

## 可変クロック駆動のM系列乱数発生器を用いた計数率可変ランダムパルサー

### Rate variable Random Pulser Based on Variable-Clock Driven Pseudo Random Bit Sequence Generator

○三浦幸紀, 五十嵐隆治, 岩谷幸雄, 坂田真人

○Koki Miura, Ryuji Igarasi, Yukio Iwaya, and Masato Sakata

秋田大学

Akita University

キーワード: 擬似ランダムビット列 (pseudo random bit sequence), 時間間隔分布  
(time interval distribution), ランダムパルサー (random pulser),  
カウンター (counter), ランダムパルス列 (random pulse train)

連絡先: 〒010-8502 秋田市手形学園町1-1 秋田大学 工学資源学部 電気電子工学科

通信工学研究室 三浦幸紀, Tel(018)889-2488, Fax(018)837-0406,

E-mail: km@rabbit.ee.akita-u.ac.jp

## 1. はじめに

アイントープから放出される放射線, 緩和過程における蛍光の発光現象, 機械的な破壊過程で主なるアコースティックエミッション, 絶縁材料の絶縁破壊過程で生ずる部分放電パルス, 生体からの電気信号等を検出した場合に得られる電気信号は, その時間間隔, 波高分布とも各々確率的な分布に従うランダムなパルス列となる. パルス列の持つ情報としては生起時刻, 波高, パルス幅, パルス面積などがある. 本研究で対象とするのは生起時刻及び波高がランダムなパルス列<sup>1)</sup>である.

これらのランダムパルス列を測定するパル

ス測定システムの点検・較正のためにはランダムパルス列を発生するパルス発生器 (ランダムパルサー: RP) を必要とする. 従来, ランダムパルス列を発生させる手段として, ハードウェアを用いる方法<sup>2) 3)</sup>と, ソフトウェア制御を主体とした方法<sup>4)</sup>が提案されている. ハードウェアを用いる方法としてはガウス雑音源の一定レベル以上の出力に注目する方法<sup>2)</sup>などがある. ハードウェアを用いた RP はソフトウェア制御を主体とした RP に比べて, より高発生率域まで動作可能であるという利点はあるものの, 任意の平均発生率の設定は困難であり, 雑音源の特性によって

はランダムさの再現性に問題がある場合もある。また、発生率が時間と共に変化する非定常過程を模擬し得るRPシステムの構築は非常に難しい。ソフトウェア制御を主体としたRPは任意発生率の設定が容易であり、且つ発生率が時間と共に変化するようなRPシステムの構築も容易である<sup>5)</sup>。しかし発生のためのアルゴリズム実行時間が介在するので高発生率のRPシステムの構築は困難である。本研究では、時変発生率の設定を可能とし且つ用いるハードウェアの性能上限値までの高発生率動作実現可能なRPシステムとして、パーソナルコンピュータ(PC)制御の擬似乱数列発生器(Pseudo Random Bit Sequence Generator: PRBSG)を用いたシステムを提案してみた。本研究での目標は

- I. 最小パルス間隔の、ハードウェア性能上限までの短縮
- II. 広範囲な平均発生率の設定
- III. 時間軸におけるポアソンランダム点の実現
- IV. 時変発生率の設定

である。以上の目標達成により、速い測定系の点検・較正が可能となるのみならず、種々のランダム現象のシミュレータ構築も可能となり、ランダム現象の測定・解析上有効な手段を提供できる。

I ならびに III は時間軸上のランダム点列を、シフトレジスタ(SR)を用いたPRBSG

で発生させることにより実現する。II ならびに IV は PRBSG を駆動するクロック周波数を、PC 制御により可変とすることで実現する。

## 2. PC 制御の RP システム

### 2. 1 システムの概要

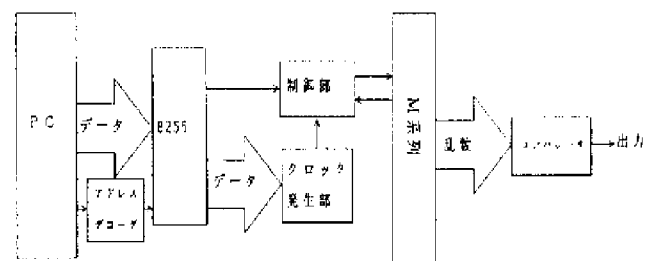


図1 ハードウェアランダムパルサーシステムのブロック図

本提案におけるRPのブロック図を図1に示す。パルス列の発生時刻決定には、SRを用いたM系列発生器とコンパレータ(CMP)により構成したPRBSGを用いる。また本システムでは時変発生率をを設定可能とするため、クロックの発生にはDirect Digital Synthesizer(DDS)を用いた。DDSとはデジタル制御により任意の周波数の正弦波を発生するユニットであり、これを整形することによりクロックパルスを得る。本研究ではDDSに市販品を用いた。

