

LMIによる白色変動パラメータを含む離散時間線形系の最適制御

Optimal Controller Design for Discrete-Time Systems with Linear Stochastic Parameters via LMI Approach

○柿下 栄二, 石原 正, 岡田 正巳, 猪岡 光

○Eiji Kakishita, Tadashi Ishihara, Okada Masami, Inooka Hikaru

東北大学大学院情報科学研究科

Graduate School of Information Sciences, Tohoku University

キーワード: 線形行列不等式(Linear Matrix Inequality), 確率変動パラメータ(Stochastic Parameter), 最適制御(Optimal Control), l_2 誘導ノルム(l_2 induced norm)

連絡先: 〒980 仙台市青葉区片平2-1-1 東北大学大学院 情報科学研究科 情報基礎科学専攻 情報基礎数学講座
柿下栄二, Tel.: (022)217-7021, Fax.: (022)217-7019, E-mail: kakishita@control.is.tohoku.ac.jp

1 はじめに

線形時不変系の最適制御系設計法として知られるLQG手法は, 制御対象の状態方程式や出力方程式にはモデル化誤差や外乱を考慮するための項が付加されている。しかし, これらの項は状態ベクトルや入力ベクトルに依存しない形で表現され, パラメータ変動が存在する制御対象に適用しても安定性, 最適性が保証されない^[1]。パラメータ変動に対してもロバストな制御系を構成するのに, *DeKoning*は制御対象のパラメータを確率系列でモデル化した線形離散時間システムの最適補償問題を提案している^{[2][3]}。制御対象がパラメータを確率系列でモデル化できる系として, 化学反応炉^[4]や高性能小型航空機^[5], マニピュレータ^[6]などが報告されている。

線形行列不等式(LMI)とシステム制御理論には密接な関係は, 安定性, 正実性, 有界実性などのシステム制御理論で扱われる重要な基本概念が行

列不等式で表現されることである。LMIを数値的に解く半正定値計画法の高速なアルゴリズムにより, LMIはシステム制御理論の基本的ツールとして定着し, 制御系の解析・設計問題がLMI問題に帰着することができれば凸計画法により数値計算で効率の良い解析・設計が可能となる。

LMIは安定化フィードバックゲインを求めるだけでなく, 出力動的補償器にも有効であることが報告され^[7], *S.Boyd*^[8], 兼政ら^[9]によってLMIと確率変動パラメータを含む離散時間線形系の最適制御との関係が示唆されている。本研究では, 兼政らの反復法による一般化Riccati方程式を用いた設計に対し, 数値計算上有効であるLMIに基づく動的補償器の構成法を考察し, さらに H_∞ の拡張として l_2 誘導ノルムを最小化する動的補償器についても考え, 数値例によって, その有効性を確かめる。

2 準備

凸集合, 凸関数に対して次の凸計画問題は数値的に効率よく解くことができる.

凸計画問題: 与えられた凸関数 $\Phi(x)$ と凸集合 C に対して, 次の最適値 γ^* とそれを与える x^* を求めよ.

$$\gamma^* \triangleq \min_{x \in C} \Phi(x)$$

凸計画問題の局所最適解は必ず大域的にも最適であることが保証されるため, 凸計画問題は数値的に解くことができる.

定義 2.1 LMIの一般系は次の不等式で与えられる.

$$F(x) \triangleq F_0 + x_1 F_1 + x_2 F_2 + \cdots + x_m F_m > 0 \quad (2.1)$$

ここで, F_i ($i = 0, 1, \dots, m$)は与えられた対称行列で, $x \triangleq (x_1 \cdots x_m)^T$ は変数ベクトルである.

$F(x) > 0$ は x に対して凸の制約条件を課すもので, $\mathcal{F} \triangleq \{x : F(x) > 0\}$ は凸集合になる.

