計測自動制御学会東北支部　第183回研究集会(1999.7.23)
資料番号１８３－１

目標値フィルタの適用によるステッピングモータの駆動特性の改善

Improvement of drive characteristics of a stepping motor By applying of reference signal filter

○柴田　隆，三浦　武，秋山　宜万，谷口　敏幸
○Takashi Shibata, Takeshi Miura
Yoshikazu Akiyama, Toshiyuki Taniguchi

秋田大学
Akita University

キーワード：マイクロステップ(microstepping)，目標値フィルタ(reference signal filter)，
ステッピングモータ(stepping motor)，ロバスト性(robustness)
回転子振動抑制(rotor oscillation damping)

連絡先: 〒010　秋田県秋田市手形学園町 1-1　秋田大学工学資源学部　電気電子工学科
三浦　武，TEL:(018)889-2329，FAX:(018)837-0406，E-mail:miura@ipc.akita-u.ac.jp

1．はじめに

ステッピングモータは，入力パルス信号により，歩進を繰り返し回転するモータであり，開ループで制御できる，応答性に優れているなどの利点があるが，逆に欠点として，モータを駆動するために制御回路が必要である，脱調・共振が起こることがある，慣性のある負荷に対して回転が振動的になるなどがある．ステッピングモータの用途としては，ファクシミリ，プリンタなどの OA 機器やロボット，工作機械などの FA 機器などであるが，近年，低振動化，高精度化など，ステッピングモータへの要求が高まっており，これらの要求を満たすためにステッピングモータの相数を増やす，マイクロステップ駆動方式を利用する，励磁シーケンスを調整するなどの方法が考えられている[1]．

ところで，ステッピングモータの回転子の振動や共振現象は，モータの固有周波数に関連している[2),3)]．このことから回転子の振動や共振に関する特性は，モータの持つ固有周波数に密接に関連していると考えられ，モータの周波数特性を考慮して制御系を構築することにより，振動を効果的に抑制することが可能になるものと思われる．しかし，このようなモータの周波数特性を考慮してステッピングモータの駆動特性の改善を試みた例は少ない．

ステッピングモータの回転子が振動しないためには，回転子がトルク平衡点から，できるだけずれないように追従しながら移動する必要がある．後述するように，本研究では，トルク平衡点をモータへの入力と

し，モータからの出力である回転子の回転角度がトルク平衡点に追従するように制御系を設計している．そのため，モータへの入力とモータからの出力はできるだけ一致することが望ましく，ステッピングモータの周波数特性において，モータへの入力とモータからの出力であるゲインの値が 0dB からずれることは好ましくない．しかし，ステッピングモータの周波数特性は，モータの固有周波数付近およびそれ以上の高周波域では，ゲインが 0dB から大きくずれ，モータへの入力とモータからの出力が一致しなくなる．

また，ステッピングモータは慣性のある負荷に対して回転が振動的になる傾向があり，回転子に直結する慣性負荷の値に変動がある程度存在する場合でも，ロバストに回転子の振動を抑制できることが望ましい．このとき，慣性負荷の値が変化すると，モータの固有周波数が変化するがロバスト性を保証するためには，いかなる状況でも固有周波数付近の周波数成分を除去することが必要となる．

上述のような事実を踏まえ，本研究では，モータの周波数特性を考慮するという観点から，低域通過フィルタの適用を提案した．

後述するように，モータの回転子に直結した負荷の慣性モーメントが増加すると，ステッピングモータの周波数特性における固有周波数は一般に低周波域に移動する．そこで，回転子の慣性モーメントの最大値（最悪値）をある値に設定したとき，その場合の固有周波数付近及びそれ以上の周波数成分を低域通過フィルタを用いて除去することで，モータの周波数特性が 0dB から大きくずれることがなくなり，回転子がトルク平衡点に追従することになり，かつ，設定した慣性モーメント以下の負荷に対して，振動の原因となるモータの固有周波数成分を除去することができ，その結果，ロバストに回転子振動を抑制できることになる．そこで，バタワースフィルタとチェビシェフフィルタの２種類の低域通過フィルタを用いて，ステッピングモータのマイクロステップ駆動における駆動特性の改善を試み，その結果を比較・検討した．

