow -\ln(s) + \ln(s+1)$$

> **inttrans[invlaplace](Lint7,s,x);**

$$\frac{1}{x} - \frac{e^{(-x)}}{x}$$

> **Lintt8:=Int(exp(-s*x)*x/(1-exp(-x)),x=0..infinity);**

$$Lintt8 := \int_0^\infty \frac{e^{(-s\tilde{}\,x)}\, x}{1 - e^{(-x)}}\, dx$$

> **Lint8 := inttrans[laplace](x/(1-exp(-x)),x,s);**

$$Lint8 := \Psi(1, s\tilde{})$$

> **Lint8f := s -> Psi(1,s);**

$$Lint8f := s \to \Psi(1, s)$$

ここで Psi(1,args[1]) は PolyGamma 関数です。

> inttrans[invlaplace](Lint8,s,x);

$$\mathrm{invlaplace}(\Psi(1, s\tilde{}), s\tilde{}, x)$$

Laplace逆変換を計算してくれない。

> assume(b>0);

> Lintt9:=Int(exp(-s*x)/(x+b),x=0..infinity);

$$Lintt9 := \int_0^\infty \frac{e^{(-s\tilde{}\, x)}}{x + b\tilde{}}\, dx$$

> Lint9 := inttrans[laplace](1/(x+b),x,s);

$$Lint9 := \mathrm{laplace}\left(\frac{1}{x + b\tilde{}}, x, s\tilde{}\right)$$

これは Ei(s) は積分指数関数です。

> Lint9f := (s,b) -> exp(s*b)*Ei(1,s*b);

$$Lint9f := (s, b) \to e^{(s\, b)}\, \mathrm{Ei}(1, s\, b)$$

岩波の数学公式と符号が違っているようだ。???

> inttrans[invlaplace](Lint9,s,x);

$$\frac{1}{x + b}$$

> Lintt10:=Int(exp(-s*x)*exp(-b^2/x)/sqrt(x),x=0..infinity);

$$Lintt10 := \int_0^\infty \frac{e^{(-s\tilde{}\, x)}\, e^{\left(-\frac{b^2}{x}\right)}}{\sqrt{x}}\, dx$$

> Lint10:=inttrans[laplace](exp(-b^2/x)/sqrt(x),x,s);

$$Lint10 := \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s\tilde{}}\, \left(e^{(b\tilde{}\sqrt{s\tilde{}})}\right)^2}$$

岩波の数学公式と符号が違っているようだ。???

> Lintf10 := (s,b) -> Pi^(1/2)/s^(1/2)/exp(b*s^(1/2))^2;

$$Lintf10 := (s, b) \to \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s}\, \left(e^{(b\sqrt{s})}\right)^2}$$

> Lintf10(3,1);

$$\frac{1}{3}\, \frac{\sqrt{\pi}\, \sqrt{3}}{\left(e^{(\sqrt{3})}\right)^2}$$

Lintf10(s=3,b=1) をちゃんと計算してくれます。

> inttrans[invlaplace](Lint10,s,x);

$$\frac{e^{\left(-\frac{b^2}{x}\right)}}{\sqrt{x}}$$

> Lintt11:=Int(exp(-s*x)*(1/(1-exp(-x))-1/x),x=0..infinity);

$$Lintt11 := \int_0^\infty e^{(-s^\sim x)} \left(\frac{1}{1 - e^{(-x)}} - \frac{1}{x} \right) dx$$

```
> Lint11:=inttrans[laplace](1/(1-exp(-x))-1/x,x,s);
```

$$Lint11 := -\Psi(s^\sim) - \mathrm{laplace}\left(\frac{1}{x}, x, s^\sim\right)$$

```
> Lintf11 := s -> -Psi(s)-laplace(1/x,x,s);
```

$$Lintf11 := s \rightarrow -\Psi(s) - \mathrm{laplace}\left(\frac{1}{x}, x, s\right)$$

```
> Lintf11(1);
```

$$\gamma - \mathrm{laplace}\left(\frac{1}{x}, x, 1\right)$$

ここで定数 gamma は Euler の定数です。ここで第2項を考えてみます。

```
> assumu(c>0);
```

$$\mathrm{assumu}(0 < c)$$

```
> int(exp(-x)/x,x=c..infinity);
```

$$\mathrm{Ei}(1, c)$$

```
> Ei(1,0);
Error, (in Ei) singularity encountered
> limit(Ei(1,c),c=0,right);
```