3 確率変動パラメータを含む離散時間線形系システムの安定性

次の確率変動パラメータを含む離散時間線形系を考える.

$$x(k) = \left(A + \sum_{i=1}^L A_i p_i(k) \right) x(k) \quad (3.1)$$

$$y(k) = \left(C + \sum_{i=1}^L C_i p_i(k) \right) x(k) \quad (3.2)$$

ただし, $x(k) \in R^n, y(k) \in R^l$ はそれぞれ状態, 入力ベクトルを表し, A, A_i, C, C_i は適当な次元の実行列である. $p(k)$ は, 平均が0, 共分散 $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_L)$ であるi.i.d.(independent, identically distributed)確率変数である. この時 $\bar{x}(k)$ ($\bar{x}(k+1) = A\bar{x}(k) + B_w w(k)$)を状態の平均, $X(k) := E[(x(k) - \bar{x}(k))(x(k) - \bar{x}(k))^T(k)]$ を状態 $x(k)$ の共分散とし, 自乗平均安定性と, 自乗平均可観測性が定義される.

定義 3.1 (De Koning^[2]): 系(3.1)が安定, すなわち $x(0)$ によらず $\lim_{k \rightarrow \infty} X(k) = 0$ ならば, システムは自乗平均安定であるという.

定義 3.2 (De Koning^[10]): 系(3.1)(3.2)が任意の $k \geq 0$ に対し $E[y(k)y(k)^T] = 0 \Rightarrow x_0 = 0$ ならばシステムは自乗平均可観測であるという.

自乗平均可観測性よりも弱い意味での可観測性である自乗平均可検出性を定義する.

定義 3.3 (De Koning, 1988^[3]): 系(3.1)(3.2)が任意の $k \geq 0$ に対し $E[y(k)y(k)^T] = 0 \Rightarrow i \rightarrow \infty : x_0 \rightarrow 0$ ならば, システムは自乗平均可検出であるという.

自乗平均可観測でないモードが自乗平均安定ならば, 自乗平均可検出である. 次に, 式(3.1)(3.2)の離散時間確率パラメータ系に外部入力のあるシステムに拡張する.

$$x(k+1) = Ax(k) + B_w w(k) + \sum_{i=1}^L (A_i x(k) + B_{w,i} w(k)) p_i(k) \quad (3.3)$$

$$y(k) = Cx(k) + D_w w(k) + \sum_{i=1}^L (C_i x(k) + D_{w,i} w(k)) p_i(k) \quad (3.4)$$

ここで, $w(k)$ は外部入力ベクトルで, B_w, D_w は適当な次元の実行列である.

自乗平均可安定性 状態フィードバックコントローラを適用したときの安定性を定義する.

定義 3.4 (De Koning): 系(3.3)(3.4)に対し任意の状態フィードバックを適用した閉ループ系が自乗平均安定ならば系は自乗平均可安定であるという.

自乗平均可安定ならば, 状態フィードバックを適用した系も自乗平均可安定性が保存されるが, 出力の直接挿入を適用した場合は自乗平均可安定性は保存されない. そこで, その様な系にも保存される強い意味の自乗平均可安定性, 自乗平均可検出性を定義する.

定義 3.5 (兼政^[9]): システムが任意のフィードバックに対し自乗平均可安定であるならば, その系は自乗平均強可安定である.

定義 3.6 (兼政^[9]): システムが任意のフィードバックに対して自乗平均可検出であるなら, その系は自乗平均強可検出である.

フィードバックの存在条件 系(3.3)(3.4)において, 状態フィードバック, 動的補償器が存在する条件は自乗平均可安定性, 自乗平均可検出性を満たすことである.

定理 3.1 次は同値

(1)系(3.3)(3.4)を安定化するフィードバックまたは, 動的補償器が存在する.

(2)系(3.3)(3.4)が自乗平均可安定かつ

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[y(k)y(k)^T] < \psi \text{ を満たす.}$$

(3)次の行列不等式を満たす P が存在する.

$$P > APA^T + B_w B_w^T + \sum_{i=1}^L (A_i P A_i^T + B_{w,i} B_{w,i}^T) \quad (3.5)$$

$$\psi > CPC^T + D_w D_w^T + \sum_{i=1}^L (C_i P C_i^T + D_{w,i} D_{w,i}^T) \quad (3.6)$$

さらに, 最適な動的補償器唯一存在する条件として次の定理が示されている.