2. ステッピングモータのモデリング

本研究で用いたモータは 2 相ハイブリッド形ステッピングモータであり，このモータの機械系の動特性は次のような運動方程式で表される．

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2}+D\frac{d\theta}{dt}=T \quad (1)$$

ただし，J：回転子の慣性モーメント，D：制動係数，θ：回転子角度，T：モータの発生トルクである．

また，2 相ハイブリッド形ステッピングモータの発生トルクは，回転子角度と各相の励磁電流の関数として，次式で表される．

$$T=-K_T i_A \sin(N_r\theta)+K_T i_B \cos(N_r\theta) \quad (2)$$

ただし，i_A：A相励磁電流，i_B：B相励磁電流，N_r：回転子の歯数であり，i_A，i_Bは，次式で表される．本研究では，ステッピングモータをマイクロステップ駆動させているが，トルク平衡点θ_eを操作量として，次式から励磁電流値を決定した．

$$i_A=I_m\cos(N_r\theta_e) \quad (3)$$

$$i_B=I_m\sin(N_r\theta_e) \quad (4)$$

ただし，I_m：定格電流値である．このとき，モータの発生トルク Tは，

$$\begin{aligned}T&=-K_T I_m\cos(N_r\theta_e)\sin(N_r\theta)\\&\quad+K_T I_m\sin(N_r\theta_e)\cos(N_r\theta)\\&=-K_T I_m\sin\{N_r(\theta-\theta_e)\}\end{aligned} \quad (5)$$

となり，ステッピングモータの角度―トルク特性は図 1 のようになる．

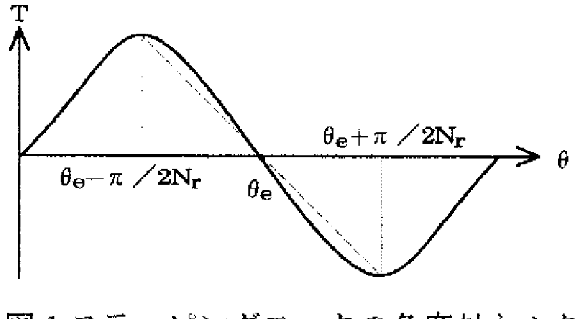


図 1 ステッピングモータの角度対トルク特性

このとき，正負のピークを通る直線で近似して線形化を行うと [3),4)]，トルク平衡点近傍での発生トルクは次のようになる．

$$T = -\frac{K_T I_m}{\pi / 2N_r}(\theta - \theta_e) = -c(\theta - \theta_e) \quad (6)$$

ただしここで定数 c は

$$c = -\frac{K_T I_m}{\pi / 2N_r}$$

である．これより(1)式は次のようになる．

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} + D\frac{d\theta}{dt} + c\theta = c\theta_e \quad (7)$$

