

可動範囲を指定した二重振り子の手動制御

Manual Control of the Two-link Pendulum with Movement Limitation

○陸翔杰*, 猪岡光*, 李雪梅**

○ Xiangjie Lu*, Hikaru Inooka*, Xuemei Li**

*東北大学, **重慶大学

*Tohoku University, **Chongqing University.

キーワード: シミュレーション (simulation), 手動制御 (manual control), 振り上げ (swing up), 位置制御 (position control), 振り子 (pendulum)

連絡先: 〒980-8579 仙台市青葉区字新荒巻青葉01 東北大学大学院 情報科学研究科 システム情報科学専攻 猪岡研究室

陸翔杰, Tel.: (022)217-7021, Fax.: (022)217-7019, E-mail: lu@control.is.tohoku.ac.jp

1. はじめに

人間は複雑な機械や自動車などの制御において、システムの動特性に関する情報が無い場合でも練習によって良好な制御を行う事が可能となる。これは、人間が優れた認識と学習能力を持っているためである。このような人間の能力を利用するのは、解析的な扱いが困難なシステムの制御を行う際の一つの解を得るために有効な手段である。

本研究では、解析的な扱いが困難な非線形システムの典型的な代表例である二重振り子の位置制御を取り上げる。特にここでは、ロボットアームなどのように回転に制限を設ける必要がある事を考えて、二重振り子の第二関節の回転範囲を指定する場合と指定しない場合に分けて、手動で第二関節にのみ駆動トルクを作用させ、重力場での二重振り子を倒立点まで振り上げて静止させる制御操作をシミュレータを用いて行う。そして人間のシ

ステムに対する位置制御特性に関する検討を行う。

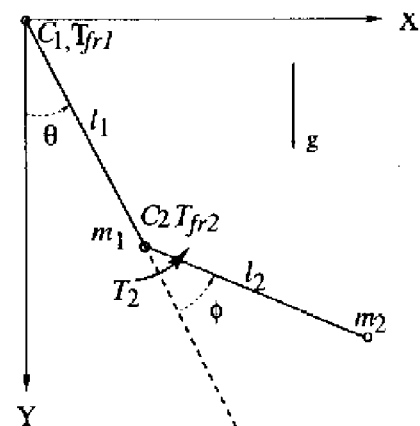


Fig. 1 垂直面二重振り子のモデル

2. 運動方程式

ここでは Fig 1 のように、垂直面内を運動し、第二関節にのみ駆動トルクが作用する二重振り子のモデルの運動方程式を求め、無次元化した形に導いておく。第一関節の回転角を θ , 第一リンク

に対する第二関節の相対回転角を ϕ とする。そして第一リンク、第二リンクの質量をそれぞれ m_1, m_2 、長さを l_1, l_2 とする。また、第二関節に加えられるトルクを T_2 とし、第一、第二軸の粘性減衰係数を c_1, c_2 、固体摩擦トルクを T_{fr1}, T_{fr2} とする。

固体摩擦には動摩擦と静摩擦の2種類がある。ここでは動摩擦トルクは摩擦トルクと静摩擦トルクの最大値が同一であると考え、このシステムの運動エネルギー E とポテンシャルエネルギー U は次のようになる。

$$E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_2\{l_2^2(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 2l_1l_2\dot{\theta}(\dot{\theta} + \dot{\phi})\cos\phi\} \quad (1)$$

$$U = m_1gl_1(1 - \cos\theta) + m_2g\{l_1(1 - \cos\theta) + l_2(1 - \cos\phi)\} \quad (2)$$

θ, ϕ に対してラグランジュ方程式を用いると運動方程式は次のように得られる。

$$\begin{aligned} & \{(m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2\cos\phi\}\ddot{\theta} \\ & + (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\phi)\ddot{\phi} \\ & - m_2l_1l_2\dot{\phi}(2\dot{\theta} + \dot{\phi})\sin\phi + c_1\dot{\theta} \\ & = T_{fr1} - (m_1 + m_2)gl_1\sin\theta \\ & - m_2gl_2\sin(\theta + \phi) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2\cos\phi)\ddot{\theta} + m_2l_2^2\ddot{\phi} + m_2l_1l_2\dot{\theta}^2\sin\phi \\ & = T_2 + T_{fr2} - m_2gl_2\sin(\theta + \phi) \end{aligned} \quad (4)$$

