計測制御学会東北支部　第181回研究集会(1999.5.21)
資料番号　181-3

ＧＰ（遺伝的プログラミング）による連続時間システムの同定

Identification of continuous-time dynamical systems via genetic programming

井前譲*，○佐々木彰**

Joe Imae*，○ Akira Sasaki**

*岩手大学工学部，**岩手大学大学院

*Faculty of Engineering, Iwate University，**Graduate school of Engineering, Iwate University

キーワード：遺伝的プログラミング(Genetic Programming)，同定(Identification)，
連続時間非線形系(Continuous-time Nonlinear System)

連絡先：〒020 盛岡市上田　4-3-5，岩手大学工学部機械工学科
井前　譲　℡：019(621)6401，E-mail：jimae@iwate-u.ac.jp

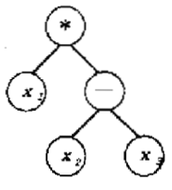
１．緒言

システムを解析・制御するためには対象とするシステムを同定することが必要となる．しかし，従来の同定法ではモデル構造の決定などに多くのノウハウを必要とし，技術者の「技」に頼る部分を残している．ニューラルネットワークを用いてシステムの入出力関係を表現する方法も提案されているが，システムの設計・解析に用いるには，この関係を微分方程式あるいは差分方程式などの数学的表現に直さなければならず，多くの困難な問題が存在している[1]．

このような問題点を解決し，自動的に同定を行う方法として，関数自動生成機能を持つ遺伝的プログラミング（ＧＰ）の利用が考えられる．本論文では，ＧＰを利用し，状態空間表現による連続時間システムの同定法を提案する．

２．ＧＰの基礎理論

ＧＰはＧＡを構造的に拡張したもので，Fig.1 のように個体として木構造を取り入れたものである．これにより，複雑な数式，概念，関係などを表現することが出来る．例えば Fig.1(a)は x_1* (x_2−x_3) を表している．Fig.1(b)は S 式表現と呼ばれるもので，(a)と(b)は同じものを表している．



(a) Tree structure

(* X_1 (− X_2 X_3))

(b)Symbolic expression

Fig.1 Individual in GP

ＧＰの個体構造は非終端記号と終端記号によって構成される．また，ＧＰでは個体の優劣を判定するために適合度関数を用いる．

3．同定方法

本論文では，対象とするシステムは以下のように表現されるものと想定する．

$$\dot{x}(t) = f(x(t),u(t)), \quad x(0) = x_0$$
$$y(t) = h(x(t))$$

ただし，x は n 次元状態ベクトル，u は m 次元入力ベクトル，y は r 次元出力ベクトル，x_0 は初期状態を表すものとする．

以上のようなシステムをＧＰにより同定するにあたり，次のことを仮定する．

仮定１：入力 $u(t)$，及び出力 $y(t)$ は観測できる．

仮定２：システムの初期状態量は進化の各過程において等しい．

仮定３：関数 $h(\cdot)$ は既知とする．

本論文においては，複数の個体を持つ集団が従来の個体に対応する．各々集団は，想定される次数 $\hat{n}$ の個体を持つものとする．その集団内の各々の個体を微分方程式とし，その出力は状態量の一階微分に対応させる．この集団によりシステムを，以下のように表現する．

$$\dot{x}(t) = g(x(t),u(t)), \quad x(0) = x_0$$
$$y = h(x(t))$$

ただし，$g(\cdot)$ はＧＰにより導出される関数であり，x は $\hat{n}$ 次元状態ベクトル，u は m 次元入力ベクトル，y は r 次元出力ベクトル，x_0 は初期状態を表す．

本論文で用いるＧＰの終端記号，非終端記号及び適合度関数は以下のようにする．

●終端記号：システムの入力 $u(t)$，ＧＰにより導出される状態量 $x(t)$，さらに実数値（−5.0～5.0）を採用する．

●非終端記号：システム同定においては，導出される同定モデルは簡潔に表現されることが望まれる．このような点から，和（＋），差（−），積（＊）のみを採用する．

●適合度関数：同定モデルを簡潔にする目的で，各世代の最良集団を選定する訓練データには，以下のような適合度を採用する．

$$J_1 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^T(y_i - \hat{y}_i) + node \cdot W$$