(7)式をラプラス変換すると，トルク平衡点 θ_e と回転子角度 θ の間の伝達関数 $P(s)$ は，

$$P(s) = \frac{c/J}{s^2 + (D/J)s + c/J} \quad (8)$$

という２次系として与えられる．
この系の固有角周波数 ω_n は，次のように表される．

$$\omega_n = \sqrt{c/J} \quad (9)$$

本研究で用いた実験システムでの無負荷時におけるステッピングモータの各パラメータを以下に示す．

J=35.0×10^{-7} N・m・s^2/rad
D=0.0005 N・m・s/rad
K_T=0.141 N・m/A
I_m=0.8A
N_r=50

これらより，

ω_n＝1012.9rad/s

となる．

また，本研究で設定した慣性負荷の最大値（最悪値）と，そのときの固有周波数 $\omega_{n'}$ を，以下に示す．

J=350×10^{-7} N・m・s^2/rad
$\omega_{n'}$＝319.0rad/s

慣性負荷の値が無負荷時と設定した最大値（最悪値）の場合について，伝達関数 P のゲイン特性を図示すると図 2 のようになる．この図から明らかなようにゲインの最大値はほぼ固有周波数付近であり，この固有周波数付近およびそれより高い周波数で，ゲインが 0dB よりずれており，この領域において，入力である操作量 θ_e と出力 θ との間にずれが生じる．また，モータの回転子に直結した慣性モーメント J が増加するとゲインのピークは低周波域に移動することが分かる．

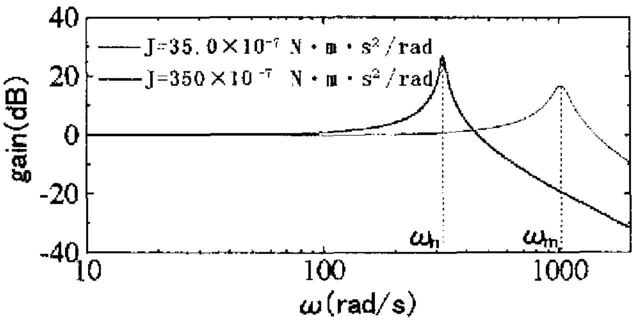


図 2．ステッピングモータのゲイン特性

3．フィルタを用いた制御系の設計

通常のマイクロステップ駆動では，図 3(a)のように，角度目標値 θ_r を直接トルク平衡点 θ_e として励磁電流を決定する．回転子振動が生じている場合には，回転子は θ_e から逸脱していることとなる．回転子振動を抑制するには，回転子がトルク平衡点近傍に留まっていることが望ましく，これを実現するには，振動が生じる高周波領域を遮断する低域通過フィルタを図 3(b)のように挿入すれば良い．本研究で用いたフィルタは，プロトタイプフィルタであるバタワースフィルタ及びチェビシェフフィルタである [5)]．

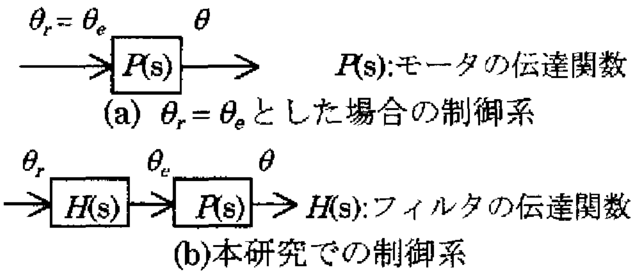


図 3．制御系

バタワースフィルタは，その振幅２乗特性が以下の式で表される [5)]．

$$|H_N(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2N}} \quad (10)$$

ただし，ω_c：遮断周波数，N：フィルタの次数である．振幅特性は周波数の増加とともに単調に減少する．バタワースフィルタは，通過帯域の振幅特性はほぼ平坦で，遮断周波数以上の領域では振幅は単調に減少し，後述するチェビシェフフィルタのようなリプルはない．次数 N を十分大きくすると，振幅は $\omega<\omega_c$ では 1，$\omega>\omega_c$ では 0 になり，低域フィルタとしての理想的な振幅特性となる．バタワースフィルタの伝達関数を漸化式で表すと次のようになる．

i）Nが偶数の場合

$$H_N(s)=\Pi\frac{\omega_c^{\ 2}}{s^2+2\cos\theta_k\omega_c s+\omega_c^{\ 2}} \tag{11}$$

$$\theta_k=(2k-1)\pi/2N,\quad k=1,2,\ldots N/2$$

ii）Nが奇数の場合

$$H_N(s)=\frac{\omega_c}{s+\omega_c}\Pi\frac{\omega_c^{\ 2}}{s^2+2\cos\theta_k\omega_c s+\omega_c^{\ 2}} \tag{12}$$

