

# 計測の情報論的基礎論

## Information-theoretic Foundation of Sensing Processes

岩崎 信  
Shin Iwasaki

東北大学  
Tohoku University

キーワード：情報論(Information Theory)、平均情報量(Average Information)、相互情報量(Mutual Information)、計測システム(Sensing System)、計測情報圧縮(Sensing Information Compression)、計測過程(Sensing Process)

連絡先： 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉01 東北大学大学院工学研究科量子エネルギー工学専攻  
TEL/FAX: 022-217-7907, E-mail: shin.iwasaki@qse.tohoku.ac.jp

### 目次

- 1 序
- 2 情報論基礎
- 3 情報論的計測論
- 4 雑音、多次元情報、情報圧縮
- 5 まとめ

## 1. 序論

一般に計測の目的は、何か対象があり、センサーなどを用いて対象からの信号や出力を観測・処理して対象の情報を獲得し不確定さを減らす、あるいは確定する事であろう。観測データから原因となる対象の情報が獲得できるということは、計測過程で対象の情報が流れているからに他ならない。だとすれば、流れている情報とは何か、どれほど流れているのか、どのような条件でより効率よく流れるか、そして、改めて、対象の情報とはなにか、計測情報とはなにか、といった疑問が次々と湧いてくる。

上で「情報」という言葉を何の定義もせずに用いた。これは一般的に用いられている表現をそのまま用いたにすぎない。C.E.シャノンが50年前に、伝

送事象の確率的特性に着目して「情報」あるいは「情報量」という概念を明確に定義した<sup>1)</sup>。彼を創始者とする情報通信論あるいは情報符号論はその後大きく発展し、現在多数の人々がその恩恵を受けている。また「情報」の概念は通信論、符号論のみならず、その後、周囲の広い分野に多大な影響を与えた<sup>2)</sup>。当然計測の分野も例外では無いが、従来計測過程全体を通信観の観点で捉える議論は殆ど無かったように思われる。本論はFig.1のような情報通信

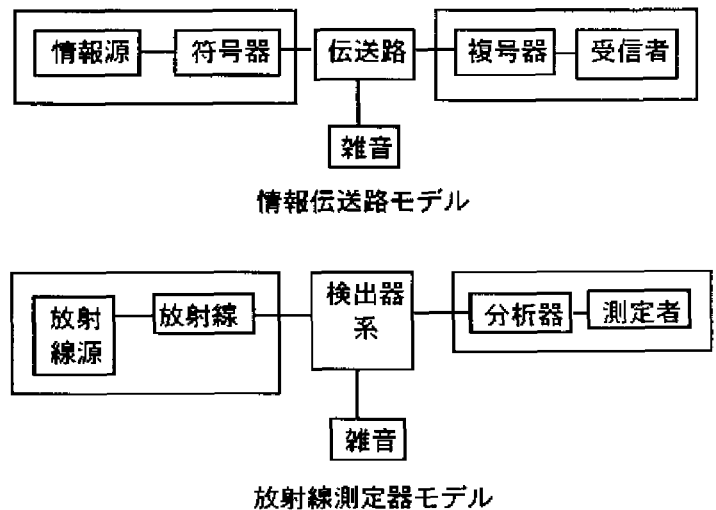


Fig.1 情報伝送モデルと放射線測定システムモデルの類似性。

と計測過程の類似性に着目して、情報論的「情報量」の概念が計測論に有用であり、これを適用することによって、まだ萌芽的であるが「情報論的計測基礎論」とでも言うべき議論展開が可能であることを述べたものである。

2章では、簡単に情報および情報量（エントロピー）などの概念やその性質や式を手短に導入し、後の準備とする。3章では、著者の専門である放射線計測に例を取り計測過程の定式化し、2章を基礎に情報論的放射線計測基礎論を展開する。4章では、雑音などの影響や情報圧縮に関して若干の議論を行い、最後にまとめをする。

## 2. 情報論基礎

ここでは、シャノン情報論<sup>1)</sup>を導入する。証明など詳しいことは情報論の教科書<sup>3)</sup>を参照されたい。

### 2.1 確率空間と確率の定義

情報量は確率事象に対して定義される。したがって、まず二つの確率空間、あるいは確率事象系 $X$ と $Y$ を定義する。

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n / p_1, p_2, \dots, p_n\}. \quad (1)$$