ただし

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{d\theta}{dt}, \quad \ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ \dot{\phi} &= \frac{d\phi}{dt}, \quad \ddot{\phi} = \frac{d^2\phi}{dt^2} \end{aligned}$$

である。ここで次の諸量を導入する

$$\tau = \omega t, \omega = \sqrt{\frac{g}{l_2}}, \kappa = \frac{m_1 + m_2}{m_2}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{l_1}{l_2}, \zeta_1 = \frac{\omega c_1}{m_2gl_2}, \zeta_2 = \frac{\omega c_2}{m_2gl_2} \\ \alpha_{fr} &= \frac{T_{fr1}}{m_2gl_2}, \beta_{fr} = \frac{T_{fr2}}{m_2gl_2}, \beta = \frac{T_2}{m_2gl_2} \end{aligned}$$

それぞれの記号は、 t : 時間, τ : 無次元時間, g : 重力加速度, κ : 両リンクの質量比 ($\kappa > 1$), λ : 両リンクの長さ比, ζ_1, ζ_2 : 第1, 第2軸の無次元粘性減衰係数, α_{fr}, β_{fr} : 第1, 第2軸の無次元固体摩擦トルク, β : 第2関節に加える無次元加振トルクである。これらを用いて運動方程式(3), (4)は無次元化され、

$$\begin{aligned} & (1 + \kappa\lambda^2 + 2\lambda\cos\phi)\ddot{\theta} + (1 + \lambda\cos\phi)\ddot{\phi} \\ & - \lambda\dot{\phi}(2\dot{\theta} + \dot{\phi})\sin\phi + \zeta_1\dot{\theta} \\ & = \alpha_{fr} - \kappa\lambda\sin\theta - \sin(\theta + \phi) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & (1 + \lambda\cos\phi)\ddot{\theta} + \ddot{\phi} + \lambda\dot{\theta}^2\sin\phi + \zeta_2\dot{\phi} \\ & = \beta + \beta_{fr} - \sin(\theta + \phi) \end{aligned} \quad (6)$$

となる。ただし、微分は無次元時間に関して行われる。

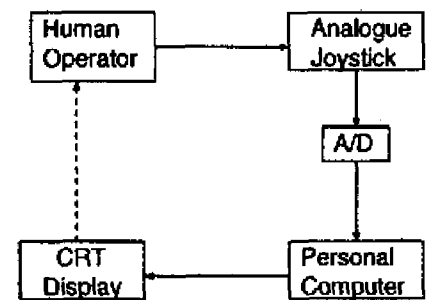


Fig. 2 シミュレータの構成

3. 実験装置と方法

3.1 シミュレータの構成

実験で使用したシミュレータの構成を Fig 2 に示す。実験者はポテンショメータを用いたアナログジョイスティックを操作し、その操作量は 12 bit の分解能を持つ A/D コンバータを経て、パーソナルコンピュータに取り入れられる。そして、ジョイスティックの操作量に対応するトルクを運動方

程式 (5), (6) に代入し, ルンゲクッタ法を用いて実時間で数値計算を行う。数値計算の刻み幅は $\tau = 0.01$ とした。計算された二重振り子の位置は, CRT ディスプレイ上に表される。実験者は, ディスプレイ上の二重振り子の動きを観察しながらジョイスティックを操作し, 目的の位置制御を試みる。また, 操縦者が行った制御操作を成功とみなす基準を両関節の角度および角度について設定し, その基準が満たされているかどうかを計算機が随時判断し, 成功と判断されたときは終了するようにしてある。