n 次のM系列発生器を動作させるには、M系列を構成するnビットのシフトレジスタに0でない初期値を与える必要がある。本システムでは、この初期値は、PCから付与できる。RPの発生率の設定は、発生率が一定及

び可変の両者ともPCで設定できる。また発生率が一定の場合には、発生率の手動設定が可能である。

本RPシステムの動作の概要は以下のようになる。まずM系列に0でない初期値を書き込み、次にこれをクロック入力待機の状態にする。クロック始動はPC制御により行う。この操作によりPRBSGが動作を開始し、時間軸上でのランダム点列すなわちランダムパルス列が生成される。このポアソンランダムなパルス列はn次M系列発生器で生成されるLタプル( $l \leq n$ )と並置したCMPの出力によって得られる。CMP設定値により、ランダムパルスの生起確率ならびに発生率を決定できる。M系列による乱数発生に関しては以下の2.2節で、またCMPを用いたランダムパルス列の発生に関しては2.3節で述べる。

## 2.2 ハードウェアによるTLP乱数の発生

M系列を用いた乱数発生法は種々報告されているが、そのほとんどがコンピュータのソフトウェア上でM系列を構築し一様乱数を発生させるものである。

nビットの2進数であらわすことのできる整数は0から $2^n - 1$ 個までの $2^n$ 個であるが、M系列では初期値に0を与えると動作せず、また0以外の初期値を与えて動作させても0が出てくることはない。いまn次のM系列を

与えるn段のシフトレジスタの値を1ステップ毎に取り出したn個の数値の組をnビットの2進数と見なす。これら1から $2^n - 1$ までの $2^n - 1$ 個の整数は1周期内に1度だけ出現する。ゆえにこの $2^n - 1$ 個の数は1周期内では一様分布する数となる。また、n次のM系列においてnビットの中のN( $N < n$ )ビットの系列に注目してみると、この系列は一様乱数になることをTausworthe<sup>6)</sup>が示した。いま次の様な数qを考える。すなわち

$$q \geq N \text{ 且つ, } q \text{ と } 2^n - 1 \text{ は互いに素} \quad (1)$$

であり、このqを用いて次のような数

$$y_k = 0.a_{kq-1}a_{kq-2} \cdots a_{kq-N} \quad (2)$$

を構成すると、この $y_k$ は0と1の間に一様に分布する数となる。このようにして発生した乱数はTausworthe系列とも呼ばれる。この方法は、1つの乱数を発生させるのにN回のM系列の発生を必要とするので、乱数の発生速度が遅く、これが欠点となる。

このTausworthe系列での欠点を改良したのがLewis & Payneの方法<sup>7)</sup>である。Lewis & Payneの方法で(2)式に相当するNビットの2進数の乱数を生成する場合には、原始3項式

$$f(x) = x^n + x^h + 1 \quad (3)$$

から発生されるM系列 $\{a_i\}$ を用いて以下のようになる。すなわち数列 $w_i$ を

$$w_0 = 0.a_0a_d a_{2d} \cdots a_{Nd}$$

$$w_1 = 0.a_1a_{d+1} a_{2d+1} \cdots a_{Nd+1}$$

⋮

$$w_i = 0.a_i a_{i+d} a_{2d+i} \cdots a_{Nd+i} \quad (4)$$

のように生成し、 $w_0, w_1 \cdots w_i$ の第1ビット目に $a_i$ を、第2ビット目には適当に選ばれた数 $d$ だけ第1ビットより遅れた $a_{i+d}$ を配置し、同様にして第 $N$ ビットまでを作る。これは、 $M$ 系列を $d$ 個ごとに $N$ 個サンプルしたものを少数点以下にならべていることになる。 $d$ が $2^n-1$ と互いに素であれば、 $M$ 系列を $d$ 個ごとにサンプルしたものは、やはり同じ次数の $M$ 系列になるから、 $w_i$ はTauswortheによる乱数と同じものである。つまり元の $M$ 系列より $d$ だけ遅れた系列を順次ならべた $N$ ビットは一様乱数となる。Lewis & Payneの方法による乱数は、 $d$ が周期 $2^n-1$ と素である限り一様性が保証されていて、この方法による乱数はTausworthe, Lewis & Payneの頭文字をとって特にTLP乱数とも呼ばれている。本システムで採用したPRBSGでは $n=31, d=13, N=10$ すなわち