$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m / q_1, q_2, \dots, q_m\}. \quad (2)$$

ここで、 $x_i, y_j$ はそれぞれの系の事象、 $p_i, q_j$ はそれらの確率である( $p_i > 0, \sum p_i = 1; q_j$ も同じ)。 $n$ と $m$ は各系の事象の数で刻み数とも呼ばれる。

### 2.2 確率事象の情報量

常識的に要請される情報の性質（加法性など）から情報量は確率の対数となる。また、 $n=2$ の事象系

を基本とするのが合理的である。つまり対数の底は2である。情報量の単位は同確率の二者択一の場合にとりビットと呼ぶ。

#### 2.2.1 確率事象の自己情報量

以上の議論から、 $X$ のある事象 $x_i$ が生起したことの通報が持つ情報量は先の議論からその確率の逆数の対数をとる。

$$H(x_i) = \log(1/p_i) = -\log p_i. \quad (3)$$

#### 2.2.2 事象系全体の情報量

通常、興味あるのは対象全体の平均的信息量である。これは(3)式の $X$ 事象確率についての平均を取ればよい。

$$H(X) = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i. \quad (4)$$

これは事象系全体の1事象あたりの平均的（自己）情報量、即ち平均的不確定さの度合いであり、情報エントロピーとも呼ばれる。 $H(X)$ の大きさの範囲は

$$0 \leq H(X) \leq \log(n), \quad (5)$$

である。最初の等号は、どれかの確率 $p_k=1$ である場合、すなわちどれかの事象が確実に生起し、他の事象は確実に起こらない( $p_i=0, i \neq k$ )場合に限り成り立つ。これは生起の予測に関して全く不確定さがなく確実に $x_k$ が生起することがいえ、生起の事象の数 $n$ には依存しない。一方、後の等号はすべての事象に関してその確率が等しい場合、すなわち、 $p_i=1/n$ ( $i=1, \dots, n$ )である。これはすべての事象が同じ程度に生起しやすく、従って最も予測し難く不確定である場合である。このように最大値は事象数 $n$ に依存す

ることに注意。

### 2.2.3 最大エントロピー分布

$n$ が与えられたときに最大の平均情報量を与える分布を最大エントロピー分布と呼ぶ。離散事象系で最大値が制限されたときのそれは上で述べたような

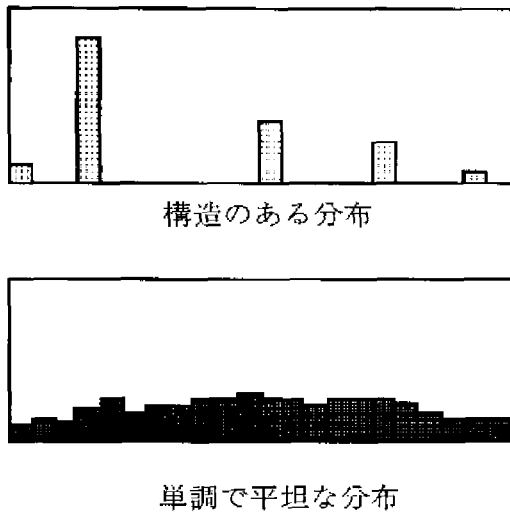


Fig.2 情報量の少ない分布（上）と多い分布（下）

もっとも平坦な分布,即ち一様分布である。Fig. 2に情報量の少ない分布と多い分布の模式図を示した。

### 2.2.4 同時事象情報量と条件付き情報量

次に二つの事象系、すなわち、 $X$ と $Y$ 事象系間の情報のやり取り、すなわち通信を考える。そのために、二つ事象間の同時生起事象系 $Z=X \times Y$ とその確率 $p(x_i, y_j)$ を定義する。よって上と同様にその情報量が定義できる。

$$H(X, Y) = - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j). \quad (6)$$

また、片方の事象系で条件付けられたもう一方の事象のいわゆる条件付き確率 $p(x_i|y_j)$ や $p(y_j|x_i)$ が定義できる。この条件付き確率に対しても、上と同様に