定理 3.2 (兼政^[13])最適な動的補償器唯一存在する必要十分条件は自乗平均強可安定性, 自乗平均強可検出性を満たすことである.

4 解の存在条件の導出

制御入力がある確率変動パラメータを含む離散時間線形システムに対して安定化状態フィードバック, 動的補償器の存在条件を導出する.

4.1 定常状態フィードバックの存在条件

次の確率変動パラメータを含む離散時間線形システムを考える.

$$x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k) + B_w w(k) + \sum_{i=1}^L (A_i x(k) + B_{u,i} u(k) + B_{w,i} w(k)) p_i(k) \quad (4.1)$$

ここで, $u(k) \in R^m$ は入力ベクトルを示し, A, B, B_w, C, D, D_w は適当な次元の実行列である. $w(k)$ は平均が0, $E[w(k)w(k)^T] = W$ の白色確率変数で, p と独立である.

定常状態フィードバック $u(k) = Kx(k)$ を適用したとき閉ループ系は次のようになる.

$$x(k+1) = (A + B_u K)x(k) + B_w w(k) + \sum_{i=1}^L ((A_i + B_{u,i} K)x(k) + B_{w,i} w(k)) p_i(k) \quad (4.2)$$

式(4.3)(4.4)のシステムに対する定常フィードバックの存在条件は定理3.3より, 式(3.5)(3.6)によって導かれている.

$\exists Q \geq 0, Y \geq 0$ such that

$$(A + B_u K)P(A + B_u K)^T + B_w B_w^T + \sum_{i=1}^L \sigma^2 ((A_i + B_{u,i} K)P(A_i + B_{u,i} K)^T + B_{w,i} B_{w,i}^T) < P \quad (4.3)$$

変数変換 $Y = KQ \geq 0$, $Q = P^{-1}$ によって, 式(4.4)は次の行列不等式になる.

$\exists Q \geq 0, Y \geq 0$ such that

$$(AQ + B_u Y)Q^{-1}(AQ + B_u Y)^T + B_w B_w^T + \sum_{i=1}^L \sigma^2 ((A_i Q + B_{u,i} Y)Q^{-1}(A_i Q + B_{u,i} Y)^T + B_{w,i} B_{w,i}^T) < Q \quad (4.4)$$

4.2 動的補償器の存在条件

状態フィードバックを用いるには全状態が観測可能である必要がある. ここでは, 全状態が観測可能でない場合, または, フィルタを通したい場合に対して動的補償器を用いた制御系に対して考える.

(4.1)(4.2)に加えて, 次のような出力と観測量がある, 離散時間確率線形システムを考える.

$$y(k) = Cx(k) + D_u u(k) + D_w w(k) + \sum_{i=1}^L (C_i x(k) + D_{u,i} u(k) + D_{w,i} w(k)) p_i(k) \quad (4.5)$$

$$z(k) = M_p x(k) + L_z u(k) + D_z w(k) + \sum_{i=1}^L (M_{p,i} x(k) + L_{z,i} u(k) + D_{z,i} w(k)) p_i(k) \quad (4.6)$$

$M_p, L_z, D_z, M_{p,i}, L_{z,i}, D_{z,i}$ はそれぞれ適当な次元の実行列である. これらの系に対して次の動的補償器を適用する.

