

フィードバック線形化による無段変速機の制御

Control of Continuously Variable Transmissions by Feedback Linearization

○ヨーケンホク, 李載寛, 阿部健一

○Kian-hock Yeoh, Jae-kwan Lee, Kenichi Abe

東北大学大学院工学研究科

Graduate School of Engineering, Tohoku University

キーワード : 無段変速機 (Continuously Variable Transmissions ; CVT), フィードバック線形化 (Feedback Linearization), スライディングモード制御 (Sliding Mode Control)

連絡先 : 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉05 東北大学 大学院 工学研究科 電気・通信工学専攻 阿部研究室
ヨーケンホク, Tel.: (022)217-7074, Fax.: (022)263-9290, E-mail: yeoh@cabe.ecei.tohoku.ac.jp

1. はじめに

自動車のエンジンで発生された出力は変速機を通して、車の走行条件に応じた適切な値に変換され、駆動輪に伝達される。

一般的に、エンジンの出力が一定のとき、高回転、低トルクで運転するよりも、低回転、高トルクで運転する方がエンジン摩擦の軽減により燃料消費率が向上する。数組の異なるギヤセットで構成される変速機を用いた駆動システムの場合、エンジンの回転数と車速との間が一定の関係に固定され、エンジンは燃料消費率の最適点での運転ができないという難点がある。これに対して、無段変速機はエンジンの回転数と車速の関係を連続的に変化させることが可能で、エンジンの特性を最大限に生かし、良好な動力性能と燃費性能を両立させた運転をすることができる。

従来は、無段変速機を用いた駆動システムの制御に、PID制御が用いられてきた¹⁾²⁾。PID制御を

用いたシステムの制御特性はゲインの選び方に大きく依存する¹⁾。また、よりよい特性を得るために、単一ゲインではなく、ゲインを変化させる必要がある³⁾。本稿では、広い状態空間で線形化できる非線形制御理論のフィードバック線形化を用いた制御の可能性について検討する。

2. 制御モデル

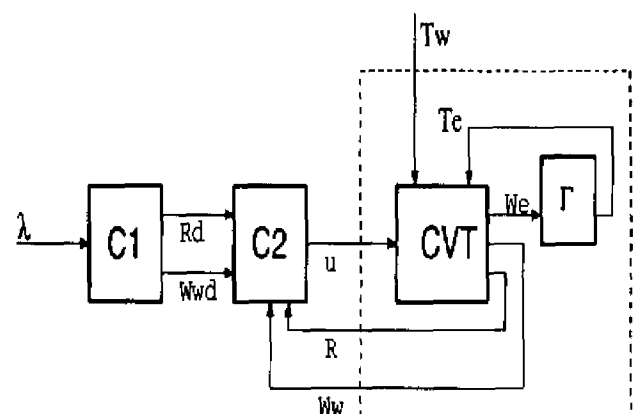


Fig. 1 制御プラント

Fig1は制御プラントを示している。運転者が車に与えた制御信号 λ は制御器C1によって目標とする状態 w_{wd} (駆動輪の速度)及び R_d (変速比)を作り出す。この2つの目標状態は与えられたものとして、プラントの出力である w_w 及び R がそれぞれ目標状態 w_{wd}, R_d に追従するように、制御入力 u を決める。また、燃料消費率特性は制御器 Γ が最適となるように制御されているとする。

燃費最適点でのエンジントルク特性 T_e はエンジンによって違うが、次の2次多項式で近似できる場合が多い。

$$T_e = \alpha w_e^2 + \beta w_e + \gamma \quad (1)$$

外部トルク特性 T_w は

$$T_w = a w_w^2 + c \quad (2)$$

で表され、右の第1項はドラッグを表し、第2項は各種の抵抗(路面抵抗、登り抵抗など)を表す。

$T_{CVT,e}$ と $T_{CVT,w}$ をそれぞれ無段変速機のエンジン側と駆動輪側のトルクとすると、運動方程式は

$$\begin{aligned} \dot{w}_e &= I_e^{-1}(T_e - T_{CVT,e}) \\ \dot{w}_w &= I_w^{-1}(T_{CVT,w} - T_w) \end{aligned} \quad (3)$$