定義される情報量は条件付き情報量と呼ばれ、情報論の重要な概念である。

$$\begin{aligned} H(X|Y) &= \sum_{j=1}^m p(y_j) H(X|y_j) \\ &= - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p(y_j) p(x_i|y_j) \log p(x_i|y_j). \end{aligned} \quad (7)$$

この情報量の意味は、事象 $Y$ の一つの生起を知った上での（条件付きでの）事象 $X$ についての情報量（不確定さの）事象 $Y$ についての平均値である。

$H(Y|X)$ についても同様の式なので省略する。定義より、結合エントロピー $H(X, Y)$ と条件付き情報量 $H(X|Y)$ の間には以下の関係がある。

$$H(X, Y) = H(X|Y) + H(Y) = H(Y|X) + H(X) \quad (8)$$

$$H(X, Y) \leq H(X) + H(Y), \quad (9)$$

である。(9)の等号が成り立つのは $X$ と $Y$ が独立の場合のみである。

### 2.2.5 相互情報量

条件付き情報量 $H(X|Y)$ と平均情報量 $H(X)$ との差

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y), \quad (10)$$

は相互情報量と呼ばれ、情報論における最も重要な概念である。相互情報量は必ず正である。

$$I(X; Y) \geq 0 \quad (\leftarrow H(X) \geq H(X|Y)). \quad (11)$$

この不等式は、一般に $Y$ を知った後の $X$ の不確定さは減少することを意味する。すなわち、 $X$ の不確定さは減少分が二つの事象系間に流れる情報量を表す。等号は、即ち $I(X; Y) = 0$ は $X$ と $Y$ が独立の場合に成り立つ。また $X=Y$ のとき $I(X; Y)$ は最大値 $H(X)$ をとる。

二つの事象系を通信路の入力と出力とみなしたとき、 $I(X; Y)$ は誤りのある通信路、すなわち入力と出

力が一般に同じでない( $X \neq Y$ )通信路の性能をあらわす。すなわち通信路の最大容量をあらわす。

### 2.3 独立と非独立 (従属) の概念

これまで、「独立」という表現を何の導入もなく用いてきた。もちろんその意味は確率論における独立の概念である。(7)式からわかるように条件付き情報量は独立の概念と深く結び付いている。すなわちもし $X$ と $Y$ が互いに独立事象であれば、片方の事象の生起は、もう一つの事象の生起に何の関係もないので、条件付けることの意味はない。よって相互に情報が流れることもない。

従って、独立の場合には、

$$H(X|Y)=H(X), H(Y|X)=H(Y) \quad (12)$$

$$\rightarrow H(X,Y)=H(X)+H(Y), \quad (13)$$

である。これより、一般に

$$0 \leq H(X|Y) \leq H(X) \leq H(X,Y) \quad (14)$$

の不等式が成り立つ。また

$$H(X|Y)=0, \quad (15)$$

が成り立つのは $X=Y$ のときである。つまり $Y$ を知って $X$ の不確定さが完全に無くなるのは $X=Y$ のときに限り、これは至極当然のことである。

### 2.4 多元事象系への拡張

これまでの議論は2元事象系だけでなく一般的に3つ以上の事象系(多元事象系 $X, Y, Z, \dots$ )に拡大できる。詳細は省略するが、

$$H(X|YZ\dots) \leq H(X|Y) \leq H(X), \quad (16)$$

が成立する。

## 3. 情報論的計測論

2章の準備を基に、ここで情報論的計測論の基礎付けを行う。

### 3.1 測定システムと計測過程の定式化

ここでは、計測過程を線形システム論的に定式化する。通常はアナログ表示(連続表示)であるが、実際には出力は標本化されている。従ってここでは全て離散表示で通す。系は全て離散表示として一般性を失うことはない。

測定システム方程式は以下の行列式になる。

$$G=RF, \quad (17)$$

これは、フレドホルム1型積分方程式の離散表示である。ここで、 $F=\{f_i\}$ :対象を表現する $n$ 次元ベクトル:未知ベクトル(入力)、 $G=\{g_j\}$ :測定を表現する $m$ 次元ベクトル:観測ベクトル(出力)、 $R=\{r_{nm}\}$ :双方を結びつける行列で一般にカーネル等と呼ばれる。カーネルは測定系の物理プロセスを表現するので、数理的には物理モデルである。放射線計測の分野では応答関数といわれている。