$$f(x) = x^{31} + x^{13} + 1 \quad (5)$$

とした。図2に本システムで採用したPRBSGの原理図を示す。このPRBSGは31次の $M$ 系列ゆえ、その周期は $2^{31}-1 (=2147483647)$ である。また $N=10$ ゆえ、実際にRPに用いる乱数は1から $2^{10}$ 、すなわち1から1024の範囲での乱数となる。このPRBSGはSRとExclusive OR

(EOR)を用いたハードウェア構成とした。

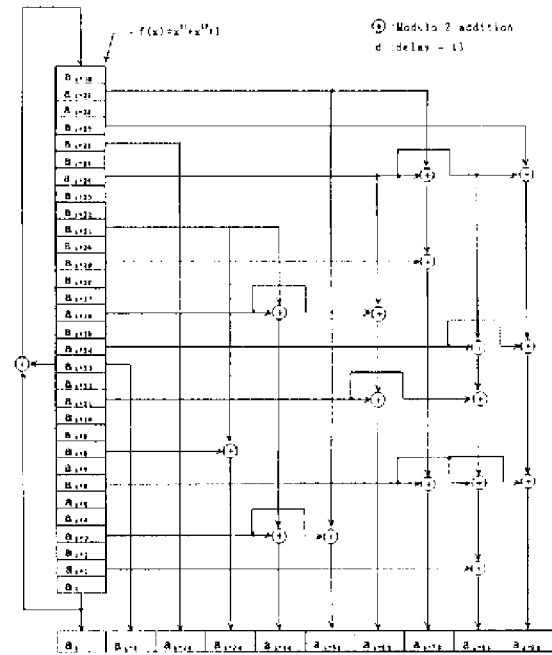


図2 遅れたM系列によりPRBSを得る方法

### 2.3 ランダムパルス列の発生

一定時間内に発生するパルスの数が、ポアソン分布に従うようなパルス列をポアソンランダムなパルス列と呼ぶことにする。ポアソンランダムなパルス列の時間間隔分布(Time Interval Distribution: TID)は指数分布に従う。本システムでは、PRBSGとCMPを並置し、このときのCMP出力を所望のパルス列とするPonikvarの方法<sup>3)</sup>を採用した。以下に詳述するように、この方法で得られるパルス列は、原理的には、2項ランダムなパルス列であるが、CMP設定値と(4)式の $N$ すなわちPRBSG長 $N$ が適当に選ばれていると、パルス列は近似的にポアソンランダムとなる。これは以下のように解釈される。

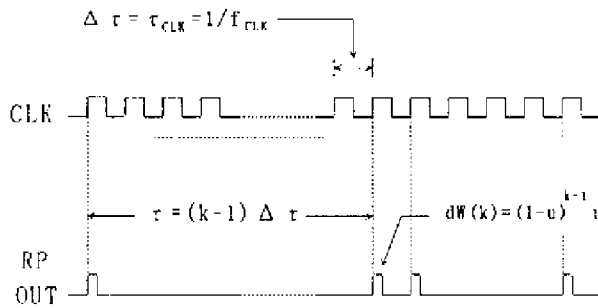
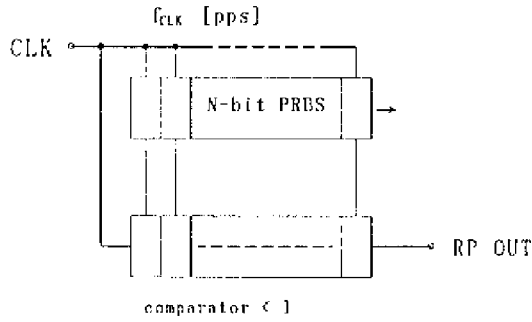