$$\infty$$

```
> Limit(Ei(1,c),c=0,right);
```

$$\lim_{c \to 0+} \mathrm{Ei}(1, c)$$

```
> limit(Ei(1,c),c=+0);
```

$$\infty$$

```
> Limit(Ei(1,c),c=+0);
```

$$\lim_{c \to 0} \mathrm{Ei}(1, c)$$

この極限は発散のようです(岩波の公式集にはこの注意がないようです。)
逆変換を実行すると

```
> inttrans[invlaplace](Lint11,s,x);
```

$$-\mathrm{invlaplace}(\Psi(s^\sim), s^\sim, x) - \frac{1}{x}$$

```
> Lintt12:=Int(exp(-s*x)*log(x),x=0..infinity);
```

$$Lintt12 := \int_0^\infty e^{(-s^\sim x)} \ln(x)\, dx$$

```
> Lint12:=inttrans[laplace](log(x),x,s);
```

$$Lint12 := -\frac{\ln(s^\sim)}{s^\sim} - \frac{\gamma}{s^\sim}$$

```
> Lintf12:= s -> -1/s*ln(s)-1/s*gamma;
```

$$Lintf12 := s \rightarrow -\frac{\ln(s)}{s} - \frac{\gamma}{s}$$

```
> inttrans[invlaplace](Lint12,s,x);
```

$$\ln(x)$$

```
> Lintt13:=Int(exp(-s*x)*x^(alpha-1)*log(x),x=0..infinity);
```

$$Lintt13 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)}\, x^{(\alpha\sim-1)} \ln(x)\, dx$$

```
> assume(alpha>0);
> Lint13:=inttrans[laplace](x^(alpha-1)*log(x),x,s);
```

$$Lint13 := -\frac{\ln(s\tilde{})\,\Gamma(\alpha\sim)}{s^{\alpha\sim}} + \frac{\Psi(\alpha\sim)\,\Gamma(\alpha\sim)}{s^{\alpha\sim}}$$

```
> Lintf13:= (s,alpha) ->
  -1/(s^alpha)*ln(s)*GAMMA(alpha)+1/(s^alpha)*Psi(alpha)*GAMMA(alpha);
```

$$Lintf13 := (s, \alpha) \to -\frac{\ln(s)\,\Gamma(\alpha)}{s^{\alpha}} + \frac{\Psi(\alpha)\,\Gamma(\alpha)}{s^{\alpha}}$$

```
> Lintf13(4,1/2);
```

$$-\frac{1}{4}\sqrt{4}\,\ln(4)\sqrt{\pi} + \frac{1}{4}\sqrt{4}\,(-\gamma - 2\ln(2))\sqrt{\pi}$$

ちゃんとLintfl13(s=4, α=1/2)を計算します。

```
> Lintf13(1,alpha);
```

$$\Psi(\alpha\sim)\,\Gamma(\alpha\sim)$$

```
> inttrans[invlaplace](Lint13,s,x);
```

$$-\Gamma(\alpha\sim)\,\mathrm{invlaplace}\left(\frac{\ln(s\tilde{})}{s^{\alpha\sim}}, s\tilde{}, x\right) + \Psi(\alpha\sim)\,\Gamma(\alpha\sim)\,\mathrm{invlaplace}\left(\frac{1}{s^{\alpha\sim}}, s\tilde{}, x\right)$$

逆変換は計算しない。

```
> b:='b';
```

$$b := b$$

```
> assume(s>b>0);
Syntax error, `>` unexpected
> assume(s>b,b>0);
> Lintt14:=Int(exp(-s*x)*sinh(b*x),x=0..infinity);
```

$$Lintt14 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)} \sinh(b\tilde{}\,x)\, dx$$

```
> Lint14:=inttrans[laplace](sinh(b*x),x,s);
```

$$Lint14 := \frac{b\tilde{}}{s\tilde{}^2 - b\tilde{}^2}$$

```
> Lintf14:= (s,b) -> b/(s^2-b^2);
```

$$Lintf14 := (s, b) \to \frac{b}{s^2 - b^2}$$

```
> inttrans[invlaplace](Lint14,s,x);
```

$$b\tilde{}\left(\frac{1}{2}\frac{e^{(b\tilde{}\,x)}}{b\tilde{}} - \frac{1}{2}\frac{e^{(-b\tilde{}\,x)}}{b\tilde{}}\right)$$

```
> simplify(inttrans[invlaplace](Lint14,s,x));
```

