

2自由度最適1型サーボ系のフィードバック特性の改善

Improvement of feedback properties of two-degree-of-freedom optimal type-1 servo system

○平沼雅裕*, 長縄 明大*, 平元 和彦**, 愛田 一雄*, 大日方 五郎**, 土岐 仁**

○Masahiro Hiranuma*, Akihiro Naganawa*, Kazuhiko Hiramoto**,
Kazuo Aida*, Goro Obinata** and Hitoshi Doki**

*新潟大学, **秋田大学

*Niigata University, **Akita University

キーワード : デジタル制御 (digital control), *LQI* 法 (linear quadratic integral method),
2自由度1型サーボ系 (two-degree-of-freedom type-1 servo system),
Youla パラメトリゼーション (*Youla* parametrization), 凸最適化
(convex optimization)

連絡先 : 〒950-2181 新潟市五十嵐2の町 8050 番地 新潟大学大学院自然科学研究科
平沼 雅裕, Tel : (025)262-7019

1.はじめに

近年, Fig.1に示す *LQI* 法に基づく2自由度最適1型サーボ系の研究がなされている¹⁾⁶⁾. 長縄ら¹⁾は, このサーボ系に関する実験的考察を行い, 次の結果を得た. 積分ゲイン \tilde{J} を大きくした場合, 低周波領域での感度特性が低くなるため, 制御対象入力側に混入する外乱 $d_1(t)$ の影響は抑制される. しかし, この場合, 観測雑音 $n_f(t)$ から操作量 $u(t)$ までの伝達関数の高周波領域のゲインが大きくなるため, 操作量 $u(t)$ に観測雑音 $n_f(t)$ の影響が大きく現れる. このため, *LQI* 法に基づく2自由度1型サー

ボ系では, 積分ゲイン \tilde{J} により, 感度特性と観測雑音 $n_f(t)$ が操作量 $u(t)$ に与える影響のトレードオフを図る必要がある.

一方, 制御対象を安定化する全てのコントローラのクラス (*Youla* パラメトリゼーション) は, パラメトライズされたフリーパラメータが安定なら制御系の安定性は保証され, また, 閉ループ系の伝達関数がフリーパラメータに関してアフィンになる特徴を有する. 本研究では, 2自由度1型サーボ系に, Guoら⁷⁾によって提案された積分型コントローラのパラメトリゼーションを応用する. 本手法と Guoらの違い

$-u(t)$ までの伝達関数 $C_I(z)$ の既約分解を次式のように定義する.

$$P(z) = N(z)D^{-1}(z) = \tilde{D}^{-1}(z)\tilde{N}(z) \quad (7)$$

$$C_I(z) = Y(z)X^{-1}(z) = \tilde{X}^{-1}(z)\tilde{Y}(z) \quad (8)$$

$N(z), D(z), \tilde{N}(z), \tilde{D}(z),$

$$X(z), Y(z), \tilde{X}(z), \tilde{Y}(z) \in RH_\infty$$

ここで, RH_∞ は, 安定プロパな実有理関数の集合を表す. (7), (8) 式の既約因子は, (9) 式の *Bezout* 方程式を満足するように, (10) ~ (17) 式のように求めることができる.

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}(z) & \tilde{Y}(z) \\ -\tilde{N}(z) & \tilde{D}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D(z) & -Y(z) \\ N(z) & X(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$N(z) = C(zI - A + BF)^{-1}B \quad (10)$$

$$D(z) = I - F(zI - A + BF)^{-1}B \quad (11)$$

$$\tilde{N}(z) = C(zI - A + KC)^{-1}B \quad (12)$$

$$\tilde{D}(z) = I - C(zI - A + KC)^{-1}K \quad (13)$$

$$X(z) = (z-1)(z-\xi)^{-1}[I + C(zI - A + BF)^{-1}\tilde{T}] \quad (14)$$

$$Y(z) = (z-\xi)^{-1}[\tilde{L} + (z-1)F(zI - A + BF)^{-1}\tilde{T}] \quad (15)$$

$$\tilde{X}(z) = (z-1)(z-\xi)^{-1}[I + \tilde{H}(zI - A + KC)^{-1}B] \quad (16)$$

$$\tilde{Y}(z) = (z-\xi)^{-1}[\tilde{J} + (z-1)\tilde{H}(zI - A + KC)^{-1}K] \quad (17)$$