図3 PRBSGとComparatorの並置によりランダムパルス列を得るための概念図

いま、図3に示したPRBSGと並置するCMPの値を $l$ とし、 $l \ll 2^N$ とする。このときクロックの状態遷移によりパルスが出力される確率 $W(s)$ は

$$W(s) = l / 2^N = u \quad (6)$$

また、出力されない確率 $W(0)$ は(6)式の余事象を考えると、

$$W(0) = 1 - W(s) = 1 - u \quad (7)$$

$k$ クロック後にパルスが出力される確率

$dW(k)$ は

$$\begin{aligned} dW(k) &= W(0) \times \dots \times W(0) \times W(s) \\ &= (1-u)^{k-1} u \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $k$ の平均を $\langle k \rangle$ とすると

$$\langle k \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} kW(k) = \sum_{k=1}^{\infty} k(1-u)^{k-1} u \quad (9)$$

であるが、この(9)式中の $(1-u)$ を

$1-u = x$ と置くと

$$\begin{aligned} \langle k \rangle &= \sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1}(1-x) \\ &= (1-x) \sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1} \\ &= (1-x) \{1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} + \dots\} \end{aligned}$$

が得られ、以下の級数展開

$$\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1} + \dots$$

を利用することにより $\langle k \rangle$ は

$$\langle k \rangle = (1-x) \times \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{1}{1-x} = \frac{1}{u} = \frac{2^M}{l} \quad (10)$$

と求められる。

SRを駆動しているクロックの周波数を $f_{CLK}$ 、

周期を $\tau_{CLK}$ とすると

$$\tau_{CLK} = 1 / f_{CLK} \quad (11)$$

であり、時間間隔の平均 $\tau_M$ は(10)式の

$\langle k \rangle$ を用いて

$$\begin{aligned} \tau_M &= \tau_{CLK} \times \langle k \rangle \\ &= \tau_{CLK} \times 2^M / l \end{aligned}$$

と表せる。平均発生率 $f_0$ は

$$\begin{aligned} f_0 &= 1 / \tau_M \\ &= \frac{1}{\tau_{CLK}} \times \frac{l}{2^M} = \frac{u}{\tau_{CLK}} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。

いま、微小区間 $\Delta \tau$ について考える。

$$\Delta \tau \equiv \tau_{CLK} \quad (13)$$

とすると

$$f_0 = \frac{u}{\Delta \tau} \quad (14)$$

と書ける。 $\Delta \tau$ の間にパルスが入る確率 $p$ は

$$p = f_0 \Delta \tau = (u / \Delta \tau) \times \Delta \tau = u \quad (15)$$

また

$$(k-1)u = (k-1)f_0 \Delta \tau = f_0(k-1)\Delta \tau \quad (16)$$

であるから

$$(k-1)\Delta \tau \equiv \tau \quad (17)$$

とすると

$$(k-1)u = f_0 \tau \quad (18)$$

よって、(8)式に示した  $dW(k)$  は

$$\begin{aligned} dW(k) &= (1-u)^{k-1} u \\ &= \left[ \left\{ (1-u)^{\frac{1}{n}} \right\}^{-n} \right]^{k-1} u \\ &= e^{-f_0 \tau} f_0 \Delta \tau \\ &= f_0 e^{-f_0 \tau} \Delta \tau \\ &= dW(\tau) \end{aligned} \quad (19)$$

となり、図3に示したシステムから出力されるパルス列のTIDは近似的に指数分布に従うことがわかる。

## 2. 4 発生率の制御

本システムではPCからDDSにコントロールデータを送ることにより、SRの駆動クロックを変化させることができる。PC内蔵のタイマーを用いることにより一定時間  $t_c$  毎に  $f_{CLK}$  の設定値変更が可能となる。このアルゴリズムを図4に示す。この操作により(12)式の  $f_0$  に従った形でRPの時変発生率設定ができる。実測データに基づいた  $f_0$  の設定が可能である場合、本システムは当該現象のシミュレータとしても機能し得る。当該現象の変化時間  $T_c$  に比較して  $t_c \ll T_c$  とな