となる。 I_e, I_w はエンジン及び車の慣性である。回転速度の間には

$$w_e = R w_w \quad (4)$$

が成り立つ。エネルギー保存則より

$$w_w T_{CVT,w} = n w_e T_{CVT,e} \quad (5)$$

ただし、 n は伝達効率である。

無段変速機自身は単一の積分器で表せる⁴⁾。

$$\dot{R} = u \quad (6)$$

状態変数を $x = [w_w \ R]^T$ とすると、制御プラントは次の非線形微分方程式で表せる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ &= \begin{pmatrix} f_w \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_w \\ 1 \end{pmatrix} u \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} f_w &= \frac{(n\alpha x_2^3 - a)x_1^2 + n\beta x_1 x_2^2 + n\gamma x_2 - c}{I_w + nI_e x_2^2} \\ g_w &= \frac{-nI_e x_1 x_2}{I_w + nI_e x_2^2} \end{aligned}$$

制御プラント(7)の状態変数は

$$w_{w,min} \leq x_1 \leq w_{w,max}$$

$$R_{min} \leq x_2 \leq R_{max}$$

$$w_{e,min} \leq x_1 x_2 \leq w_{e,max}$$

に制限されている。その許容制御領域をFig2に示す(高速走行モードのみを考える - Table 1)。

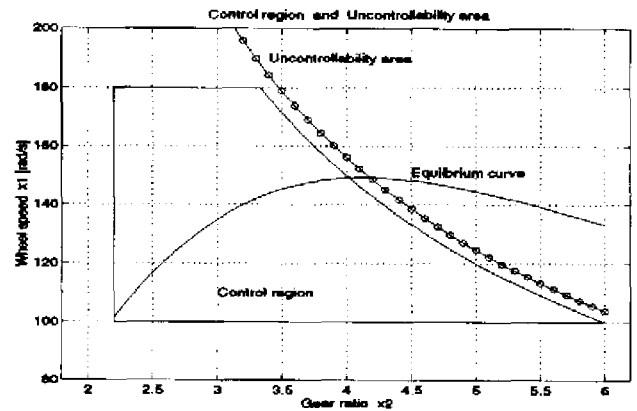


Fig. 2 状態の制御領域

3. フィードバック線形化

1入力の非線形システム

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in R^n, \quad u \in R \quad (8)$$

が次の可制御な線形システム(Brunovsky 標準型)

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v \\ &= A_c z + b_c v, \quad z \in R^n, \quad v \in R \end{aligned} \quad (9)$$

とフィードバック等価であるとき、非線形システム(8)はフィードバック線形化可能という。フィードバック線形化可能の必要十分条件として、ベク

トル場 $f(x), g(x)$ が次の条件を満たす⁵⁾⁶⁾ (以下文献5)による記号を用いる).

- 1) $\text{span}\{g, \text{ad}_f g, \dots, \text{ad}_f^{n-1} g\} = R^n$
- 2) $\{g, \text{ad}_f g, \dots, \text{ad}_f^{n-2} g\}$ がインボリューティブ

条件1)は線形システムにおいては

$$\{b, Ab, \dots, A^{n-1}b\}$$

となり, ある種の可制御性の条件と考えることができる. 条件2)は線形システムの場合は常に成り立つ. また, 状態変数の数が $n \leq 2$ の場合, 条件2)は常に満たされる.

フィードバック線形化可能な非線形システム(8)に対して, 厳密に線形化された線形座標 $z(x)$ は

$$z(x) = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ L_f z_1 \\ \vdots \\ L_f^{n-1} z_1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

で表される. ただし, 線形座標 z_1 は

$$L_{\text{ad}_f^i g} z_1 = 0, \quad i = 0, \dots, n-2 \quad (11)$$

$$L_{\text{ad}_f^{n-1} g} z_1 \neq 0 \quad (12)$$

を満たすものである. 一般的に, 式(11), (12)を満たす解 z_1 は唯一な解ではなく, 多数存在する. また, 簡単に求められない場合もある.

厳密に線形化された線形座標 $z(x)$ はある種の座標変換であるから, その逆変換 $z^{-1}(x)$ が存在しなくてはならない. つまり, 座標変換は微分同相写像でなければならない. 線形座標 $z(x)$ が微分同相写像であるためには

$$\frac{dz}{dx} = \begin{pmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial z_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial z_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial z_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (13)$$

が正則でなくてはならない.

非線形システム(8)の入力 u を

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} \{-L_f^n z_1 + v\} \quad (14)$$

とすると, 線形座標 $z(x)$ に関するシステムの状態方程式は式(9)のような可制御な線形システムとなる.

