

三次元空洞内に発生する自然対流の数値計算と可視化

Numerical Simulation and Visualization of Natural Convection in Three-dimensional Cavity

露木浩二, 五十嵐三武郎

Koji Tsuyuki, Saburo Igarashi

いわき明星大学

Iwaki Meisei University

キーワード: 可視化 (flow visualization), 自然対流 (natural convection), 三次元流 (three-dimensional flow), 数値計算 (numerical simulation), 差分方程式 (finite difference method)

連絡先: 〒970-8551 いわき市中央台飯野5-5-1 いわき明星大学 理工学部 機械工学科
露木浩二, Tel.: (0246)29-7148, Fax.: (0246)29-0577, E-mail: koji@iwakimu.ac.jp

1. はじめに

密閉空洞内の自然対流による熱輸送現象の数値解析は, 数値計算の基本的な問題として用い易いことから, 多くの研究成果が報告されている^{1),2)}. このような数値計算のベンチマーク問題として取り扱う場合は, 最終的に定常状態が得られる方が, 比較・検討に都合の良いことから, 左右壁面, あるいは上下壁面にそれぞれ高温壁と低温壁を設ける場合が多い.

しかし, より現実的・工学的な見地から, 壁面の一部を部分的に加熱をした場合における自然対流現象の数値解析なども報告されている³⁾. 著者らも, 立方空洞内部の底面に三次元的な小型熱源を配置したモデルについて, 内部温度分布の解析を試みた⁴⁾. 特に近年は, パソコンやカーオーディオにみられる小型電子機器における熱対策として, 筐体内部にある熱源からの熱の流れを正確に把握することが求められるため, 機器の性能向上と故

障防止のためにも, 密閉空洞内における自然対流による熱輸送現象の解明は重要な課題である. しかしながら, 密閉空洞内部の熱流体の流れは観察が出来ないばかりか, 温度分布等の測定もほとんど不可能である. そのため, 内部の温度分布・速度分布などの解明には, 数値シミュレーションが非常に有効であり, その流れを可視化することは, 現象理解の大きな助けになることは容易に考えられる.

本報は, 三次元空洞内の自然対流による熱輸送現象解析の基礎研究として, また小型電子機器の熱対策設計の一助となることを目的にしている. すなわち, 内部に低温部がなく, 底面を熱源とした三次元空洞内の自然対流において差分法による数値計算を行い, 自然対流発生初期段階における流れのパターンを可視化することによって, 非定常現象を明らかにするものである.

2. 計算方法

計算領域(L_x, L_y, L_z)の座標系を図1に示す．底面を温度固定とし,それ以外の壁面は全て断熱とする．計算に必要な支配方程式は,ブシネスク近似された三次元非圧縮性粘性流体の基礎方程式を無次元化し,ベクトルポテンシャル・渦度法を用いて圧力を消去すること得られる⁵⁾．すなわち,速度 $\mathbf{V} = (u, v, w)$, 渦度 $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_x, \zeta_y, \zeta_z)$, ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{\psi} = (\psi_x, \psi_y, \psi_z)$, 温度 T , レイノルズ数 Re , プラントル数 Pr を用いて次のように記述される．

$$\frac{\partial \boldsymbol{\zeta}}{\partial t} = (\boldsymbol{\zeta} \cdot \nabla) \mathbf{V} - (\mathbf{V} \cdot \nabla) \boldsymbol{\zeta} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \boldsymbol{\zeta} + \nabla \times \mathbf{F} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -(\mathbf{V} \cdot \nabla) T + \frac{1}{Re \cdot Pr} \nabla^2 T \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\zeta} = -\nabla^2 \boldsymbol{\psi} \quad (3)$$

ここで \mathbf{F} は浮力に基づく項で,

$$\nabla \times \mathbf{F} = \left(-\frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial T}{\partial z}, 0, \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (4)$$