（y_i：対象システムの出力ベクトル，$\hat{y}_i$：ＧＰによる出力ベクトル，N：データ数，$node$：木のノード数，W：重み）

さらに，最良集団に対するテストデータの適合度は，以下のようにする．

$$J_2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^T(y_i - \hat{y}_i)$$

ＧＰなどの帰納的学習では，学習が進むほど訓練データに過度に適合する過学習が起こることが知られている．本論文で提案する同定法は，過学習を回避させるため，テストデータと訓練データは別なものとし，さらにテストデータは複数用いた．

次にＧＰに基づく同定法を示す．

【ＧＰによる同定法】

＜step1＞ＧＰのパラメータを設定する．

＜step2＞パラメータに従い個体構造をランダムに構成し，複数の集団を生成する．各々の集団は想定される次数 $\hat{n}$ だけの個体を持つものとする．

＜step3＞適合度の計算をする．

訓練データを用いて，ノード数を考慮した適合度 J_1 の計算をする．

＜step4＞適合度関数 J_1 が最も良かった集団に対し複数のテストデータを用いて適合度 J_2 を計算する．この平均値を適合度とし，過去に導出された最良集団と比較する．

＜step5＞過去に導出された最良集団が 100 世代更新されなければ，終了とする．

＜step6＞各集団にランダムに Gcrossover を適用する．

＜step7＞各集団にランダムに Ginversion 及び，Gmutation を行なう．

＜step8＞step6，step7 によって得られた集団を次の世代の集団として step3 へ戻る．

4．数値実験

本論文で提案する同定法を 3 つの例に適用し，その有効性を確認する．なお本論文で用いるＧＰは文献 2）のＣ語版ＧＰプログラムに改良を加えたものを使用し，積分計算には Runge-Kutta 法を用いた．

4.1 数値例 1

本論文で提案する方法を線形システムに適用する．

同定対象を以下のような１入力１出力２次の線形システムとする．

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{m}(u - kx_1 - cx_2)\end{cases}$$

$$y = x_1$$

$(m=2.0,\ k=c=1.0)$

このシステムを２次のシステムと想定して同定を行う．すなわち，$\hat{n}=2$．最良集団の選定に用いる J_1 の重みは 0.001 とする．また，同定に用いるデータ数は訓練データについては 600，テストデータは 300 を 3 セット用いるものした．

一般に線形システムの同定にはM系列信号が用いられる[3]．この数値例については，Fig.2 のような２と-２の２値信号を用いるものとした．入力に対するＧＰの同定結果は，Fig.3 のようになった．テストデータの平均適合度は $J_2=0.22\times10^{-3}$ となった．このとき，ＧＰにより導出されたシステムは以下のようなものとなった．

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 0.490123u - 0.490123x_1 - 0.516327x_2\end{cases}$$

$$y = x_1$$

これにより，線形システムをその表現を複雑にすることなく線形システムとして同定することが出来た．

一般にＧＰは関数の係数を乱数などで作るため，係数の取り扱いは得意としない．しかし，テストデータを複数セット用いることで，局所解的なものではなく真のシステムに近い関数を生成できたと考えられる．

次に非線形のシステムに適用し，その有効性を示す．非線形同定では，線形システムの同定入力とは異なる信号が必要となる．ここでは，非線形システムの同定入力としてよく用いられる以下のような合成正弦波を使用しするものとした[1),4)]．

$$u = \sum_{i=1}^{20} a_i \sin(2\pi t / b_i + c_i)$$

$0 \leqq a_i \leqq 1.0,\ 0.5 \leqq b_i \leqq 5.0,\ 0 \leqq c_i \leqq 2\pi$

とし，(a_i, b_i, c_i) は上記の範囲内でランダムに生成した．

4.2 数値例 2

同定対象を以下のような 1 入力 1 出力 2 次のシステムとする．

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = (1 - x_2^2)x_1 - x_2 + u \\ \dot{x}_2 = x_1\end{cases}$$

$$y = x_2$$

ＧＰの実行にあたり，$\hat{n}=2$ と仮定し，一集団に 2 つの個体を持つもとした．J_1 の重みは 0.001，用いるデータ数は，訓練データは 600，テストデータは 300 を 3 セットとした．