制御プラント(7)に対して, $\{g, \text{ad}_f g\}$ は

$$\{g, \text{ad}_f g\} = \left\{ \begin{array}{cc} g_w & f_w \frac{\partial g_w}{\partial x_1} - g_w \frac{\partial f_w}{\partial x_1} - \frac{\partial f_w}{\partial x_2} \\ 1 & 0 \end{array} \right\}$$

となる. 従って, フィードバック線形化可能であるためには, 曲線

$$f_w \frac{\partial g_w}{\partial x_1} - g_w \frac{\partial f_w}{\partial x_1} - \frac{\partial f_w}{\partial x_2} = 0 \quad (15)$$

が制御領域内に入ってはならない. その曲線は

$$x_1 = \frac{-\beta I_w x_2 - \sqrt{f_1 - f_2}}{3x_2(\alpha I_e + \alpha I_w x_2)} \quad (16)$$

で表される. ここで,

$$f_1 = (\beta I_w x_2)^2$$

$$f_2 = 3x_2(\gamma I_w + c I_e x_2)(\alpha I_e + \alpha I_w x_2)$$

式(16)の曲線はFig2で示したように, 制御領域以外の所にある. 従って, 制御プラント(7)はフィードバック線形化可能である.

式(11), (12)を満たす線形座標 z_1 の1つは

$$z_1 = \frac{k}{2nI_e} \{2\log(x_1) + \log(I_w + nI_e x_2^2)\} \quad (17)$$

と求まる. ただし, k は任意の定数である. 従って, 線形座標 z_2 は

$$z_2 = k \frac{(n\alpha x_2^3 - a)x_1^2 + n\beta x_1 x_2^2 + n\gamma x_2 - c}{nI_e x_1 (I_w + nI_e x_2^2)} \quad (18)$$

となる.

線形座標 $z(x) = (z_1 \ z_2)^T$ が微分同相写像であるためには

$$\frac{\partial z_1}{\partial x_1} \frac{\partial z_2}{\partial x_2} - \frac{\partial z_1}{\partial x_2} \frac{\partial z_2}{\partial x_1} \neq 0 \quad (19)$$

となる. 微分同相写像でない曲線

$$\frac{\partial z_1}{\partial x_1} \frac{\partial z_2}{\partial x_2} - \frac{\partial z_1}{\partial x_2} \frac{\partial z_2}{\partial x_1} = 0 \quad (20)$$

は式(16)で表され, 線形化不能な曲線と同じ曲線となる. すなわち, 制御領域内に, 線形座標 $z(x) = (z_1 \ z_2)^T$ は微分同相写像である.

入力 u を

$$u = \frac{1}{L_g L_f z_1} \{-L_f L_f z_1 + v\} \quad (21)$$

と与えると、線形座標 $z(x) = (z_1 \ z_2)^T$ に関するシステムは

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (22)$$

となり、 v は新たな線形入力である。

4. 線形制御器の設計

4.1 極配置による設計

式(22)の可制御な線形システムは

$$\dot{\tilde{z}}_1 = v \quad (23)$$

と表せる。状態 z_1 を目標状態 z_{1d} に追従させるために、入力 v を

$$v = \dot{z}_{1d} - a_1 \dot{\tilde{z}}_1 - a_0 \tilde{z}_1 \quad (24)$$

とすると、システムが

$$\ddot{\tilde{z}}_1 + a_1 \dot{\tilde{z}}_1 + a_0 \tilde{z}_1 = 0 \quad (25)$$

となる。ただし、 \tilde{z}_1 は状態誤差で、次のように定義される。

$$\tilde{z}_1 = z_1 - z_{1d}$$

a_1, a_0 を誤差方程式(式(25))の極が左半面に配置されるように選ぶと、安定なシステムが得られる。

Fig3とFig4は極配置による設計の結果を示している(Table1の諸パラメータを用いた)。両方は同じ目標状態に設定され、初期状態が違う。シミュレーションの結果から分るように、ほんの少しの遠いの初期状態で、Fig3の例は目標状態に達したのに対して、Fig4の制御が失敗となった。