いま、観測対象の事象を $X$ 、観測事象系を $Y$ とすると、計測の物理的要請よりその要素は

$$f_i \geq 0, g_j \geq 0 \quad \& \quad f_i < \infty, g_j < \infty, \quad (18)$$

である。いま $S_f = \sum f_i, S_g = \sum g_j$ として、 $f'_i = f_i / S_f, g'_j = g_j / S_g$ とおくと、 $0 \leq f'_i \leq 1, 0 \leq g'_j \leq 1$ 、かつ、 $S_f = \sum f'_i = 1, S_g = \sum g'_j = 1$ となり、 $F'=\{f'_i\}$ や $G'=\{g'_j\}$ は確率事象系とみなすことができる。以後は'

をつけないで表示する。

つまり、適当な規格化の基で、入力と出力を確率事象系と見なすことが可能である。検出器の検出効率などの問題はここでは考えない。以上の取り扱い「相対(的)計測」に相当する。絶対値の計測の問題は別途、規格化問題として扱えば良いと言うのがここでの立場である。

二つの事象系が定義できれば先の議論より諸情報量が定義できる。

### 3.2 測定対象事象系と情報量

対象のイベント空間および観測(測定)事象系を適当な規格化のもとでどちらも確率事象系と見なすことができた。以下に例を示す。

例1：放射線測定で $X$ =線源のエネルギー分布：

$F=\{E_1, \dots, E_n; f_1, \dots, f_n\}$   $E_1, \dots, E_n$ はエネルギーの刻み、

$f_1, \dots, f_n$ は強度をあらわす。 $Y$ =検出器の波高分布：

$Q=\{j, \dots, m; q_1, \dots, q_m\}$ ,  $j=1, \dots, m$ はチャンネル $q_1, \dots, q_m$ は

カウント数を表す。 $p(q|f)$ は検出器の応答関数(単色放射線の検出器の出力集合)である。

例2：CT問題： $X$ =減弱係数分布： $R=\{1, \dots, n;$

$\mu_1, \dots, \mu_n\}$ ,  $i=1, \dots, n$ は対象の2次元表示上の刻み

(ピクセル)の減弱係数を表す。 $Y$ =エックス線

ビームライン毎の減衰データ:投影データ集合 $P=$

$\{P_1, \dots, P_m, j=1, \dots, m\}$ は検出器数と対象の大きさから

決まる投影データの刻み数である。 $p(P_j|i)$ =ビームラ

インへの各ピクセルの寄与率。

#### 3.2.1 測定対象事象系 $X$ の情報量

3章の議論から測定対象系の情報量が定義できる。これは対象の1イベントの生起の予測の不確定さの平均値であり、対象全体を確定するために必要な情報量と言うことになる。別な見方をすれば、対象事象系の一種の複雑さの度合いを表すと考えても良い。

●性質1：(1)刻み数 $n$ の対象事象系の情報量は $0 \leq H(X) \leq \log(n)$ で与えられる。

(2) $n$ の大きな対象ほど一般に情報量は大きい、

(3)同じ $n$ の場合、簡単な構造を持つ分布ほど情報量が少なく、平坦な分布ほど大きい。(例：単純なガンマ線分布は情報量が少なく、核分裂中性子や制動放射X線のスペクトルは情報量が大きい)。

(4)情報量が大きい分布ほど確定するために多くの情報量が必要である。

#### 3.2.2 観測事象系 $Y$ の情報量

観測空間 $Y$ の情報量 $H(Y)$ についても性質1の(1)~(4)は全く同じなので省略する。

### 3.3 応答関数と条件付き情報量

二つの事象系をつなぐ条件付き確率は測定系の応答関数に対応させることができる。応答関数は画像情報ではいわゆる点広がり関数に対応するが、例えば放射線計測の場合はいわゆる時不変システムではないことに注意したい。情報伝達系が条件付き確率、あるいは $H(X|Y)$ が定義されれば完全に規定されると同様に、測定系も応答関数が与えられれば完全にその性能が決まる。なぜなら、全ての物理メカニズムや統計メカニズムがここに含まれているからで