テスト入力（Fig.4）による同定結果を Fig.5 に示す．テストデータの平均適合度

はJ_2=7.09×10^{-3}となった．

Fig.5 からＧＰにより十分システムが表現できていることがわかる．さらに，このときＧＰにより導出されたシステムは以下のようになり，線形の例と同様にシステムをいたずらに複雑にすることなく表現することが出来た．

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = (1-x_2^2)x_1 - 1.0784x_2 + u \\ \dot{x}_2 = x_1 \end{cases}$$
$$y = x_2$$

以上の結果より，この数値例においてはＧＰにより対象システムの持つ非線形構造がある程度正確に導出できたと言える．なお，数値例 1，2 において導出される関数が単純なものとなったのは，木のノード数の少ないものを優先させた結果と考えられる．

4.3 数値例 3

同定対象を以下のような 1 入力 1 出力 3 次のシステムとする．

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = -x_1 + ux_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_3 + x_1^2 - x_2^3 + u \\ \dot{x}_3 = -x_3 + x_1x_2 \end{cases}$$
$$y = x_2$$

$\hat{n}$=3 と仮定し，一集団に３つの個体を持つもとしてＧＰを実行した．テストデータ，訓練データの数は数値例 1，2 と同様にした．J_1の重みは 0.00001 とした．

この例においては，最初から 600 の訓練データを用いても十分に適合度を下げることが出来なかった．試行錯誤の結果，最初に訓練データを 300 個だけ用い，進化が進まなくなった時点でデータ数を徐々に増やし進化させた．最終的に 600 世代においてすべての訓練データすべてを用いて進化させた．

以上の操作により，Fig.6 のようなテスト入力による同定結果は，Fig.7 のようになった．テストデータの平均適合度はJ_2=4.21×10^{-3}となった．これより，システムを十分に表現出来ていることがわかる．適合度の上では数値例 2 よりも良い同定結果を得ることが出来た（Table 1）．しかし，前出の 2 例とは違い木構造が異常に大きくなり，それにより表現されるシステムも複雑なものとなった．

５．結言

システム同定に対しＧＰの関数自動生成機能を利用した同定法を提案した．

提案した方法により，システムの入出力のみから線形システムおよび非線形システムを同定することが出来ることを数値例で示した．数値例では１入力１出力のシステムのみを取り扱かったが，多入力多出力への拡張も容易である．しかし，システム表現が複雑になる場合もあり表現の複雑さと同定精度のバランスを取るための規範を考える必要がある．

参考文献

1）金，和田，平沢，村田，相良：ニューラルネットワーク誤差補償器を用いた非線形連続系同定，電気学会論文誌 C，vol. 114, No. 5，pp. 595-602 (1994).

2）伊庭：遺伝的プログラミング，pp. 43，東京電気大学出版局 (1996).

3）足立：制御のためのシステム同定，東京電気大学出版局 (1996).

4）吉川，井村，春名：ハイブリッドニューラルネットワークによる非線形動的システムの同定と制御，システム制御情報学会論文誌，vol. 9, No. 3, pp. 127-136 (1996).