初期状態と目標状態によって、線形座標ではかなり離れた状態となり、過渡状態が制御不能な領域に達し、制御ができなくなる場合がある。

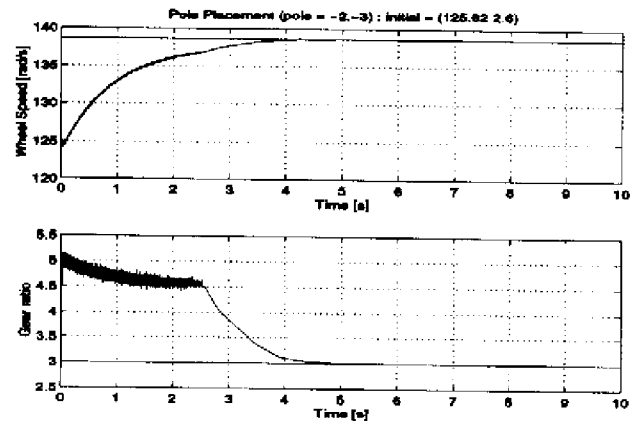


Fig. 3 極配置による設計その1

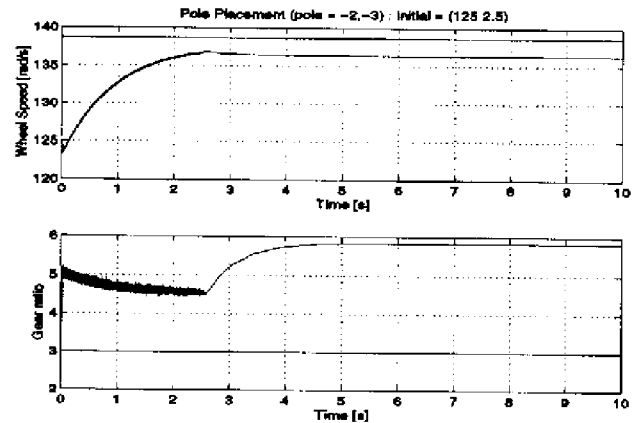


Fig. 4 極配置による設計その2

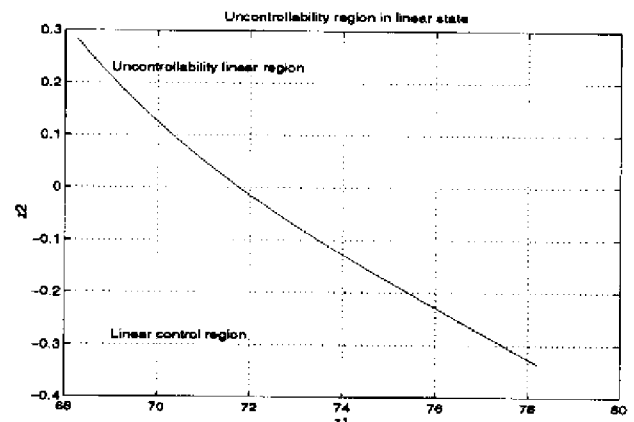


Fig. 5 線形領域・線形制御不能な領域

Fig5では線形制御不能な領域を示している。線形領域において、状態は常に制御領域に拘束する必要がある。極配置による設計だけでは達成できない。

4.2 スライディングモード制御による設計

スライディングモード制御を用いて、状態を切換え超平面(スライディングモード)に拘束し、滑りながら目標状態に到着させることが可能である。切換え超平面を制御領域に設定することによって、状態を常に制御領域に拘束でき、制御が可能である。

1 入力の線形システム

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x \in R^n, \quad u \in R \quad (26)$$

に対して、切換え超平面 S は

$$S = s^T x = s_1 x_1 + \dots + s_n x_n \quad (27)$$

と定義される。

スライディングモードが存在するために、 S に関するリアプノフ関数がリアプノフ安定性を満たさなければならない。そのリアプノフ関数の候補を

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (28)$$

と選ぶと

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S\dot{S} \\ &= Ss^T(Ax + bu) < 0 \end{aligned} \quad (29)$$

となる。

一般的に、スライディングモード制御入力

$$u = u_l + u_{nl} \quad (30)$$

のように、線形制御項と非線形制御項の2つの独立した項から構成される。

スライディングモードが生じたとき、換え超平面 S は

$$S = s^T x = 0 \quad (31)$$

を満たす。

切換え超平面 S を微分すると

$$\dot{S} = s^T Ax + s^T bu = 0$$

となり、線形制御項は

$$u_l = -(s^T b)^{-1} s^T Ax \quad (32)$$

で表される。

非線形制御項は

$$u_{nl} = -k(x, t) \frac{S}{|S| + \delta} \quad (33)$$

で表される。 δ はチャタリング防止するための項であり、正の値をとる。関数 $k(x, t)$ は式(29)を満たすように選ぶ。式(32)、(33)の制御入力を代入すると

$$\dot{V} = -k(x, t) s^T b \frac{S^2}{|S| + \delta} \quad (34)$$

となり、 $k(x, t)$ は

$$k(x, t) = \begin{cases} > 0, & (s^T b) > 0 \\ < 0, & (s^T b) < 0 \end{cases} \quad (35)$$

で与えられる。

式(30)で与えられた制御法は最終スライディングモード制御法といい、状態が切換え超平面 S に至るまで一度もスライディングモードを生じないで、 S に入ったあと、一機にスライディングモードを生じる。線形制御項 u_l は切換え超平面 S への収束の速さを調整する役割を担う。非線形制御項 u_{nl} は状態を常に換え超平面 S に拘束するためのものである。