ここで,

$$\tilde{T} = K + (1-\xi)(I - A + KC)^{-1}BL \quad (18)$$

$$\tilde{L} = (1-\xi)[C(I - A + KC)^{-1}B]^{-1} \quad (19)$$

$$\tilde{H} = F + \tilde{J}C(I - A + BF)^{-1} \quad (20)$$

(1), (2) 式の制御対象 $P(z)$ を安定化するコント

ローラのパラメトリゼーションを, 次式により与える?

$$u(t) = \begin{bmatrix} C_T(z) & -C_I(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \tilde{F}r(t) \quad (21)$$

ここで,

$$C_T(z) = (\tilde{X}(z) - Q_2(z)\tilde{N}(z))^{-1} \times (\tilde{Y}(z) + Q_1(z)\tilde{D}_R(z)) \quad (22)$$

$$C_I(z) = (\tilde{X}(z) - Q_2(z)\tilde{N}(z))^{-1} \times (\tilde{Y}(z) + Q_2(z)\tilde{D}(z)) \quad (23)$$

$$\tilde{D}_R(z) = z^{-1}(z-1)I \quad (24)$$

であり, $Q_1(z), Q_2(z)$ は RH_∞ に属するフリーパラメータを表わす.

$Q_1(z), Q_2(z)$ を (25), (26) 式のように仮定

し, (21) 式を (27) 式のように書き換えると,

$$Q_1(z) = z^{-1}Q_F(z) \quad (25)$$

$$Q_2(z) = z^{-1}(z-\xi)^{-1}(z-1)Q_{FB}(z) \quad (26)$$

$$Q_F(z), Q_{FB}(z) \in RH_\infty$$

$$\begin{aligned} u(t) = & \tilde{F}r - F\hat{x}(t) + \tilde{J}[s(t) - \tilde{E}\hat{x}(t)] \\ & - z^{-1}Q_{FB}(z)[y(t) - C\hat{x}(t)] \\ & + Q_{FF}(z)r \end{aligned} \quad (27)$$

ここで, $Q_{FF}(z)$ は RH_∞ に属するフリーパラメータであり, (28) 式で与えられる.

$$Q_{FF}(z) = Q_F(z) + zH(zI - A + KC)^{-1}B \quad (28)$$

このとき, 制御系のブロック線図は, Fig.2 のようになる.

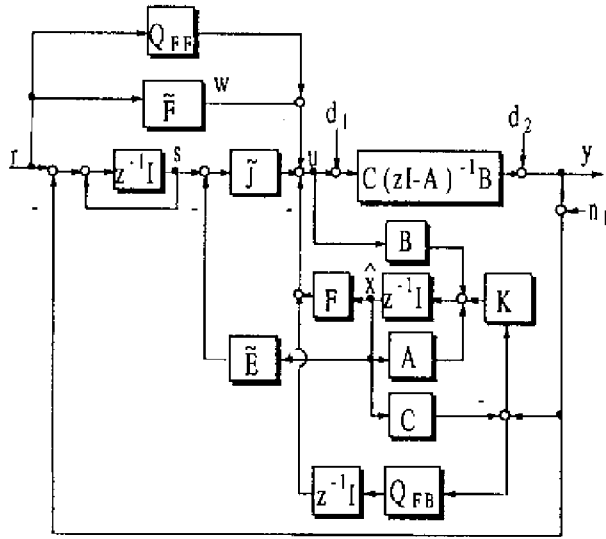


Fig.2 Control system with parameter Q_{FF} and Q_{FB}

この制御系の目標値 $r(t)$ から $y(t)$ への伝達関数 $G_{yr}(z)$ は、

$$G_{yr}(z) = \frac{z - \xi}{z - \xi} C(zI - A + BF)^{-1} B \times [(C(I - A + BF)^{-1} B)^{-1} + (z - \xi)^{-1}(z - 1)Q_{FF}(z)] \quad (29)$$

となり、 $Q_{FF}(z) = 0$ のとき、(6) 式と一致する。 $Q_{FF}(z)$ は目標値応答を改善することができるパラメータで、一般化予測制御法⁹⁾などにより、目標値追従性を向上できる(この場合、目標値応答の最適性は失われる)。また、