$$\theta_k=k\pi/N,\quad k=1,2,\ldots(N-1)/2$$

バタワースフィルタの周波数特性を，本研究で用いた慣性モーメントの値におけるモータの周波数特性と共に図 4 に示す．これより，通過領域では，ゲインは平坦であり，遮断周波数以上の領域では，次数 N が大きくなるほど，その遮断特性は急峻になる．このときの遮断周波数は，慣性負荷の最悪値を無負荷時の 10 倍に設定した場合の固有周波数付近及びそれ以上の周波数成分を除去するように設定した．このとき，モータのゲインが 3dB を超えるときの周波数を遮断周波数としたところ，ω_c＝172.0rad/s となった．

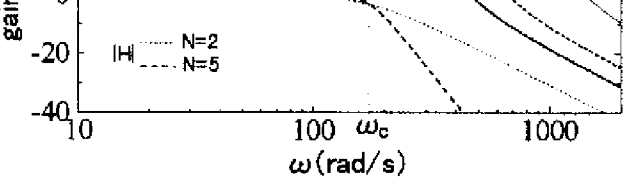


図４．バタワースフィルタとモータの周波数特性

バタワースフィルタは，通過帯域の振幅特性はほぼ平坦で，遮断周波数以上の領域ではゲインは単調に下がるが，遮断特性はそれほど急峻ではない．それに対して，チェビシェフフィルタは，通過帯域での平坦さが犠牲になりゲインにリプルを生じるが，遮断周波数以上の領域ではゲインは急激に減少し，バタワースフィルタに比べて，遮断特性が急峻となる．N 次のチェビシェフフィルタは，その振幅２乗特性が以下の式で表される[5]．

$$|H_N(j\omega)|^2=\frac{1}{1+\varepsilon^2 C_N^{\ 2}(\omega)} \tag{13}$$

ただし，ε：通過帯域でのリプルの大きさを決定するパラメータ，$C_N(\omega)$：チェビシェフ多項式である[5]．リプルの大きさ r をデシベル表示すると次のようになる．

$$r=10\log_{10}(1+\varepsilon^2)\ \text{(dB)} \tag{14}$$

この式から，ε は次のようになる．

$$\varepsilon=\sqrt{10^{r/10}-1} \tag{15}$$

チェビシェフフィルタの伝達関数を漸化式で表すと次のようになる．

i）Nが偶数の場合

$$H_N(s)=\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}\Pi\frac{(u_k^{\ 2}+v_k^{\ 2})\omega_c^{\ 2}}{s^2+2u_k\omega_c s+(u_k^{\ 2}+v_k^{\ 2})\omega_c^{\ 2}}$$

$$\theta_k=(2k-1)\pi/2N,\quad k=1,2,\ldots N/2 \tag{16}$$

ii）Nが奇数の場合

$$H_N(s)=\frac{u_0}{s+u_0}\Pi\frac{(u_k^{\ 2}+v_k^{\ 2})\omega_c^{\ 2}}{s^2+2u_k\omega_c s+(u_k^{\ 2}+v_k^{\ 2})\omega_c^{\ 2}}$$

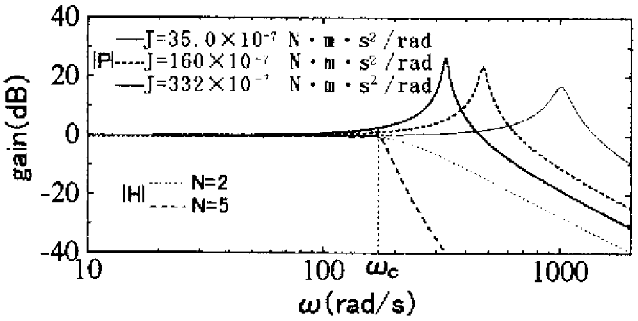
$$\theta_k=k\pi/N,\quad k=0,1,2,\ldots(N-1)/2 \tag{17}$$