$$\frac{1}{2}\left(e^{(2\,b\tilde{}\,x)} - 1\right) e^{(-b\tilde{}\,x)}$$

```
> Lintt15:=Int(exp(-s*x)*cosh(b*x),x=0..infinity);
```

$$Lintt15 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)} \cosh(b\tilde{}\,x)\, dx$$

```
> Lint15:=inttrans[laplace](cosh(b*x),x,s);
```

$$Lint15 := \frac{s\tilde{}}{s\tilde{}^2 - b\tilde{}^2}$$

> Lintf15:= (s,b) -> s/(s^2-b^2);

$$Lintf15 := (s, b) \rightarrow \frac{s}{s^2 - b^2}$$

> inttrans[invlaplace](Lint15,s,x);

$$\frac{1}{2}\,\mathbf{e}^{(b\tilde{}\,x)} + \frac{1}{2}\,\mathbf{e}^{(-b\tilde{}\,x)}$$

> simplify(inttrans[invlaplace](Lint15,s,x));

$$\frac{1}{2}\,(\mathbf{e}^{(2\,b\tilde{}\,x)} + 1)\,\mathbf{e}^{(-b\tilde{}\,x)}$$

> Lintt16:=Int(exp(-s*x)*tanh(x)/x,x=0..infinity);

$$Lintt16 := \int_0^\infty \frac{\mathbf{e}^{(-s\tilde{}\,x)}\,\tanh(x)}{x}\,dx$$

> Lint16:=inttrans[laplace](tanh(x)/x,x,s);

$$Lint16 := \int_{s\tilde{}}^\infty \mathrm{laplace}(\tanh(x), x, \_U1)\,d\_U1$$

Maple はこれ以上積分してくれません。実際には積分は Γ 関数を用いて表されるのですが。

> inttrans[invlaplace](Lint16,s,x);

$$\frac{\tanh(x)}{x}$$

> Lintt17:=Int(exp(-s*x)*(1-sech(x))/x,x=0..infinity);

$$Lintt17 := \int_0^\infty \frac{\mathbf{e}^{(-s\tilde{}\,x)}\,(1 - \mathrm{sech}(x))}{x}\,dx$$

> Lint17:=inttrans[laplace]((1-sech(x))/x,x,s);

$$Lint17 := -\int_{s\tilde{}}^\infty -\frac{1}{\_U1} + \mathrm{laplace}(\mathrm{sech}(x), x, \_U1)\,d\_U1$$

> inttrans[invlaplace](Lint17,s,x);

$$\frac{1}{x} - \frac{\mathrm{sech}(x)}{x}$$

> b:='b';

$$b := b$$

> Lintt18:=Int(exp(-s*x)*sin(b*x),x=0..infinity);

$$Lintt18 := \int_0^\infty \mathbf{e}^{(-s\tilde{}\,x)}\,\sin(b\,x)\,dx$$

> Lint18:=inttrans[laplace](sin(b*x),x,s);

$$Lint18 := \frac{b}{s\tilde{}^2 + b^2}$$

> Lintf18:= (s,b) -> b/(s^2+b^2);

$$Lintf18 := (s, b) \to \frac{b}{s^2 + b^2}$$

```
> inttrans[invlaplace](Lint18,s,x);
```

$$\sin(b\,x)$$

```
> Lintt19:=Int(exp(-s*x)*cos(b*x),x=0..infinity);
```

$$Lintt19 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)} \cos(b\,x)\,dx$$

```
> Lint19:=inttrans[laplace](cos(b*x),x,s);
```

$$Lint19 := \frac{s\tilde{}}{s\tilde{}^2 + b^2}$$

```
> Lintf19:= (s,b) -> s/(s^2+b^2);
```

$$Lintf19 := (s, b) \to \frac{s}{s^2 + b^2}$$

```
> inttrans[invlaplace](Lint19,s,x);
```

$$\cos(b\,x)$$

n を整数とします。

```
> n:='n';
```

$$n := n$$

```
> assume(n,integer);
> Lintt20:=Int(exp(-s*x)*sin(x)^(2*n),x=0..infinity);
```

$$Lintt20 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)} \sin(x)^{(2\,n\tilde{})}\,dx$$

```
> Lint20:=inttrans[laplace](sin(x)^(2*n),x,s);
```