るように  $t_c$  を設定すれば、時変発生率を有する現象のシミュレータとしては十分な性能を有していると判断できる。

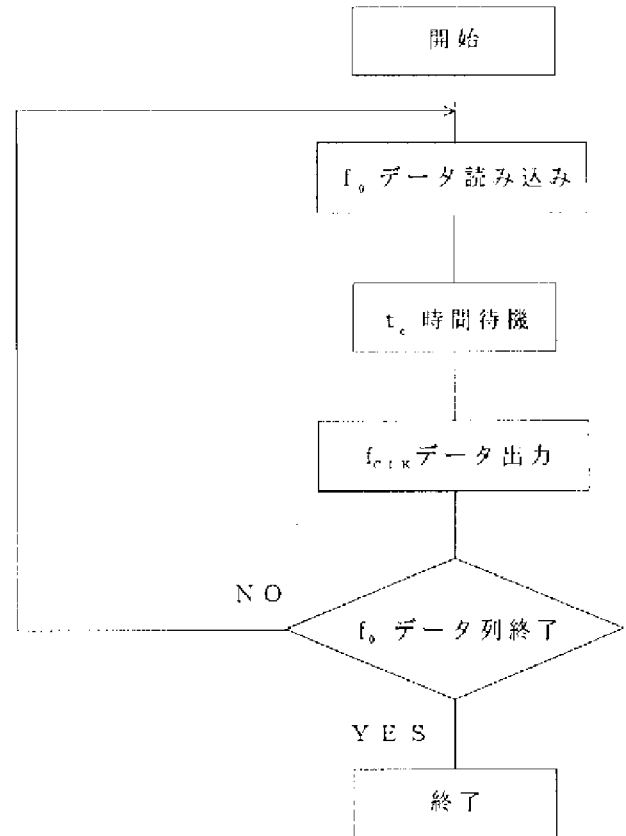


図4 時変発生率の設定を実現するためのアルゴリズム

## 3. 結果ならびに検討

本RPはPRBSGとCMPを用いて時間軸上でのランダム点を生成するシステムである。これにより生成されるランダムパルス列は近似的にポアソンランダムなパルス列となる。ポアソンランダムなパルス列におけるTIDは(19)式に示したように、近似的な指数分布となる。以下に、実際に本RPにより得られたパルス列のTIDについて述べる。また本RPでは発生率  $f_0$  が時間と共に変化するようなRPも実現可能なので、この時変

発生率付与時の結果についても述べる。さらに本RPでは、実測データに基いた時変発生率設定が可能ゆえ、その実例についても言及する。

### 3. 1 理論発生率と実測発生率

本RP動作時の平均発生率  $f_0$  は(12)式により求められ

$$f_0 = f_{CLK} \times u$$

である。ただし  $f_{CLK}$  は図1に示したDDSから出力されるクロック周波数で、本システムでは1~16.8 Mppsで可変である。また  $u$  は図3に示したCMPの設定値  $l$  とPRBS長  $N$  が決められれば(16)式