$$\hat{x}(k+1) = A_c \hat{x}(k) + B_c y(k) \quad (4.7)$$

$$u(k) = C_c \hat{x}(k) + D_c y(k) \quad (4.8)$$

ここで、 $\hat{x}(k) \in R^n$ は補償器の状態ベクトルで、 A_c, B_c, C_c, D_c は適当な次元の実行列である。この時閉ループ系は次式で表す。

$$x^{cl}(k+1) = \bar{A}_{cl}x^{cl}(k) + \bar{B}_{cl}w(k) + \sum_{i=1}^L (A_i^{cl}x^{cl}(k) + B_i^{cl}w(k))p_i(k) \quad (4.9)$$

$$y(k) = \bar{C}_{cl}x^{cl}(k) + \bar{D}_{cl}w(k) + \sum_{i=1}^L (C_i^{cl}x^{cl}(k) + D_i^{cl}w(k))p_i(k) \quad (4.10)$$

ここで、 $L_z \neq 0, L_{z,i} \neq 0$ のとき、設計パラメータに対して非凸になっており適当な線形変換により、凸になるようにする必要がある。従って、ここでは $L_z = L_{z,i} = 0$ の場合について考える。閉ループ系の各行列は次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{A}^{cl} &= A' + B'GM, & A_i^{cl} &= A'_i + B'_iGM_i \\ \bar{B}^{cl} &= Bw' + B'GE, & B_i^{cl} &= Bw'_i + B'_iGE_i \\ \bar{C}^{cl} &= C' + HGM, & C_i^{cl} &= C'_i + H_iGM_i \\ \bar{D}^{cl} &= D' + HGE, & D_i^{cl} &= D'_i + H_iGE_i \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで, } A' &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & A'_i &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ B' &= \begin{bmatrix} B_u & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, & B'_i &= \begin{bmatrix} B_{u,i} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \\ Bw' &= \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix}, & Bw'_i &= \begin{bmatrix} B_{w,i} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ M &= \begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, & M_i &= \begin{bmatrix} M_{p,i} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \\ C' &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}, & C'_i &= \begin{bmatrix} C_i & 0 \end{bmatrix}, \\ D' &= D_w, & D'_i &= D_{w,i} \\ E &= \begin{bmatrix} D_u \\ 0 \end{bmatrix}, & E_i &= \begin{bmatrix} D_{u,i} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ G &= \begin{bmatrix} D_c & C_c \\ B_c & A_c \end{bmatrix}, & & (4.12) \\ H &= \begin{bmatrix} D_u & 0 \end{bmatrix}, & H_i &= \begin{bmatrix} D_{u,i} & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

である。系(4.1)(4.5)(4.6)に対する動的補償器が存在する条件は、式(3.5)(3.6)と同様にして、次の行列不等式で表される。

$$\exists P > 0, \exists G \text{ such that} \\ \bar{A}^{cl}P\bar{A}^{clT} + \bar{B}^{cl}\bar{B}^{clT} + \sum_{i=1}^L \sigma_i^2 (A_i^{cl}PA_i^{clT} + B_i^{cl}B_i^{clT}) < P \quad (4.13)$$

$$\bar{C}^{cl}P\bar{C}^{clT} + \bar{D}^{cl}\bar{D}^{clT} + \sum_{i=1}^L \sigma_i^2 (C_i^{cl}PC_i^{clT} + D_i^{cl}D_i^{clT}) < P \quad (4.14)$$

5 最適補償問題

系(4.1)(4.2)(4.5)に対し、外乱 $w = 0$ の場合を考える。

5.1 定常状態フィードバックによる最適制御

評価関数、

$$\sigma_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \sum_{k=0}^N (x(k)^T q x(k) + u(k)^T r u(k)) \right\} \quad (5.1)$$

を考える。ここで、 q, r はそれぞれ正定な実行列である。(5.1)式の評価関数を最小にする補償器を見つける問題、あるいは、評価関数の最小値を見つける問題を最適補償問題という。ここで、新たな出力変数ベクトル $\lambda(k)$ を次のようにとる。

$$\lambda(k) = \begin{bmatrix} q^{1/2} & 0 \\ 0 & r^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