スライディングモード制御による設計の結果はFig6とFig7で示している。Fig6とFig7はそれぞれFig3とFig4と同じ初期状態から出発して、ともに目標状態に収束する。しかし、速応性という点はお改善する必要がある。

5. おわりに

線形制御器の設計において、線形状態を常に制御領域に拘束する必要があるが、フィードバック

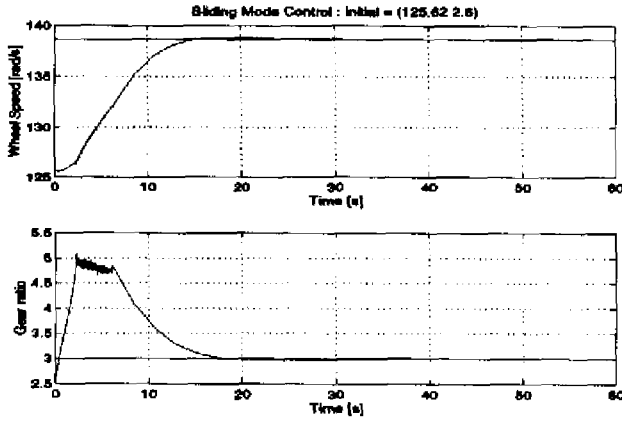


Fig. 6 スライディングモードによる設計その1

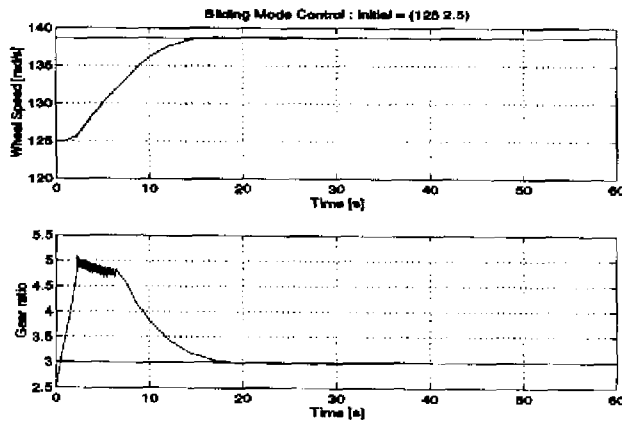


Fig. 7 スライディングモードによる設計その2

線形化による無段変速機を用いた駆動システムの制御は可能である。今回はパラメータ及びプラントに関する不確定な部分はないと仮定したが、実際には、パラメータの変動、特に抵抗 c の変動が大きい。そのため、パラメータの変動に関するロバスト性を持つ制御器を構成する必要がある。また、スライディングモード制御による設計の場合、速応性をよくするための制御パラメータを最適に選ぶ必要がある。

参考文献

- 1) C.Chan, T.Volz, D.Breitweiser, A.Frank, F.S.Jamzadeh, T.Omitsu : System Design and Control Considerations of Automotive Continuously Variable Transmissions, SAE-Paper 840048, 1984
- 2) S.Hirano, A.L.Miller, K.F.Schneider : SCVT - A State of the Art Electronically Controlled Continuously Variable Transmission, SAE-Paper 910410, 1991

Table 1 諸パラメータ

R_{min}	2.2
R_{max}	6.0
$w_{w,min}$	100 (rad/s)
$w_{w,max}$	180 (rad/s)
$w_{e,min}$	200 (rad/s)
$w_{e,max}$	600 (rad/s)
I_w	75 (kgm^2)
I_e	0.125 (kgm^2)
a	0.01 (kgm^2)
c	35 (kgm^2s^{-2})
α	$-3.13 \cdot 10^{-4}$ (kgm^2)
β	0.255 (kgm^2s^{-1})
γ	42.8 (kgm^2s^{-2})
n	0.8

- 3) Lino Guzzella and Andreas Michael Schmid : Feedback Linearization of Spark-Ignition Engines with Continuously Variable Transmissions, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol 3, No 1, March 1995
- 4) A.Schmid : Modelling of a CVT, Measurement and Control Lab-Report, Mot 2-93, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, Switzerland, 1993
- 5) A.Isidori : Nonlinear Control Systems, Springer Verlag (1989)
- 6) J.J.E.Slotine, Weiping Li : Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall (1991)
- 7) Alan S.I.Zinober(Ed.) : Variable Structure and Lyapunov Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences 193, Springer Verlag (1994)
- 8) 野波健蔵編著, 西村秀和, 平田光男共著 : MATLABによる制御系設計, 東京電機大学出版局 (1998)