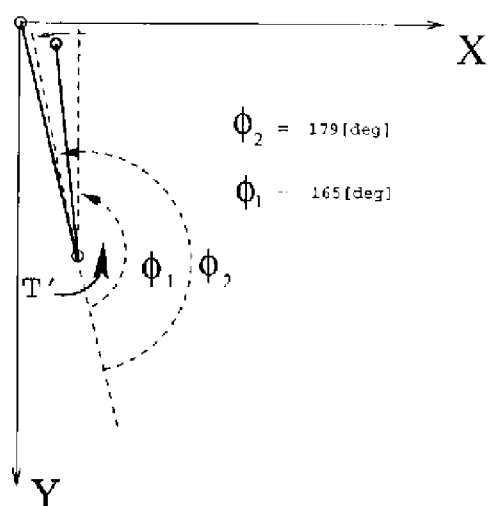


Fig. 3 第二関節の回転角度を指定する方法

Table 1 二重振り子の無次元量の値

ω	0.5
κ	2
λ	1.2
ζ_1	0
ζ_2	0
β	1.0
α_{fr}	0.2
β_{fr}	0.05

3.2 実験方法

本実験では, Table1 のようなパラメータを持つ垂直面二重振り子において, 第二関節の回転範囲を指定しない場合と指定をする場合に分けて, 二重振り子の振り上げ手動制御を行う。実験者は, 二重振り子を初期角度 $(\theta, \phi) = (0, 0)$ で静止している状態から目標角度 $(\pi, 0)$ (即ち, 垂直面二重振り子の倒立点) まで振り上げる実験を繰り返し行う。ただし, 第1, 第2 関節の目標角度からの偏差を次のように定義する。

$$e_1 = \theta - \pi$$

$$e_2 = \phi - 0$$

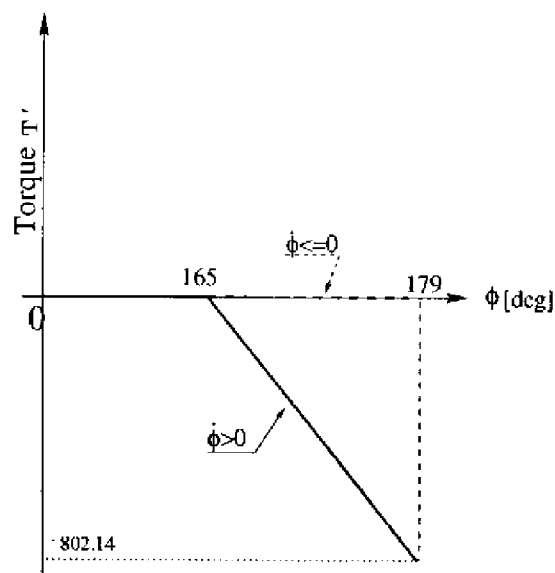


Fig. 4 第二関節の回転角度と反力トルクの関係 ($\phi_1 = 165^\circ, \phi_2 = 179^\circ$ の場合)

第二関節の回転範囲の指定がある場合, 第二関節の回転範囲は -179° から 179° までの間を回転するように回転角を指定して, 振り子の倒立点までの振り上げ実験を行った。

3.2.1 回転範囲の指定方法

回転範囲を指定する方法は多数考えられる。例えば二重振り子の運動方程式を数値的に解く際に, 二重振り子の回転角度の取り得る範囲を指定する方法などがある。本研究では簡単のため, 二重振り子の第二関節にブレーキ効果を持つ反力トルク