ただし，

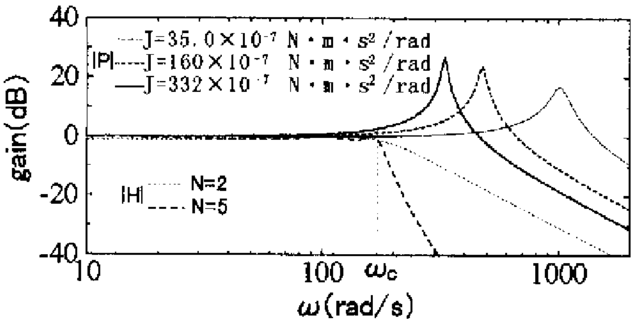
$$u_k=\sinh\left(\frac{1}{N}\sinh^{-1}\frac{1}{\varepsilon}\right)\cos\theta_k \tag{18}$$

$$v_k=\cosh\left(\frac{1}{N}\sinh^{-1}\frac{1}{\varepsilon}\right)\sin\theta_k \tag{19}$$

r=0.5dB，r=1.0dB の場合について，チェビシェフフィルタの周波数特性を，本研究で用いた慣性モーメントの値におけるモータの周波数特性と共に図 5(a)，(b)に示す．



(a) r=0.5dB のときの周波数特性



(b) r=1.0dB のときの周波数特性

図 5．チェビシェフフィルタとモータの周波数特性

4. 実験装置

実験装置の構成を図 6 に示す．パソコン(PC9821-Xa13)からの励磁司令は D/A コンバータを介して，駆動回路(PWM 電流制御回路)に出力され，モータの各相の固定子巻線に流れる励磁電流を制御してモータを駆動する．

モータの回転子角度は 5000 pulses/rev のロータリーエンコーダで検出され，アップダウンカウンタボードで 4 逓倍して最終的に 20000 pulses/rev の角度分解能で検出している．また，使用したステッピングモータ（オリエンタルモータ社製，PX244－02B）は前述したように 2 相ハイブリッド形で，モータの各パラメータは，定格電圧 6.0V，定格電流 0.8A，基本ステップ角 1.8deg である．

5. 実験結果

実際の制御はコンピュータ上で離散時間においてなされるため，補償要素であるフィルタを双一次変換により離散時間系に変換して使用した [6]．このときのサンプリング時間は 0.1ms である．また，慣性モーメントの値として無負荷時の J =35×10⁻⁷[kg・m²]の他に，無負荷時の約 4.6 倍の J =160×10⁻⁷[kg・m²]，無負荷時の約 9.5 倍の J=332×10⁻⁷[kg・m²]の場合について実験を行った．図 7，8 に補償要素として，それぞれ，2 次，5 次のバタワースフィルタを，また，図 9，10 にそれぞれリプル 1.0dB を含む 2 次，5 次のチェビシェフフィルタを使用し，ハーフステップだけ駆動させたときのステップ応答を示す．

これらの結果から， 角度目標値 θ_r を直接トルク平衡点 θ_e とした場合とフィルタを通してトルク平衡点 θ_e を決定した場合とでは，後者の方が良好に振動を抑制できている．これは，補償要素としてフィルタを使用したことで，回転子がトルク平衡点に追従しながら移動できているためであると思われる．また，フィルタを使用した場合，角度目標値 θ_r を直接トルク平衡点 θ_e とした場合とした場合と比較すると，慣性負荷の有無，及びその値に関わらず，回転子の振動が効果的に抑制されており，設定した慣性負荷の最大値（最悪値）以下の負荷に対してロバスト性が保たれているのが分かる．