$$u = l/2^N$$

で求められる。

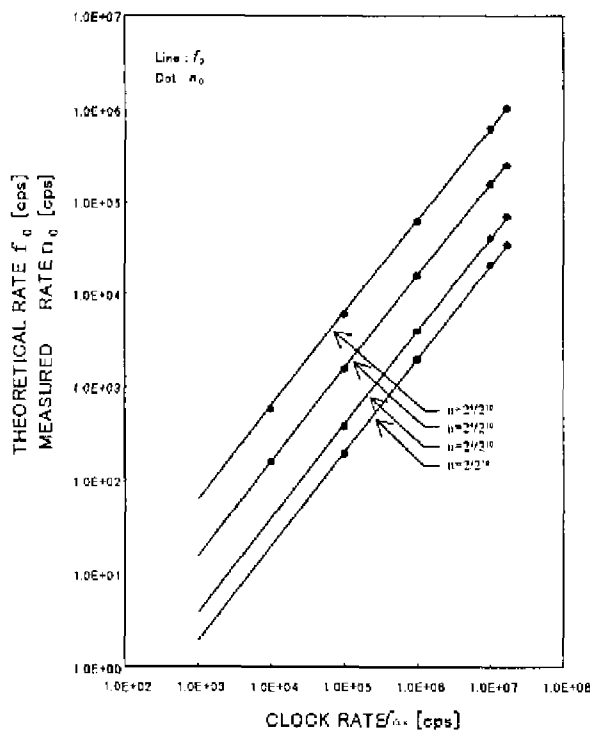


図5 理論計数率と実測計数率の比較

$f_0$  を理論発生率とし、このとき得られる発生率を実測発生率  $n_0$  とする。  $l$  を各々 2,

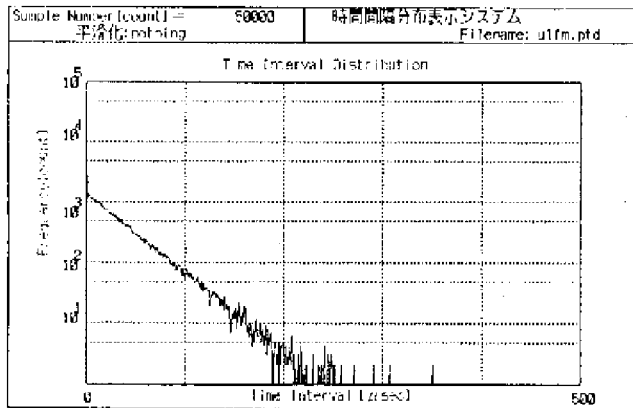
$2^2$ ,  $2^4$ ,  $2^6$  とし、  $f_{CLK}$  を変えたときの  $f_0$  と  $n_0$  を図5に示す。これにより実測値と理論値は一致していることがわかる。  $f_0$  は平均発生率ゆえ多数回測定したときの  $n_0$  は変動する。図5は  $f_0 =$ 一定で、  $f_0$  が時間と共に変化しない条件下での実測結果ゆえ、  $n_0$  の変動が  $[f_0 - \sqrt{f_0}, f_0 + \sqrt{f_0}]$  の区間に入るか否かを調べてみた。その結果  $n_0$  がこの変動範囲にあることが確認された。これは、本RPからの出力パルス列が、ポアソンランダムなパルス列であることを示唆している。

### 3. 2 一定発生率モードでのTID

2.3で述べたように、ポアソンランダムなパルス列におけるパルス間隔の分布、すなわちTIDは指数分布になる。もちろん本RPでは、(19)式からもわかるように、近似的な指数分布である。種々の  $f_0$  に対し得られたTIDを図6に示す。図6からは、今回採用したいずれの  $u$  に対してもTIDが指数分布と見なせる。実際これらの結果を用いて  $\chi^2$  検定を試みたところ、いずれのTIDも有意水準1%で指数分布と見なせることが確認できた。(12)式から分かるように  $f_0$  はクロック周波数  $f_{CLK}$  ないしはCMP設定値  $l$  のいずれでも変化させ得る。図6は  $f_{CLK} = 1.68 \times 10^6$  ppsとして  $u$  を各々  $2/2^{10}$ ,  $2^2/2^{10}$ ,  $2^4/2^{10}$ ,  $2^6/2^{10}$  と変えた場合の結果で、図6の(a)が  $u=2/2^{10}$ , (b)が  $u=2^2/2^{10}$ , (c)が  $u=2^4/2^{10}$ , (d)が  $u=2^6/2^{10}$  の場合のTIDである。

$$f_{CLK} = 16.8 \times 10^6 \text{ pps}$$

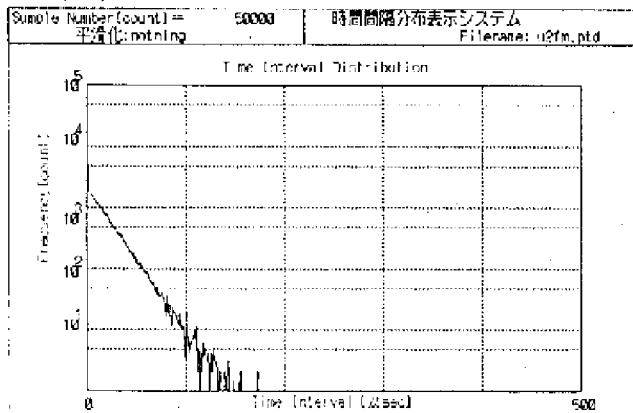
(a)



$$f_0 = 3.28 \times 10^4 \text{ pps}$$

$$u = 2 / 2^{10} = 1.95 \times 10^{-3}$$

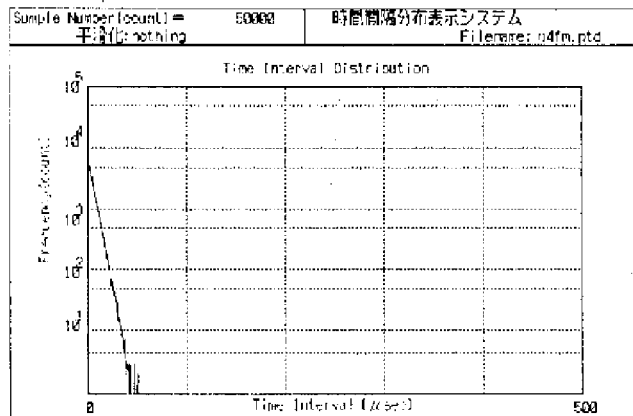
(b)