この時、評価関数は

$$J = \lim_{k \rightarrow \infty} E [\lambda(k)^T \lambda(k)] \quad (5.3)$$

と表すことができるので、(3.5)(3.6)の解の存在条件を満たし、かつ評価関数を最小にする解は評価関数の上限をひとすると、次の凸関数最適化問題になる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \gamma \\ &\text{subject to } \Psi^T \hat{P} \Psi + \sum_{i=1}^L \sigma_i^2 \Psi_i^T \hat{P}_i \Psi_i \leq \hat{P} \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \Psi &= \begin{bmatrix} A+B_uK & B_w \\ q^{1/2} + r^{1/2}K & 0 \end{bmatrix}, & \Psi_i &= \begin{bmatrix} A_i+B_{u,i}K & B_{w,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \hat{P} &= \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, & \hat{P}_i &= \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

さらに、解の存在条件同様に変数変換 $Q = P^{-1}, Y = KQ$ によって、次の固有値最小化問題に帰着する。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \gamma \\ &\text{subject to } \Phi^T \hat{Q}^{-1} \Phi + \sum_{i=1}^L \sigma_i^2 \Phi_i^T \hat{Q}^{-1} \Phi_i \leq \hat{Q} \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{bmatrix} AQ+B_uY & B_w \\ q^{1/2}Q+r^{1/2}Y & 0 \end{bmatrix}, & \Phi_i &= \begin{bmatrix} A_iQ+B_{u,i}Y & B_{w,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \hat{Q} &= \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, & \hat{Q}_i &= \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式(4.4)(4.13)(4.14)を含め、式(5.4)(5.5)の形をした行列不等式はSchur Complementを用いてLMIへ変換できる。

5.2 動的補償器による最適制御

式(4.1)(4.2)(4.5)のシステムに対し式(4.7)(4.8)で表される動的補償器を適用させたとき、評価関数

$$\sigma_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \sum_{k=1}^{N-1} (y(k+1)^T q y(k+1) + u(k)^T r(k) u(k)) \right\} \quad (5.6)$$

を最小とする最適保証問題を考える。ここで、 q, r はそれぞれ正定な実行列である。状態フィードバックの場合と同様に、評価関数を共分散の形に置き換えると、LMIに変換可能な式(5.4)と同様の行列不等式条件が得られることが予想される。

6 l_2 誘導ノルムを最小化問題

6.1 状態フィードバックの条件

l_2 誘導ノルムを最小化する状態フィードバックゲイン K を求める問題^[8]を考える。式(4.1)(4.5)のシステムに対し l_2 誘導ノルムを次式で定義する。

$$\eta^2 \triangleq \sup \left\{ E \sum_{k=0}^{\infty} [y(k)^T y(k)] \mid \sum_{k=0}^{\infty} [w(k)^T w(k)] \leq 1 \right\} \quad (6.1)$$

式(3.6)と同様にして、 η の上限を γ として得られた行列不等式条件は式(5.5)の表現を用いて Φ, Φ_i を次のようにおけばよい。

$$\Phi = \begin{bmatrix} AQ + B_u Y & B_w \\ CQ + D_u Y & D_w \end{bmatrix}$$

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} A_i Q + B_{u,i} Y & B_{w,i} \\ C_i Q + D_{u,i} Y & D_{w,i} \end{bmatrix}$$

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad \bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix}$$

6.2 動的補償器の条件

動的補償器の存在条件(4.13)(4.14)を満たし、式(6.1)の l_2 誘導ノルムを最小にする動的補償器は、式(5.4)の Ψ, Ψ_i を式(4.11)の $\bar{A}^{cl}, \bar{B}^{cl}, \bar{C}^{cl}, \bar{D}^{cl}, A_i^{cl}, B_i^{cl}, C_i^{cl}, D_i^{cl}$ を用いて

$$\Psi = \begin{bmatrix} \bar{A}^{cl} & \bar{B}^{cl} \\ \bar{C}^{cl} & \bar{D}^{cl} \end{bmatrix}, \quad \Psi_i = \begin{bmatrix} A_i^{cl} & B_i^{cl} \\ C_i^{cl} & D_i^{cl} \end{bmatrix}$$