$Q_{FB}(z)$ は、フィードバック特性を改善するために利用できるパラメータで、本稿では $Q_{FB}(z)$ を用いて先のトレードオフ問題を解決する方法について検討する。Fig.2の制御系の

制御対象入力側の感度関数 $S_i(z)$ 、観測雑音 $n_1(t)$ から操作量 $u(t)$ までの伝達関数 $G_{un}(z)$ はそれぞれ(30), (31) 式のようにする。

$$S_i(z) = D(z)(\tilde{X}(z) - Q_2(z)\tilde{N}(z)) \quad (30)$$

$$G_{un}(z) = -D(z)(\tilde{Y}(z) + Q_2(z)\tilde{D}(z)) \quad (31)$$

4. $Q_{FB}(z)$ の設計法

評価関数 φ として次式のような H_∞ ノルムを用いる。

$$\varphi = \inf \left\| \begin{bmatrix} W_1(z)S_i(z) \\ W_2(z)G_{un}(z) \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (32)$$

ここで、 $W_1(z), W_2(z)$ は重み関数である。3. のパラメトリゼーションを用いると、(32) 式は、次のように書き直すことができる。

$$\varphi = \inf \|H(z)\|_\infty \quad (33)$$

ここで、

$$H(z) = \begin{bmatrix} W_1(z)S_i(z) \\ W_2(z)G_{un}(z) \end{bmatrix} = T_1(z) + T_2(z)Q_I(z)T_3(z) \quad (34)$$

であり、 $T_1(z), T_2(z), T_3(z), Q_I(z)$ は以下のように表すことができる。

$$T_1(z) = \begin{bmatrix} W(z)D(z)\tilde{X}(z) \\ -W_2(z)D(z)\tilde{Y}(z) \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$T_2(z) = \begin{bmatrix} -(z - \xi)^{-1}(z - 1)W_1(z)D(z) & 0 \\ 0 & -(z - \xi)^{-1}(z - 1)W_2(z)D(z) \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$T_3(z) = \begin{bmatrix} \tilde{N} \\ \tilde{D} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$Q_I(z) = z^{-1}Q_{FB}(z) \quad (38)$$

(34) 式は、制御仕様を表す関数が評価関数に対して凸ならば、パラメータ $Q_I(z) \in RH_\infty$ に対しても凸になることを示している。しかし、このままでは、無限次元のパラメータ空間 RH_∞ を探索しなければならない。Boyd らは、これを有限次元の凸解析問題に帰着するために

適当な列 $\tilde{Q}_k(z) \in RH_\infty (k=1, \dots, N)$ を用いて,

$$R_0(z) := T_1(z) \quad (39)$$

$$R_k(z) := T_2(z)\tilde{Q}_k(z)T_3(z) \quad (40)$$

と定義し, 評価関数を

$$H_N(a) = R_0(z) + \sum_{k=1}^N a_k R_k(z) \quad a_k \in R \quad (41)$$

の形で表わされる有限次元空間に制限した (Ritz Approximation)¹⁰⁾. ここで, フリーパラメータ $Q_f(z)$ を FIR フィルタによって表現し,

$$Q_f(z) = \sum_{k=1}^N a_k \tilde{Q}_k(z) := \sum_{k=1}^N a_k z^{-k} \quad (42)$$

とする. 仕様とパラメータ $a := [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$ の関係を表わす関数

$$\varphi(a) := \phi(H_N(a)) \quad (43)$$

を, 変数 (a_1, a_2, \dots, a_N) に関して楕円体法¹⁰⁾を用いて最適化を行う. この場合, $a \in R^N$ が補償器の設計パラメータとなっている¹¹⁾.

5. 設計例¹⁾

制御対象 $P(s)$ は, Fig.3 に示す 2 段にカスケード結合されたタンクシステムとする. タンクの断面積は, 下のタンクが $A_1 = 144 [cm^2]$, 上のタンクが $A_2 = 85 [cm^2]$ である. 図中の $u_r(t)$ は流量制御部への指令信号, 操作量 $u(t)$ は電磁流量計で計測される水の量, $y(t) = x_1(t)$ は下のタンクの水位を表わす.