$$f_0 = 6.55 \times 10^4 \text{ pps}$$

$$u = 2^2 / 2^{10} = 3.91 \times 10^{-3}$$

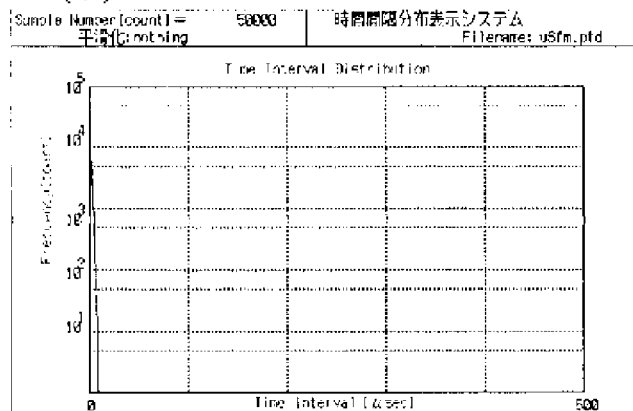
(c)



$$f_0 = 2.62 \times 10^5 \text{ pps}$$

$$u = 2^4 / 2^{10} = 1.56 \times 10^{-2}$$

(d)



$$f_0 = 1.05 \times 10^6 \text{ pps}$$

$$u = 2^6 / 2^{10} = 6.25 \times 10^{-2}$$

図6 種々の平均発生率設定に対し得られたTID



本RPの $f_0$ は $f_{CLK}$ ,  $u$ のいずれかで決めても不都合はないはずで、図5ならびに図6に示した結果はこのことを保証している。

### 3.3 時変発生率の付与

本RPでは2.4に述べたように、PCからの制御により、時変発生率の設定が可能である。また $f_{CLK}$ のダイナミックレンジは $1 \sim 1.68 \times 10^7$  ppsと広い範囲にわたり時間と共に変化させ得ることが期待できる。本システムでは図4に示した $t_c$ をPCから制御できる。

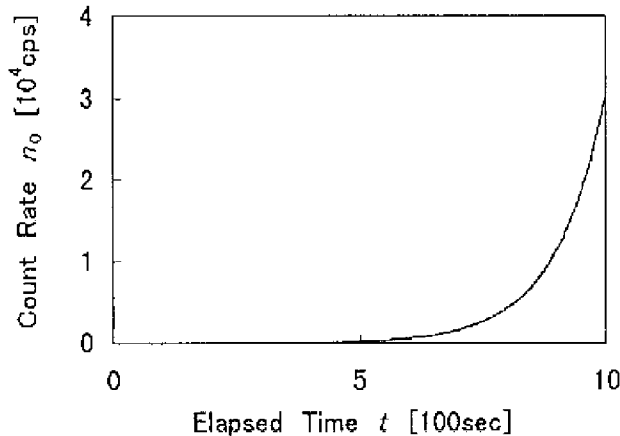


図7 時変発生率設定時のRPの応用例  
例として $t_c=1$  secとして時変発生率を設定した場合の測定結果を図7に示す。

### 3.4 シミュレータRPとしての応用

2.4にも既に述べたように、現象の変化時間 $T_c$ に比べて $t_c$ が非常に短い場合、すなわち $t_c \ll T_c$ の場合には、本RPで当該現象を模擬し得る。これは本RPが、ランダムパルス列シミュレータとしても用いることが可能なことを意味している。図8にシミュレータとして用いた場合の例を示す。図8-(a)は絶縁材料の絶縁劣化過程で発生する部分放電

パルス列の発生率 $f_0$ の変化の実測例であり、図8-(b)は本RPをシミュレータとして動作させたときの時変発生率 $n_0$ の例である。両者とも一致していることが、これらの図よりわかる。