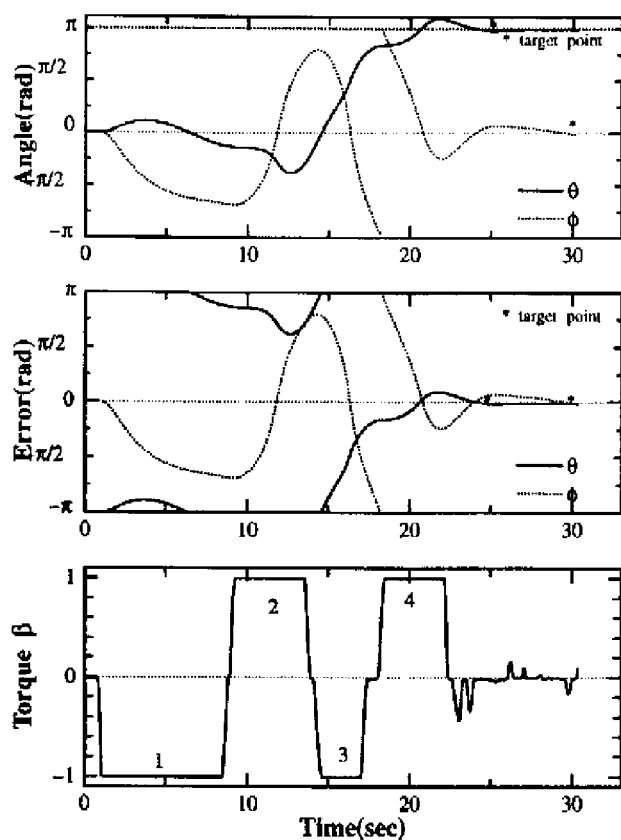


Fig. 5 第二関節の回転範囲を指定しない場合の成功例

をかける方法で回転角度を制限すること。

Fig3で示したように、二重振り子の第二関節の回転角度が、ある角度(本実験では -179 度 ~ 179 度)の範囲内で運動するように回転範囲を指定するためには、第二リンクの角度の絶対値 $|\phi|$ が、ある指定角度 ϕ_1 (本実験では 165 度)を超え、更に $|\phi|$ が ϕ_1 より大きくなるような角速度を持っているなら、第二リンクの角速度を減少させる方向にブレーキ効果を持つ反力トルク T' を第二関節に作用させる必要がある。実験より発生する反力トルク T' は、上で述べた条件を満たしているとき、以下の式に従って変化する必要があることが分かった。

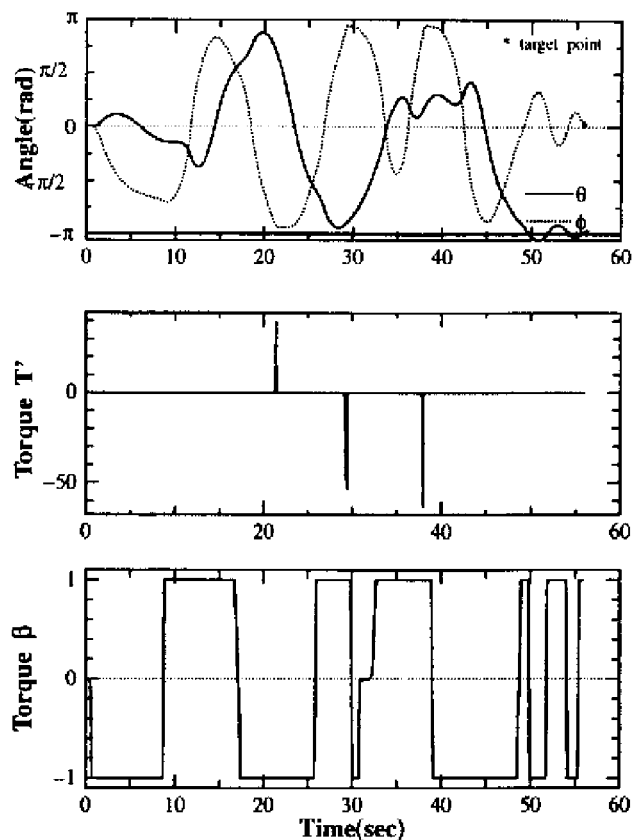


Fig. 6 第二関節の回転範囲を指定した場合の成功例

$$T' = -(|\phi| - \phi_1) \frac{180}{\pi} \quad (|\phi| > \phi_1) \quad (7)$$

ϕ は上の条件を満たすとき、第二関節に作用するトルクは人間の操作によるトルクと反力トルクの和となる。第二リンクの回転角度と反力トルクの間関係を Fig4に示す。

4. 実験結果および考察

Fig5は、第二関節の回転範囲を指定せずに二重振り子を倒立点で静止させた成功例である。垂直面内で二重振り子を倒立する時には重力の影響を受けるため、目標位置に到達させる十分なエネルギーを加える必要がある。そのため、図から分かる