とした行列不等式条件から求められる。

7 数値例

パラメータ変動を有する制御対象に対して前節で示した状態フィードバックと動的補償器により制御系を構成する。パラメータ変動に対してきわ

めて高感度な系として知られている次のような連続時間系^[12]を考える。

$$\dot{x} = A_p x + B_p u + B_{pw} w \quad (7.1)$$

$$y = C_p x + D_w w \quad (7.2)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 1+p \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$B_{pw} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad D_w = 1$$

ここで、 x, y, u, w はそれぞれ、状態、出力、入力、及び外乱を表すベクトルである。また p は平均 $E[p] = 0$ の確率変動パラメータである。この系を零次ホールドの使用を前提とし、サンプリング周期 $T = 0.01$ [sec]で離散化すると次の離散時間系が得られる。

$$x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k) + B_w w(k) + B_{u,i} u(k) p(k) \quad (7.3)$$

$$y(k) = Cx(k) + D_w w(k) \quad (7.4)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.99005 & 0 \\ 0 & 0.98020 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0.00995 \\ 0.00990 \end{bmatrix}, \quad B_{u,i} = \begin{bmatrix} 0.00995 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$p(k)$ はパラメータ変動の影響が大きく、かつ解の存在するものとして共分散を0.03とした。

l_2 誘導ノルムで表す評価関数を次式で与える。

$$J \triangleq \sup \left\{ E \sum_{k=0}^{\infty} [y(k)^T y(k)] \mid \sum_{k=0}^{\infty} [w(k)^T w(k)] \leq 1 \right\} \quad (7.5)$$

定常状態フィードバック 式(7.5)の評価関数を最小とする定常フィードバックゲイン K は、式(5.5)の行列不等式をLMIに変換し、数値計算によって得られた Y, Q より次のように得られた。

$$K = YQ^{-1} = \begin{bmatrix} -7.6049 & 3.2437 \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

確率変動を考慮しないコントローラは、

$$K_0 = \begin{bmatrix} -19.2861 & 14.8036 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

式(7.3)(7.4)に対し $u(k) = K_0 x(k), u(k) = Kx(k)$ を適用した初期値応答の結果の一例をFig.1に示す。

動的補償器 式(7.3)(7.4)の確率変動パラメータを含む離散時間線形系に対し6.2節の手法を用いて動

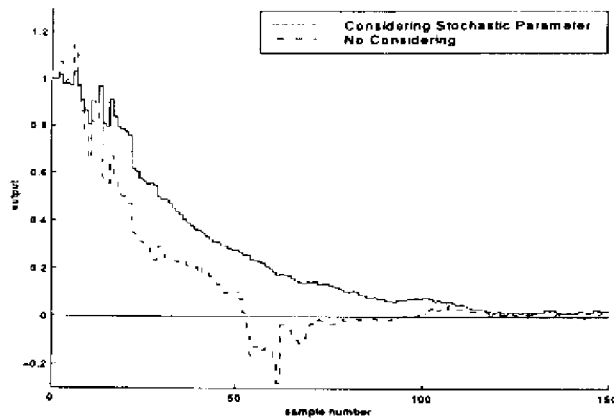


Fig. 1 定常状態フィードバックを用いた初期値応答の一例

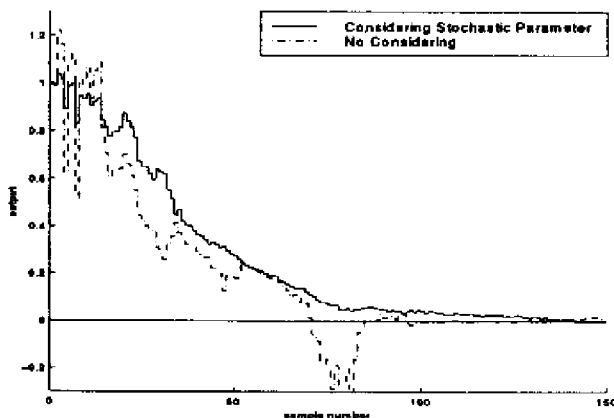


Fig. 2 動的補償器を用いた初期値応答の一例

的補償器を設計する。確率変動パラメータを考慮した動的補償器(A_c, B_c, C_c, D_c)は次のようになった。

$$A_c = \begin{bmatrix} 0.4680 & 0.5025 \\ 0.2150 & 0.7457 \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} 0.4602 \\ -0.2706 \end{bmatrix}$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 5.8108 & -3.8466 \end{bmatrix}, D_c = -0.5023$$