ある。

$H(Y|X)$ は定義から分かるように  $X$ 事象系で単一の事象の出力が観測系  $Y$ の複数の事象に分散する、その度合を表している。一方、 $H(X|Y)$ は逆に観測系  $Y$ の単一の事象の原因が対象系  $X$ の複数の事象に分散する、その度合を表している。 $H(Y|X)$ は散布度、 $H(X|Y)$ は曖昧度と呼ばれている。これらは何れも測定系が定義されれば決まるものなので、系を表と裏から見ているに過ぎず、本質的に同じものである。

Fig. 3 に散布度と曖昧度の説明図を示した。

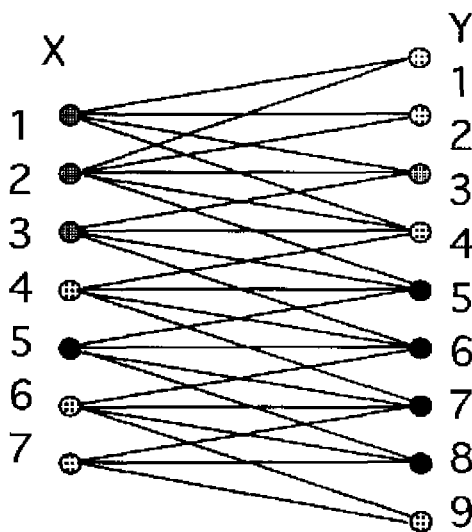


Fig.3 散布度 (●: 一個の入力  $X$  が複数の出力  $Y$  に分散している) と曖昧度 (⊕: 一個の出力の原因が複数の入力に分散している) の説明。

### 3.4 計測の基本定理

準備ができたので、ここで情報エントロピーの性質から導かれる計測に関するいくつかの基本的な定理を示す。

#### 3.4.1 計測系存在定理

●定理1 (計測系存在定理): (10)式より、ある計測対象事象系  $X$  に対してそれと非独立な観測事象系  $Y$  の観測ができる場合には必ず対象に関する情報が獲得され (相互情報量はゼロではなく有限) 対象

の不確定さは必ず減少する。

すなわち、非独立な事象間に測定系が形成できれば、必ず対象に関する情報を獲得できることを保証する。よって定理は計測系存在定理と呼べる。

●系: 二つの事象系 (対象事象系と選ばれた観測事象系) が独立の場合には計測系を成さない。

●定義1 測定系: 測定系とは、対象系  $X$  と観測系  $Y$  の二つの確率事象とその間の条件付き確率が規定されたものである。

#### 3.4.2 計測系の評価定理と評価指標

定理1は計測系の存在を保証するが、その性能に関しては何も述べていない。いま  $H(X|Y)=0$  であれば、すなわち、 $Y$  を1現象を観測した結果、 $X$  の不確定さが0になったとしたら、2.2.5節からその時相互情報量は最大  $I(X;Y)_{\max}=H(X)$  になり。その測定系はもっとも有効であると考えることができる。これは  $X=Y$  の時に実現する。よって

●定理2 (観測系比較定理): 同じ  $m$  を持つ測定系の中で相互情報量の大きい測定系は小さな測定系より有効である。

●系 (理想的観測系): 最大は  $X=Y$  の時、または線型関係のときに実現する。この系は理想的である。

前にも述べたように計測系の性能は、 $X$  と  $Y$  とその事象間の条件付き確率で定まる。従って、計測系の性能指標として条件付き情報量や相互情報量は等価である。しかし、 $n, m$  に依存しない、より使い易い指標として以下の情報類似度  $S(X, Y)$  がある。

$$S(X, Y) = I(X; Y) / H(X, Y). \quad (19)$$

$0 \leq S(X, Y) \leq 1$  であることは明らか。  $S=0$  は  $X$  と  $Y$  が

独立、 $S=1$ は $X$ と $Y$ が関数従属関係の場合である。

参考までに同じ類似度に統計の相関係数がある。相関係数には線形条件が要求される。情報類似度の場合には任意の関数でよいのでより一般的である。

### 3.5 統計的推定問題と必要データ量

さて、平均相互情報量とは単一事象の観測に関しての平均的にもたらされる情報量であった。検出、測定、観測の目的は、観測により $X$ の不確定さをゼロにすることである。雑音がある場合など理想的でない検出器においては、どのような条件で $H(X|Y)$ はゼロになるであろうか？