ように、人間オペレータは4回のトルク切り替えを行っている。また、目標位置に静止する前に第一、第二リンクは目標位置を一回通り過ぎてから、再度目標位置に戻り、速度が小さくなることによって静止することがわかった。静止までの所要時間は約30秒であった。

Fig6は第二関節の回転範囲を指定した場合の手動制御の成功例である。回転範囲を指定していない場合と比べると、トルクの切り替え回数は明らかに多くなった、これは、回転角度が指定されているため、システムのエネルギーの蓄えが困難であるためと考えられる。倒立点までの振り上げに必要なエネルギーを蓄えるためには、成功例の角度図からわかるように、二重振り子の第一リンクと第二リンクの角度をお互いに反対方向に動かすようにする必要がある。また、倒立点で二重振り子の角速度を0の状態にするためには、倒立点の近傍において制動を加える方法と慣性で倒立点まで持って行く方法の二つがある。

反力トルクの時間履歴 Fig6より分かるように、反力トルクは二重振り子の第二関節の回転角度の絶対値 $|\phi|$ が ϕ_1 より大きくなる時に急に発生している。これは、二重振り子の第二関節の回転角度が指定範囲を超えないようにするためである。Fig7は第二関節の回転範囲を指定した場合の反力トルクの21秒から22秒までの拡大履歴である。

5. 結言

本研究では、非駆動関節を有する二重振り子の手動制御を行い、二重振り子の倒立点に関する位置制御について検討した。その結果より、二重振り子の位置制御について第二関節の回転範囲を指定した場合より回転範囲を指定しない方が位置制御しやすい。また人間は、本研究で取り上げた垂直面内での二重振り子の位置制御において、回転角度

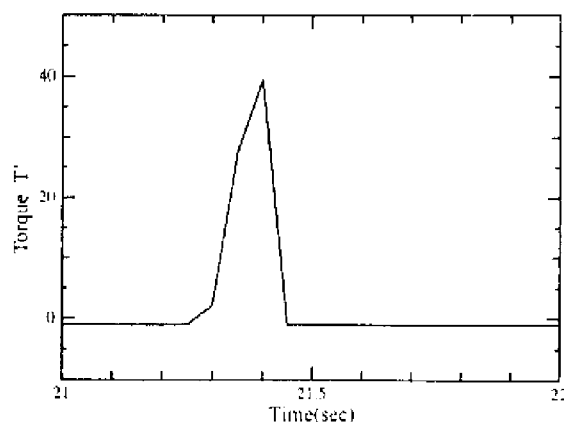


Fig. 7 第二関節の回転範囲を指定した場合の反力トルクの21秒から22秒までの拡大履歴図

指定の有無に関わらず、練習を行うことにより、二重振り子を倒立点で安定化させる事が可能である。

以上のことから人間は垂直面内での二重振り子振り子の安定化のように解析的な解の導出が困難で、システムの動特性に対する情報が無い場合でも、良好な制御を経験に基づいた学習により実現できると考えられる。

参考文献

- 1) 志藤, "非駆動関節を有する2リンクアームの位置制御に関する研究", 東北大学工学研究科機械工学専攻修士論文, 1995.
- 2) 李, 高橋, 柳, 猪岡, "トルクに制限がある場合の振り子の制御 (インテリジェントコントローラを用いた振り上げ制御)", Vol.58, No.556, pp.3621-3626, 1992
- 3) H.Inooka, Y.Shito, and K.Yu, "Manual Control of the Two-link Arm with a Free Joint", Proc. of the 1995 IEEE International Conference on Sys, Man and Cybernetics, pp 2324-2328, 1995.