と記述できる．ここに Gr はグラスホフ数である．また,ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{\psi}$ は次式で定義される．

$$\mathbf{V} = \nabla \times \boldsymbol{\psi} \quad (5)$$

さらに式(3)を導くために,本研究では流体がソレノイドである条件

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (6)$$

を仮定している⁶⁾．

これらの方程式に対し,時間の項には陽解法を,対流項には三次精度の風上差分を用いた．ポアソン方程式の数値解法には最も一般的な逐次過緩和法(SOR法)を採用した．なお,格子間隔は等間隔である．

境界条件は,熱源を温度固定で $T = 1$,その他の壁面には断熱条件 $\partial T / \partial n = 0$ を与えた．ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{\psi}$ の境界条件は,境界近傍でテ

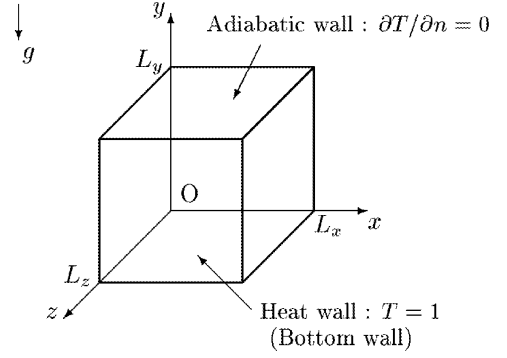


Fig. 1 Coordinates system of a cubic cavity

イラー展開をすることにより求めている^{3),5)}．内部流体は空気を仮定しているため $Pr = 0.71$ とし, $Ra = Gr \cdot Pr = 10^4 \sim 10^6$ の範囲で計算を行った．

なお,タイムステップは全ての計算条件において0.01とした．このとき,物理的な情報の伝わる速さと数値的な情報の伝わる速さの比であるクーラン数 μ が,すべての点において $\mu \leq 1$ であることを確認している．

3. 計算結果および考察

3.1 領域の大きさの違いによる内部流れの変化

図2~5は領域を $L = (L_x, L_y, L_z) = (1.0, 1.0, 0.5)$, $(1.0, 1.0, 1.0)$, $(1.0, 1.0, 2.0)$, $(1.0, 1.0, 4.0)$ に変えた場合の,レイリー数 $Ra = 10^6$,無次元時間 $t = 23$,高さ $y = 0.05$ における速度ベクトル図である．三次元空洞内部の上方より,冷たい空気が底面へと移動する際に現れる底面付近のパターンが,領域の大きさにより異なっているのが観察された．このパターンは時間の経過とともに徐々に崩壊していくが, $L = (1.0, 1.0, 1.0)$ の場合が最も不安定で,底面の流れのパターンを維持している時間が短かった．さらに,領域サイズを一方向に大きくしていくにしたがい,四隅においてのみ複雑なセル上のパターンが見られ,下部中央付近は単純なロール状の空気の流れとなっているのが見て

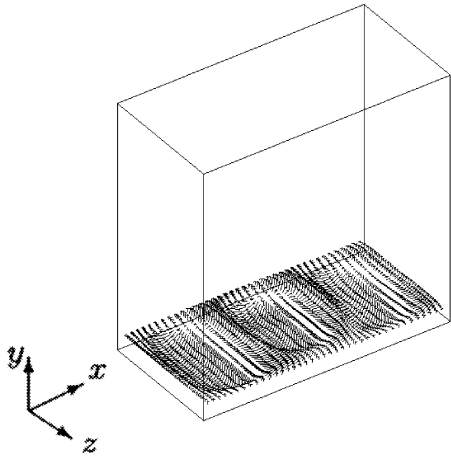


Fig. 2 Velocity vectors for $L = (1.0, 1.0, 0.5)$.

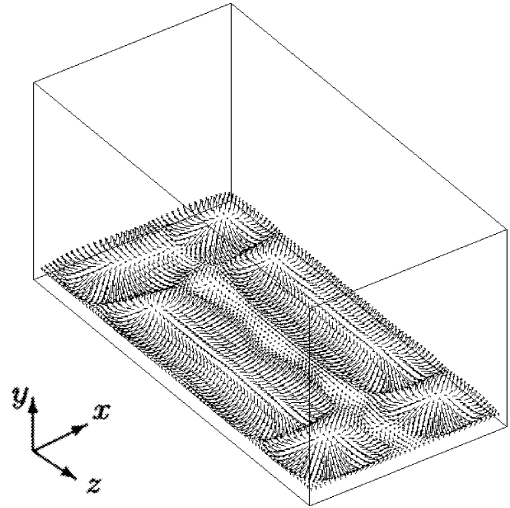


Fig. 4 Velocity vectors for $L = (1.0, 1.0, 2.0)$.