$Y$ の一イベントの観測で、 $X$ の不確定さは相互情報量 $I(X;Y)$ の分だけ減少する。 $X=Y$ でない系では、 $I(X;Y)=H(X)$  あるいは  $H(X|Y)=0$  とならないので、 $H(X|\cdot)=0$  とするためには少なくとも複数個の観測が必要である。その必要イベント数は、当然 $I(X;Y)$ の大きな体系では少なく、小さな体系では多いと考えられる。

以下でその必要イベント数について検討する。いま仮想的に $X$ の事象 $x_i$ を固定して、連続的に発生させて入力し、その出力 $y=(y_1, \dots, y_N)$ を観測する事を考える。 $y$ の出力過程は独立と考えられるので、

$$p(y_1, \dots, y_N | x_i) = \prod_{k=1, N} p(y_k | x_i), \quad (i=1, n). \quad (20)$$

を仮定する。あい続く $N$ 個の出力を観測するとき、 $X$ の条件付き情報量は $H(X|Y^N)$ が $N \rightarrow \infty$ の時どうなるかを確かめる。省略するが、 $H(X|Y^N)$ の上限は

$$H(X|Y^N) \leq \sum_{i, i \neq 1} (p_i p_i)^{1/2} [d(i, 1)]^N. \quad (21)$$

ここで、

$$d(i, 1) = \sum_{j=1, m} [p(y_j | x_i) p(y_j | x_1)]^{1/2} \leq 0 \quad (22)$$

である。上式は $N \rightarrow \infty$ の時0に収束することが証明できる<sup>4)</sup>。よって、

●定理3 (収束定理) :  $N$ を十分な量の観測量があれば $X$ の不確定さをゼロにできる。

これは統計的パラメータ推定問題と全く同様な結果である。実用的な測定では有限で達成されなければならない。実際には許容する誤差の範囲で求めれば良いので、(21)式右辺を評価すれば良い。

●定理4 (必要データ量定理) : 有限のデータ数 $N$ で $H(X|Y^N)$ を許容される誤差の範囲で0に接近させることができる。

●性質 :  $H(X|Y^N)$ を許容される誤差の範囲で0に接近させる必要データ数 $N$ は、 $I(X;Y)$ の大きな系程少なく、小さな系ほど多い。

## 4. 雑音、多元情報、情報圧縮

前章までの2元事象系で一応測定過程の情報論的議論が可能となった。しかし現実の測定状況は $X \rightarrow Y$ といった単純な系ではなく複雑である。例えば、 $X$ や $Y$ とは異なった不要な信号(事象)が雑音や背景として付加される事がしばしばある。従来の情報論でこのような問題はいわゆる加法性雑音の影響として議論されている。その場合には、事象系を2元から多元事象系への拡張する必要がある。

一方において、放射線計測の領域では、例えば検出器からの波高情報だけでなく、その波形情報など

の情報を同時に活用することにより信号対雑音比を高めてより確かな情報を獲得することがよく行われる。このような場合は事象系は3つになる。3つ以上の事象系も2元事象系の場合からの拡張が可能であることは2.4で述べた。

#### 4.1 雑音の考慮

##### 4.1.1 雑音モデル

雑音やバックグラウンドの影響を考慮した信号  $Y$  の表現モデルを考える。最も単純なモデルは、

$$Y=KX+N. \quad (23)$$

ここで、 $K$ はシステムのゲイン、 $N$ は独立な雑音源信号である。

通常の放射線を測定する場合や微弱な光信号を捉えるときの光量子計測の場合には、統計的揺らぎ（ポアソン・ノイズ）の効果が強く影響してくる。またの量子化の過程でいわゆる量子化雑音が加わってくる。これらは $X$ に依存するので、まとめて $N(X)$ と表現すると、

$$Y=K[X+N(X)]+N. \quad (24)$$

さらにバックグラウンド $B$ が信号に入ってくる場合には、それらも同時に増幅されるので、

$$Y=K[X+N(X)+B]+N, \quad (25)$$

となる。

放射型の情報担体を発信して、反射してくる情報を観測するようないわゆるアクティブな測定系の場合には、発信装置のパラメータ $P$ に依存する部分がでてくるので、それを陽に取り入れた表現をすると、