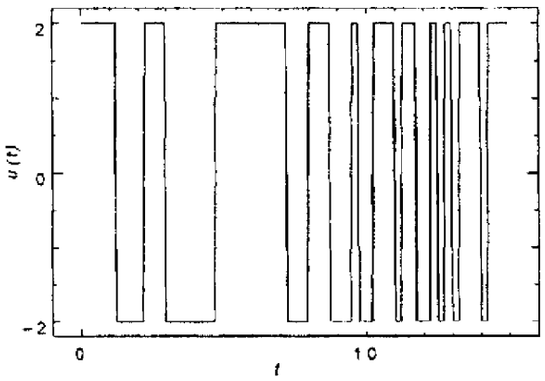


Fig.2 Control u

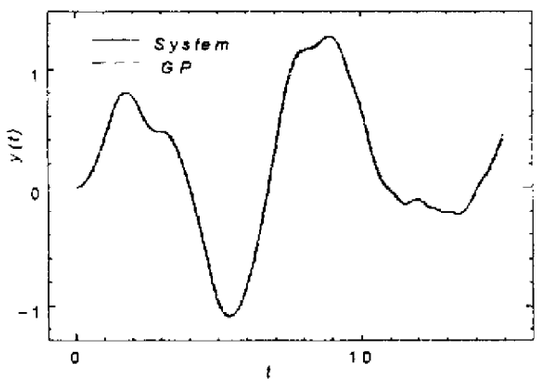


Fig.3 Output y

Table 1 Result of test

Case	J_2 $[\times 10^{-3}]$
Example 1	0.22
Example 2	7.09
Example 3	4.21

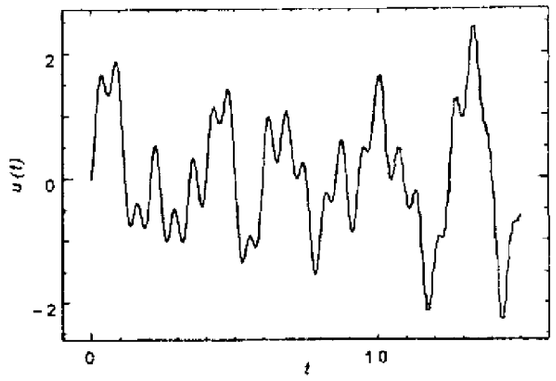


Fig.4 Control u

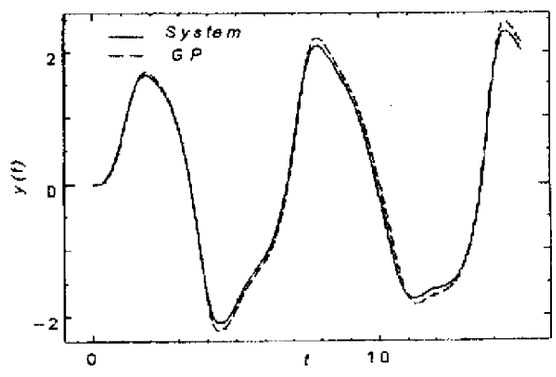


Fig.5 Output y

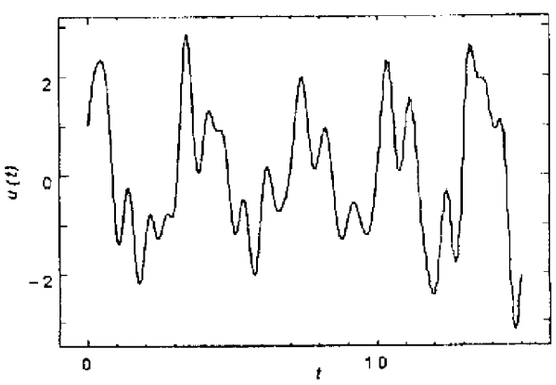


Fig.6 Control u

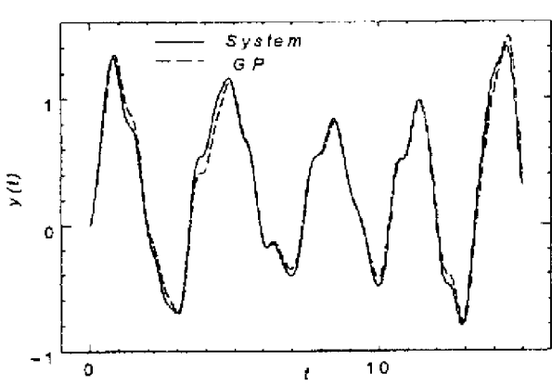


Fig.7 Output y