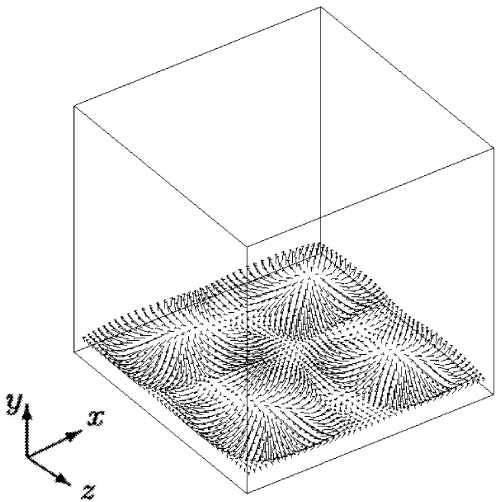


Fig. 3 Velocity vectors for $L = (1.0, 1.0, 1.0)$.

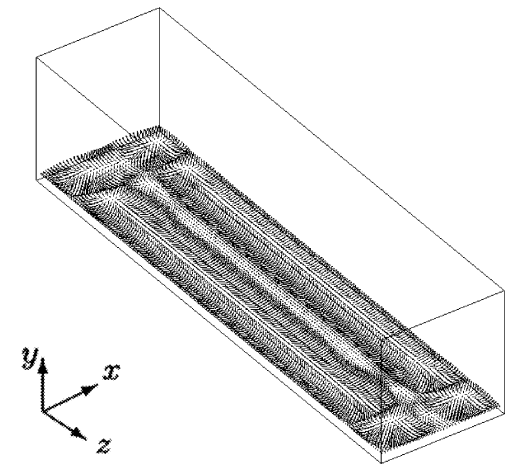


Fig. 5 Velocity vectors for $L = (1.0, 1.0, 4.0)$.

取れた。したがって、底面付近に発生するパターンは壁面に非常に影響され、特に四隅において流れが複雑となるため、四隅から乱れが生じていくものと考えられる。

このとき、底面における平均ヌッセルト数 \overline{Nu} の変化をプロットすると図6のようになる。時間の経過とともに平均ヌッセルト数は減少を始め、無次元時刻 $t = 20 \sim 30$ において急激に増加を始める。このときに底面付近の流れのパターンが形成されることが確認できた。また、 $L = (1.0, 1.0, 1.0)$ の場合で大きなピークが2つ存在しているのは、内部流れの乱れが他の領域サイズと比べて早いことと、

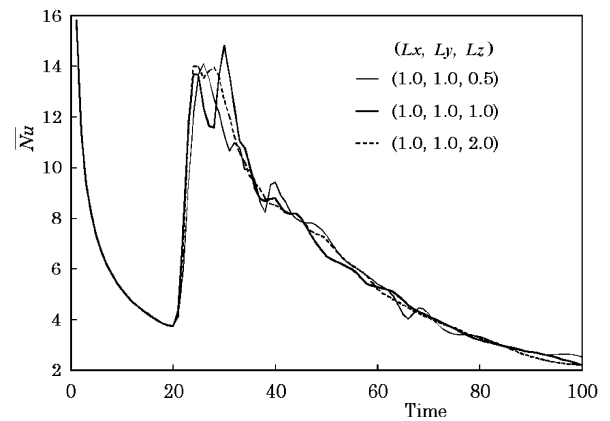


Fig. 6 Average Nusselt number at bottom wall.