$$Y=K(XP)+N(XP)+B+N, \quad (26)$$

となる。

##### 4.1.2 加法性雑音

本論では、単純に(23)式の $K=1$ の場合についてのみ述べる。これは一般に二つの独立な信号 $X$ と $N$ が混ざり合い、信号 $Y$ を形成する( $Y=X+N$ )場合である。 $I(X;Y)=H(Y)-H(N)$ が導かれ、以下の定理が成り立つ。

●定理5（雑音定理）：加法性雑音が加わった系では、無い場合( $X=Y$ )の $I(X;Y)=H(X)$ に比べて、相互情報量は雑音の情報量 $H(N)$ だけ減少する。つまり、測定系の性能は $H(N)$ の分だけ劣化する。

●系：もし $H(Y)=H(N)$ ならば、相互情報量はゼロとなり、測定により得る所は何も無い。

複雑な場合(24-26)についても同様な議論が成り立つがまだ正確な式を導いていない。

##### 4.1.3 雑音の対策

上の簡単な結果から、雑音への対策を考える。まず、独立雑音 $N$ についての対策は、雑音電力を実効的に減少させ $H(N)$ を減らす以外には方法はない。これまで議論していないが、信号と雑音の周波数特性の違いを考慮して、周波数フィルター（平滑化フィルター）を用いると言う方法がある。平滑化フィルターはこれまで、放射線計測の領域では、通常アナログ回路で処理されているが、最近はデジタル処理も行われるようになってきた。

$N(X)$ のいわゆる統計的変動雑音に関しては、データ取得後のデータ処理として行われる。データ



統合、種々の平滑化フィルターやモデル関数当てはめにより雑音電力を減らすことが可能である。量子化雑音に関しては、ベクトル量子化の技術が開発されているが計測領域では未開発である。

$B$ のパワーを低下させるには、次の4.2で取り上げる多次元情報の活用がある。先の例をあげたようにこれにより実質的にバックグラウンドの減少につながっている。

これらの処理がそれぞれどれだけ $H(N)$ をどれだけ減少させるかは、これからの議論である。

## 4.2 多次元情報の活用

$X$ に対してそれと非独立な事象でかつ上で述べた統計的雑音と異なる観測量 $Z...$ があった場合、その情報を活用すると、(16)式より単独の $Y$ の情報のみを用いた場合よりも $X$ に関する不確定さが一般的に減少する事が保証されている。よって、

●定理6 (多次元情報活用定理) :  $X$ に対してそれと非独立な複数の事象 $Z...$ を用いれば、それだけ $Y$ 単独情報を用いた場合に比べて不確定さが減少する。

このことは一般計測の分野でのセンサーフュージョン (センサー情報統合) という概念とほぼ同じものであると考えて良いであろう。放射線計測の分野ではセンサーフュージョンは既に特殊な形で実現し、利用されてきている。即ち、検出器からの授受エネルギーに比例したいわゆる波高情報だけでなく、波形情報、時間情報 (同時計数、飛行時間法)、方向依存情報 (テレスコープ) などの情報を必要に応じて検出器 (群) より取り出して、 $S/N$ を

向上させたり、必要なイベントを抽出すること (同定) を行っている。さらにハード的ではあるが、コリメータなどを設けて実質的に方向情報を活用することは日常的に行われている。

多元情報活用の考え方であるが、3種類に大別される。1つ目は、 $Y, Z, ...$ 情報がお互いに $X$ について重複せず、それぞれ $X$ を部分的にカバーし確定して行く、いわゆる完全直交情報 (補完) 情報関係の場合である。 $X$ の全体像を早くはっきりさせる目的には都合がよい。2番目は、 $Y, Z, ...$ 情報が部分的に重複している場合で、お互いに部分的補完がなりたちやはり効率が上がる。しかし1番目よりは劣る。3番目は $Y, Z, ...$ 情報が殆ど完全に重なっている場合で、お互いに冗長情報であるから、 $X$ の全体像明かにならないが、関係部分に対してはその確かさが向上する。大抵の系は、2番目のケースであろうと思われ、直交情報と冗長情報をうまく組み合わせて、効率の良い計測系を組むことができる。