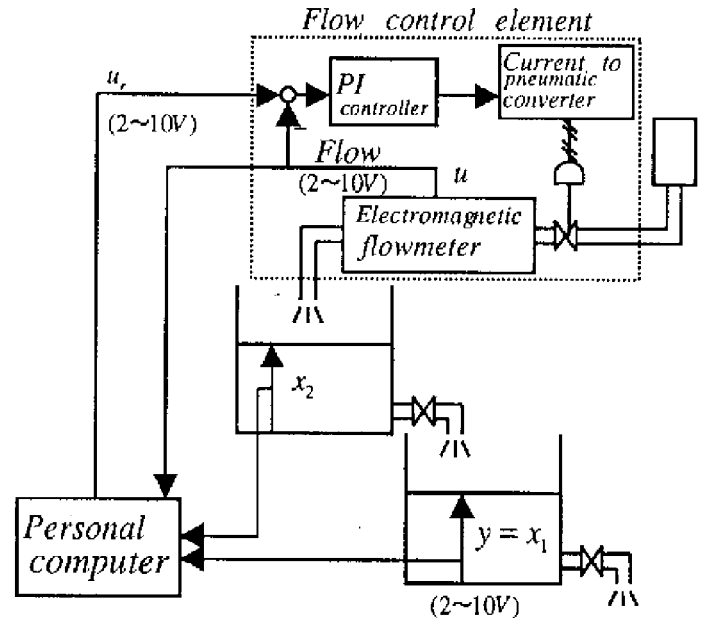


Fig.3 The schematic diagram of the experimental system

はじめに, ノミナルプラント $P(z)$ を決定するため, 各タンクの時定数を測定した. その結果, 下のタンクの時定数が $T_1 = 90[s]$, 上のタンクが $T_2 = 55[s]$ であった. 流量制御部のダイナミクスを無視すると, この制御対象 $P(s)$ の状態方程式は, 次式で表わされる.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & a_3 \\ 0 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) \quad (44)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (45)$$

ただし,

$$a_1 = 0.0111, a_2 = 0.0182, a_3 = 0.0110, \\ b = 0.0531$$

この制御対象 $P(s)$ をサンプリング時間 $\tau = 1[s]$ で離散化したものをノミナルプラント $P(z)$ とした. ノミナルプラント $P(z)$ に対して最適レギュレータゲイン F は, 次の評価関数を最小にするように, $\rho = 10^{-1}, Q = 1$ として設計した.

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} [y'(t)Qy(t) + \rho u'(t)u(t)] \quad (46)$$

また、カルマンフィルタは、外乱の共分散行列を BB' 、観測雑音の分散 $\sigma = 10^{-3}$ で設計した。

(4) 式で表わされる積分ゲイン \tilde{J} は ξ を $0 \leq \xi \leq 0.96$ のパラメータとして変化させることで、大きさを変えることが出来る。パラメータ ξ を 0, 0.8, 0.96 とした場合

($Q_{FB}(z) > 0$)、感度特性 $S_i(z)$ を Fig.4 に、また、観測雑音 $n_l(t)$ から操作量 $u(t)$ までの伝達関数 $G_{um}(z)$ のゲイン特性を Fig.5 に示す。

本稿では、 $\xi = 0.96$ とした場合の、観測雑音 $n_l(t)$ から操作量 $u(t)$ までの伝達関数 $G_{um}(z)$ の高周波領域のゲイン特性をあまり劣化させることなく、制御対象入力側の感度関数 $S_i(z)$ の低周波領域でのゲイン特性を低くすることを設計目的とする。これを実現するため、次に示す $W_1(s), W_2(s)$ をサンプリング時間 $\tau = 1 [s]$ で離散化したものを重み関数とした。

$$W_1(s) = \frac{0.8(10s+1)}{s^2 + 2 \times 0.005s + (0.005)^2} \quad (47)$$

$$W_2(s) = \frac{s+0.1}{7(s+1)} \quad (48)$$

また、FIR フィルタの次数は $N = 10$ とした。

以上の設定の下に、楕円体法を用いて、フリーパラメータ $Q_{FB}(z)$ の最適化を行った。

Fig.4 より、設計後の感度関数のゲイン特性は重み関数 $W_1(z)$ よりも低くなっている。

(37) 式の評価関数が、

$$\varphi = \inf \|H(z)\|_{\infty} < 1 \quad (49)$$

となった場合、最適化を行った後の制御系のゲ

イン特性は、重み関数より低くなる。しかし、本稿で行った設計では、試行を繰り返すことにより最小値 $\varphi = 1.04$ となった後、評価関数 φ の値は発散していき、(49) 式を満たす $Q_{FB}(z)$ は得られなかった。 $\varphi = 1.04$ のときのゲイン特性を Fig.4, Fig.5 中の $H(z)$ で示す。