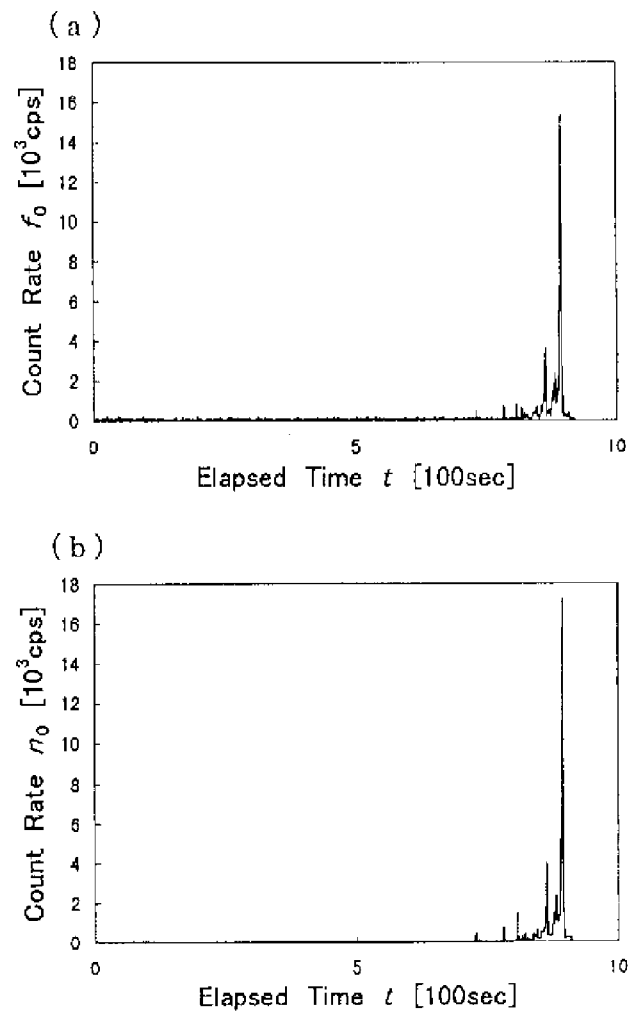


図8 ランダムパルス列シミュレータとしてRPを動作させた例。 $f_0$ は絶縁材料の破壊過程で観測される部分放電パルス列データにより設定した値。

このような現象を監視するパルス測定系の点検・較正に、実際の試料からのパルス信号を用いるのは非実際的である。一方 $f_0$ 一定としか設定できないRPでは、時変発生率

を有するパルス列入力時の測定系の点検・較正は不可能である。本RPシステムではこのような不都合を解消でき、融通性の高いランダムパルス列シミュレータとしても十分に活用できるものと判断する。

#### 4. 結論

本RPでは、ハードウェア構成とすることにより、ソフトウェア制御のRPよりも高速な動作が可能となった。最小パルス間隔は採用したハードウェアの上限値である60 nsまで実現でき、速い測定系の点検・較正にも十分使用し得るものとなった。クロック部に0~16,777,215 Hz, 周波数分解能 1 HzのDDSを組み込むことによって、この範囲のクロック周波数での動作が可能となった。これにより、高分解能の発生率設定が実現できた。さらにDDSをPC制御することにより時変発生率の設定も可能となり非定常なランダム過程もシミュレートできた。すなわちランダムパルス列シミュレータとしても機能し得る。より優れた測定系の点検・較正用RPの実現ならびに、実在パルス列シミュレータの構築のためには、任意の波高分布も付与できるようなRPシステムの考案が必要となる。このようなRPシステムに関しては現在検討中である。

#### 参考文献

- 1) See, for example, G.F.Knoll: *Radiation Detection and Measurement*, 79/103, John Wiley & Sons (1979)
- 2) G.White: A Random Pulse Generator, *Nucl. Instrum. & Methods*, 123, 575/578 (1975)
- 3) Dusan Ponikvar: Generator of Pseudo Random Pules, *Nucl. Instrum. & Methhods*, B83, 295/299 (1993)
- 4) R.E.Abdel-Aal: A Versatile Programmable CAMAC Random Pulse Generator, *Nucl. Instrum. & Methods*, A309, 331/338 (1991)
- 5) R. Igarashi, H. Funaki, T. Yukawa, Y. Iwaya, and M. Sakata: Software Random Pulser for Use in a Laboratory, *Conf. Proc. 1994 IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (Hamamatsu, Japan) THP1-20*, 1119/1122 (1994)
- 6) R.C.Tausworthe: Random Numbers Generated by Linear Recurrence Modulo two, *Math. Comp.*, 19, 201/209 (1965)
- 7) T.G.Lewis and W.H.Payne: Generalized Feedback Sift Register Pseudorandom Number Algorithm, 20-3, 456/468 (1973)