## 4.3 情報獲得の効率化 : 情報の圧縮法

情報圧縮技術は現代情報通信論の根幹技術であるが、その考え方は計測の情報獲得効率化にとっても大変重要な概念であることが情報論を基礎にすると明確になってくる。

情報量の多い対象ほど必要獲得情報量は多くなることは前に指摘した。よって、情報論的立場からは、もし対象の情報量 $H(X)$ を減少させることができれば、必要情報量 $H(Y)$ が減少し、計測負荷低減化につながり、計測技術上有用である。この技術をここ

では計測情報圧縮と呼ぶ。情報圧縮には対象分布はいじれない以上、刻み数 $n$ を減らす以外にない。

(1) 殆どバックグラウンドのみの領域など事実上必要のない領域を対象領域から除外する(Fig.4)。

- ・しきい値を設定しバックグラウンドの除外。
- ・事前情報を活用して実質的に対象から除外。

(2) 対象の刻み数 $n$ を実質的に減少させる。

- ・重要部分とそうでない部分の刻みを調整する。例えば、対象領域のピクセルサイズを調整。

(3) 対象内の冗長性(規則性)を活用して対象の自由度を削減する。

- ・ある種の分布モデルを仮定して、対象表現を幾つかのパラメータに置き換えると、モデルに応じて大幅に情報量は減少する。(n=フリーパラメータ数)。

(4) 本当に知りたい情報は何かを良く吟味し、 $n$ の値の少ない対象空間に置き換え問題を簡略化する。

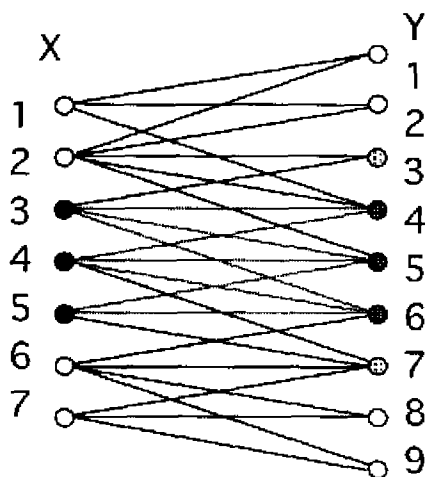


Fig.4 測定情報圧縮の説明。Xの重要な部分(X3,X4,X5)のみに注目した、Yの情報減らした測定(Y4,Y5,Y6のみ、又は、Y3,Y7も入れる)で目的を達成する。

- ・例1: ガンマ線、X線分析では、従来からスペクトル実施されてきたが、ほとんどの場合実は真に知りたい情報は核種や元素の分布である。(n~1000 → n~10-100)。

- ・例2: 知りたいことは、対象の細かい分布ではなく、例えば良否の判定や、少ないカテゴリ分けであることが多い。(n~1000 → n~2-10)。

## 5 まとめ

シャノン情報論をベースに計測の基礎論の枠組みの構築を試み、幾つかの重要な諸定理が提示できた。これらの定理はいずれも情報論で証明されているものであり、それ自体目新しさはない。また、多くのものが、計測論としても、これまでの常識に矛盾しない、あたりまえの結果となっている。その意味でも新味はないが、数理的な基礎付けや限界が明確になったり、客観的定量的な説明が可能となった意義は大きいと考える。まだこの試みは萌芽的であり、初歩的であるが、情報論にはまだまだ数多くの成果が与えられていることを考えると、今後の活用次第では計測システムの設計などの検討への有効な手段となりうると考えている。

本論文は数理統計研究所1998年逆問題とその周辺研究会での報告を加筆・発展させたものである。

### 参考文献

- 1) C.E. Shannon and W. Weaver, *The Mathematical Theory of Communication*, Univ, Illinois Press (1949).
- 2) S. Verdi, " Fifty years of S hannon Theory, V ol 44, No. 6, IEEE Trans.Information Theory (1998).
- 3) 例えば、磯道義典、情報理論、電子情報通信学会、コロナ社 (1978).
- 4) 有本卓、確率・情報・エントロピー、森北出版 (1980).