Fig.4 の感度特性より、設計後のゲイン特性は、重み関数 $W_1(z)$ より低くなっているが、Fig.5 の $G_{um}(z)$ のゲイン特性は、重み関数 $W_2(z)$ より、ゲインが高くなっている周波数が見られる。しかし、この場合の感度特性は、 $Q_{FB}(z) = 0$ の場合の $\xi = 0.96$ と比較して、ゲイン特性が改善されたとはいえない。そこで、 $W_1(z)$ は、(47) 式の時より低周波領域のゲインをおさえるため、次式に変更し最適化を行った。

$$\tilde{W}_1(s) = \frac{1.2(10s+1)}{s^2 + 2 \times 0.005s + (0.005)^2} \quad (50)$$

しかしこの場合も、(49) 式を満たす $Q_{FB}(z)$ は得られなかった。最小値 $\varphi = 1.34$ となった場合のゲイン特性を Fig.6, Fig.7 に示す。Fig.6 より、低周波領域の感度特性は、重み関数 $\tilde{W}_1(z)$ よりゲインが高くなっているが、Fig.4 よりおさえられている。しかし、この場合の $G_{um}(z)$ の高周波領域のゲイン特性は、Fig.5 より劣化しているのがわかる。以上の結果、FIR フィルタの次数 $N = 10$ の場合、楕円体法により、 $Q_{FB}(z)$ の最適化を行い $\xi = 0.96$ の感度特性を低くおさえようとする、 $G_{um}(z)$ の特性が劣化してしまうといえる。

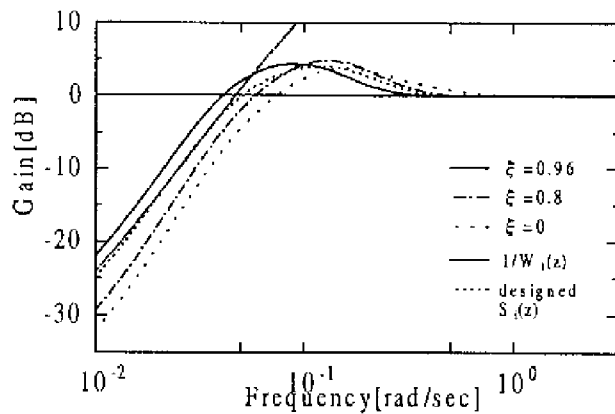


Fig. 4 Gain plots of sensitivity function $S_1(z)$ after optimized by using $W_1(z)$

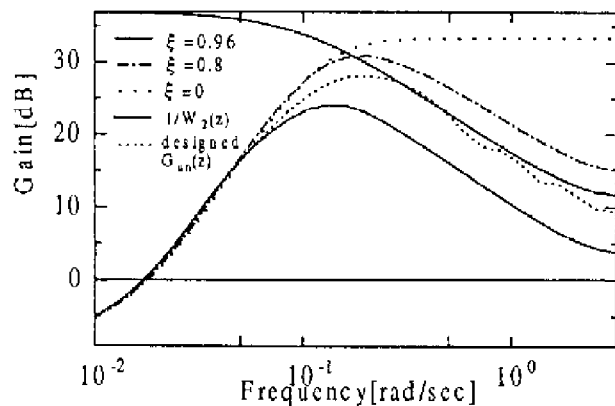


Fig. 5 Gain plots of transfer function $G_{un}(z)$

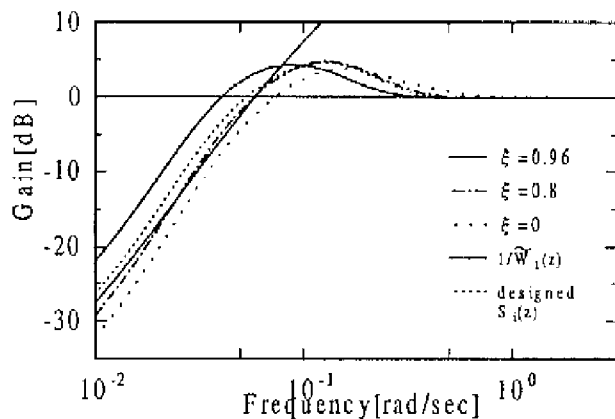


Fig. 6 Gain plots of sensitivity function $S_1(z)$ after optimized by using $\tilde{W}_1(z)$