一方、確率変動パラメータを考慮しない動的補償器($A_{c,R0}, B_{c,R0}, C_{c,R0}, D_{c,R0}$)は次のように得られる。

$$A_{c,R0} = \begin{bmatrix} 0.3345 & 0.6039 \\ 0.0659 & 0.8628 \end{bmatrix}, B_{c,R0} = \begin{bmatrix} 0.4201 \\ -0.3002 \end{bmatrix}$$

$$C_{c,R0} = \begin{bmatrix} -23.6643 \\ 18.4663 \end{bmatrix}, D_{c,R0} = 0$$

($A_{c,R0}, B_{c,R0}, C_{c,R0}, D_{c,R0}$)と、確率変動パラメータを考慮して設計した動的補償器(A_c, B_c, C_c, D_c)の初期値応答の結果をFig.2に示す。図から分かるように、状態フィードバック、動的補償器のどちらの場合も確率変動パラメータを考慮しない場合に比べ、安定した応答を示している。

8 おわりに

本研究では確率変動パラメータを含む離散時間線形系のシステムについて定常状態フィードバック、動的補償器を設計し、数値例によりその有効性について検証した。まず、確率変動パラメータを含む離散時間線形系に対し自乗平均強可検出性、自乗平均強可安定性、自乗平均強可観測性を定義し、次に、確率変動パラメータを含む離散時間線形系システムに対して、状態フィードバック、動的補償器の存在条件を示した。さらに最適補償問題を考察し、その問題点を挙げ、 l_2 誘導ノルムを最小とする状態フィードバックと、動的補償器を示した。この動的補償器は制御量と観測量が異なる一般化してフィルタ効果を持たせたので、制御系の性能向上を期待することができる。

参考文献

- 1) J. C. Doyle, "Guaranteed margins for LQG regulators," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-32, pp. 756-757, 1978.
- 2) W. L. De Koning, "Infinite horizon optimal control of linear discrete time systems with stochastic parameters," Automatica, vol. 18, pp. 443-453, 1982.
- 3) W. L. De Koning, "Compensatability and optimal compensation of systems with white parameters," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 37, pp. 579-588, 1992.
- 4) T.J.A.Wagenaar, W.L.Dekoning, "Stability and Stabilizability of Chemical Reactors Modelde with Stochastic Parameters", Int.J.Contr.vol.49,pp.33-44,1989.
- 5) William L. Garrard, "Parameter Varying Control of a High Performance Aircraft", 1996
- 6) H.Kajiwara, P.Apkarian, P.Gahinet, "Wide-Range Stabilization of an Arm-Driven Inverted Pendulum Using Linear Parameter-Varying Techniques", AIAA'98,
- 7) T.Iwasaki, R.E.Skelton, "All controllers for general H_∞ control problem : LMI existence condetion", Automatica 30(8),1397-1317,1994
- 8) S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, "Linear matrix inequalities in system and control theory," SIAM, 1994.
- 9) 兼政賢一 "確率変動パラメータを含む線形系の最適制御に関する研究", 東北大学情報科学研究科修士論文, 1996.
- 10) W. L. De Koning, "Detectability of linear discrete-time systems with stochastic parameters," Int. J. Contr., vol. 38, pp. 1035-1046, 1983.
- 11) R.E.Skelton, T.Iwasaki and K.Grigoriadis." A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design", Taylor and Francis, 1998
- 12) E.Soroka, U.Shaked, "On the robustness of LQ regulators", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-29-7, pp900-903, 1984.