$$Lint20 := \text{laplace}(\sin(x)^{(2\,n\tilde{})}, x, s\tilde{})$$

```
> inttrans[invlaplace](Lint20,s,x);
```

$$\sin(x)^{(2\,n\tilde{})}$$

```
> Lintt21:=Int(exp(-s*x)*sin(x)^(2*n+1),x=0..infinity);
```

$$Lintt21 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)} \sin(x)^{(2\,n\tilde{}+1)}\,dx$$

```
> Lint21:=inttrans[laplace](sin(x)^(2*n+1),x,s);
```

$$Lint21 := \text{laplace}(\sin(x)^{(2\,n\tilde{}+1)}, x, s\tilde{})$$

```
> inttrans[invlaplace](Lint21,s,x);
```

$$\sin(x)^{(2\,n\tilde{}+1)}$$

```
> Lintt22:=Int(exp(-s*x)*sin(b*sqrt(x)),x=0..infinity);
```

$$Lintt22 := \int_0^{\infty} e^{(-s\tilde{}\,x)} \sin(b\tilde{}\sqrt{x})\,dx$$

```
> Lint22:=inttrans[laplace](sin(b*sqrt(x)),x,s);
```

$$Lint22 := \frac{1}{2}\,\frac{b\tilde{}\sqrt{\pi}\,e^{\left(-1/4\,\frac{b\tilde{}^2}{s\tilde{}}\right)}}{s\tilde{}^{3/2}}$$

```
> Lintf22:= (s,b) -> 1/2*b*Pi^(1/2)/s^(3/2)*exp(-1/4*b^2/s);
```

$$Lintf22 := (s, b) \rightarrow \frac{1}{2} \frac{b \sqrt{\pi}\, e^{\left(1/4 \frac{b^2}{s}\right)}}{s^{3/2}}$$

b>0 と仮定すると上の逆変換が分かりやすくなります。

> assume(b>0);

> inttr22:=inttrans[invlaplace](Lint22,s,x);

$$inttr22 := \frac{1}{2} \frac{b\tilde{}\, 4^{1/4} \left(\frac{x}{b\tilde{}^2}\right)^{1/4} \sqrt{2} \sin(b\tilde{} \sqrt{x})}{\sqrt{b\tilde{} \sqrt{x}}}$$

> simplify(inttr22);

$$\sin(b\tilde{} \sqrt{x})$$

> b:='b';

$$b := b$$

> Lint22:=inttrans[laplace](sin(b*sqrt(x)),x,s);

$$Lint22 := \frac{1}{2} \frac{b \sqrt{\pi}\, e^{\left(-1/4 \frac{b^2}{s\tilde{}}\right)}}{s\tilde{}^{3/2}}$$

> inttrans[invlaplace](Lint22,s,x);

$$\frac{1}{2} \frac{b \left(-4 \frac{x}{b^2}\right)^{1/4} \sqrt{2} \sinh(\sqrt{-b^2} \sqrt{x})}{\sqrt{\sqrt{-b^2} \sqrt{x}}}$$

b>0 を仮定するとこの結果を簡単化出来ます。

> assume(b>0);

> simplify(inttrans[invlaplace](Lint22,s,x));

$$\sin(b\tilde{} \sqrt{x})$$

> Quit;

$$Quit$$

>

本研究の一部は，平成 9 年度私立大学等経常費補助金「特別補助（地方の高等教育機関の活性化）」対象事業としての援助を受けた。

参考文献

1) D. Redfern: The Maple Handbook: Maple Ⅴ Release 4, Springer(1996)

2) 大黒 茂: Computer Algebra of Ordinary Differential Equations, 計測自動制御学会東北支部第 168 回研究集会資料 168-9, (1997)

3) S. Ohkuro: Ordinary Differential Equations by Maple, The Bulletin of Laboratory of Information and System Engineering, Hachinohe Institute of Technology（八戸工業大学 情報システム工学研究所 紀要），10，25/29(1998)

4) 尾崎 康弘，成田 小二郎，清野 大樹，大西 誠， 大黒 茂，佐野 公朗，藤岡 与周；マルチメディアを利用した理工系科目の教育方法の改革に関する研究（その２），八戸工業大学紀要，17，213/224(1998)

5) 森口 繁一，宇田川 銈久，一松 信: 数学公式Ⅰ，230/232，岩波書店(1981)