密接な関連があるものと考えられる。

3.2 レイリー数の違いによる内部流れの変化

$L=(1.0, 1.0, 1.0)$ において、レイリー数を $10^4 \sim 10^6$ まで変化させ、底面付近に発生するセルパターンについて観察を行った。セルパターンの数は、レイリー数 $Ra = 2.0 \times 10^5$ 近傍を境に1から4へと変化しており、このレイリー数近傍の内部流れは、他のレイリー数の場合と比べて非常に不安定であることが確認された。図7にレイリー数 $Ra = 2.0 \times 10^5$ における、内部流れが乱れている状態のベクトル図とコンター図を示す。

また、レイリー数が小さいときほど底面付近のセルパターンの崩壊は早くなり、レイリー数の増大に伴いセルパターンの維持時間は長くなった。底面における平均ヌッセルト数の変化も、セルパターン形成と関連があった。すなわち、平均ヌッセルト数増大時のピークと、セルパターン形成時刻はほぼ一致する。

さらに、 $Ra = 7.0 \times 10^5$ のとき、4つに分割された底面のセルパターンが、時間の経過とともに変化し、無次元時間 $t = 30$ で図8に示すようなセルパターンが観測された。この時の平均ヌッセルト数の変化は、他のレイリー数の場合と定性的にはあまり変わりはない。

4. おわりに

底面を熱源とした三次元空洞内部における自然対流の数値計算を行いコンピュータで可視化することで、内部の熱の流れを計測した。これにより加熱後の初期における平均ヌッセルト数の増大や、底面付近に発生する熱の流れのパターンなどを観測することができた。

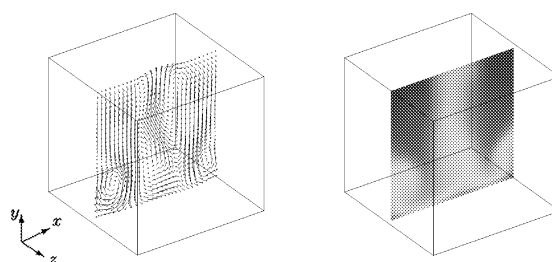


Fig. 7 Velocity vectors and temperature contours on the plane $z = 0.5$.

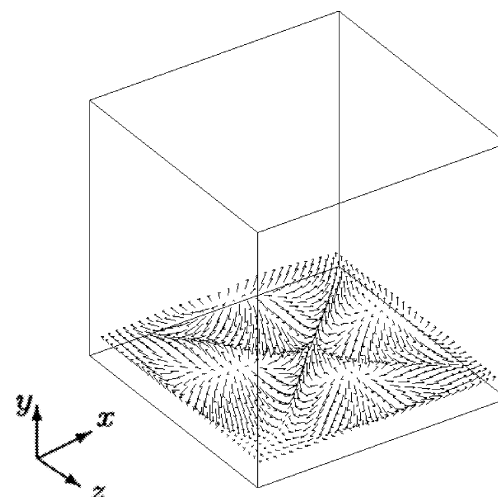


Fig. 8 Velocity vectors on the plane $y = 0.1$ at $Ra = 7.0 \times 10^5$.

参考文献

- 1) 富山明男, 市川善朗, 森岡宏次, 坂口忠司: 自然対流が支配的な流れに対する数値解法, 日本機械学会論文集(B編), 57, 2054/2059(1991)
- 2) 角田和彦, 川原祐子, 登坂宣好: 三次元立方体内自然対流の指数関数形Petrov-Galerkin有限要素法解析, 日本機械学会論文集(B編), 60, 1210/1217(1994)
- 3) 八重樫公彦, 千葉徹也, 阿部政昭, 八重樫伊寛: 部分加熱によるCavity内三次元自然対流の数値解析, 一関高専研究紀要, 30, 36/51(1995)
- 4) 露木浩二, 五十嵐三武郎: 底面に熱源がある場合の三次元筐体内の数値計算, 第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 463/464(1997)
- 5) 数値流体力学編集委員会(編): 非圧縮性流体, 82/85, 東京大学出版会(1995)
- 6) 島田正義, 徳永宏, 里深信行, 西田秀利: ベクトルポテンシャル法による三次元粘性流の数値計算, 日本機械学会論文集(B編), 55, 1536/1541(1989)