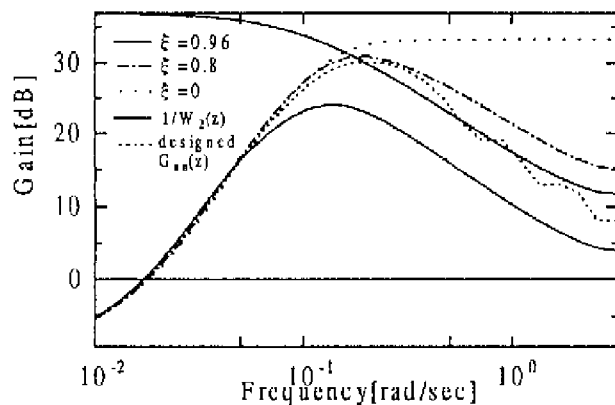


Fig. 7 Gain plots of transfer function $G_{un}(z)$

6. 結論

本稿では、2自由度1型サーボ系にGuoらの積分型コントローラのパラメトリゼーションを応用し、フィードバック特性を改善する方法を示した。本稿で行った設計では、(49)式を満たす $Q_{FB}(z)$ を得ることはできなかったが、重み関数、FIRフィルタの次数、楕円体法で用いる楕円の大きさの初期値などのパラメータを変更し、今後さらに検討していきたい。

参考文献

- 1) 長縄 明大, 平沼 雅裕, 愛田 一雄, 大日方 五郎: 2自由度最適1型サーボ系のタンクシステムへの応用と周波数領域での解析—観測雑音の影響と外乱抑制のトレードオフおよびロバスト安定性に関する考察—, システム制御学会論文誌, 12-1(1999)掲載決定
- 2) 愛田 一雄, 北森 俊行: 感度を考慮した最適ロバストサーボ系の設計, 計測自動制御学会論文集, 27-6, 647/654 (1991)
- 3) 愛田 一雄, 北森 俊行: デジタル制御における感度を考慮した最適ロバストサーボ系の設計, 計測自動制御学会論文集, 27-11, 1228/1235 (1991)
- 4) 愛田 一雄, 杉本 真正, 梅内 晴成: 感度と安定余有のトレードオフを考慮した最適予見1型サーボ系の設計, 計測自動制御学会論文集, 30-8, 993/995 (1994)
- 5) 藤崎 泰正, 池田 雅夫: 2自由度積分型最適サーボ系の構成, 計測自動制御学会論文集, 27-8, 907/914 (1991)
- 6) 萩原 朋道, 一木 将人, 金星 光晴, 福光 研一, 荒木 光彦: デジタル型2自由度LQIサーボ系—設計法をその空気圧シリンダの位置決め制御への応用—, システム制御情報学会論文誌, 11-2, 51/60 (1998)
- 7) H.J.Guo, T. Ishihara, and H. Takeda: A state-space parametrization of discrete-time two-degree-of-freedom integral controllers, Automatica, 30-3,

493/497 (1994)

- 8) 前田 肇, 杉江 俊治 : アドバンスト制御のためのシステム制御理論, 朝倉書店 (1990)
- 9) 長縄 明大, 愛田 一雄, 大H方 五郎 : 2自由度積分型コントローラのパラメトリゼーションに基づく一般化予測制御系の設計, 電気学会論文誌 C, 118-4, 457/464 (1998)
- 10) S.P.Boyd, C.H.Barratt : Linear controller design – Limits of performance -, 293/327, Prentice Hall (1991)
- 11) 小原 敦美, 杉江 俊治 : 凸最適化を用いた制御系, システム/制御/情報, 38-3, 139/146 (1994)