一般に，慣性負荷の値を大きくすると回転子は振動的になるが，実験結果を見ても，慣性モーメントの値が設定した慣性負荷の最大値（最悪値）に最も近い，無負荷時の

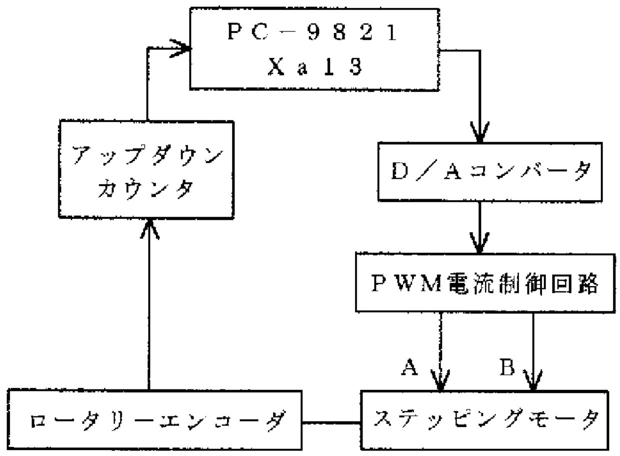
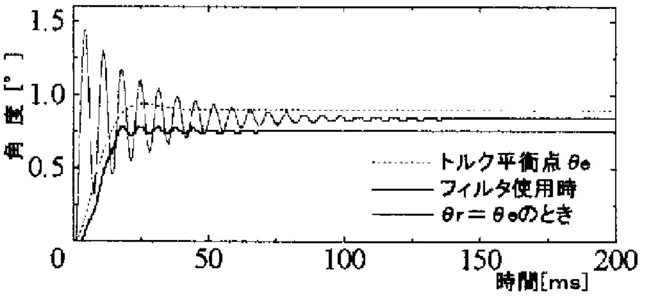
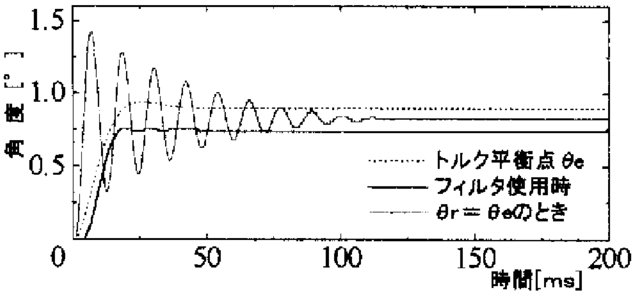


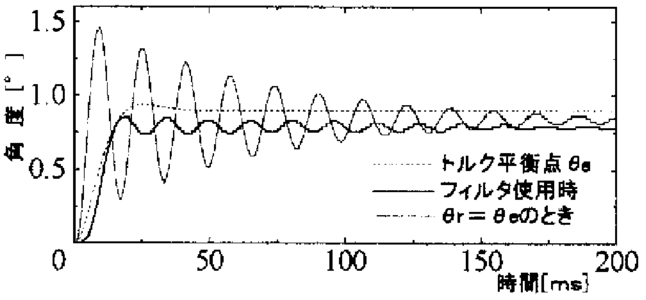
図 6．実験装置



(a)無負荷のときのステップ応答

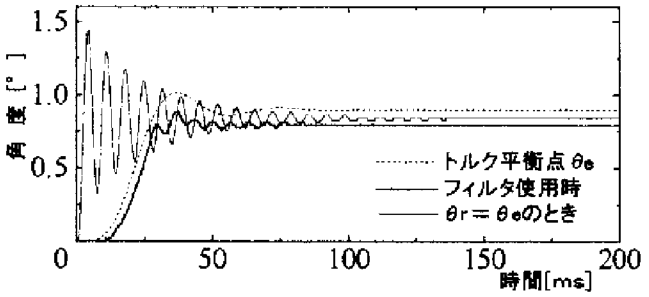


(b)慣性負荷 160×10^{-7}[kg・m^{2}]
のときのステップ応答

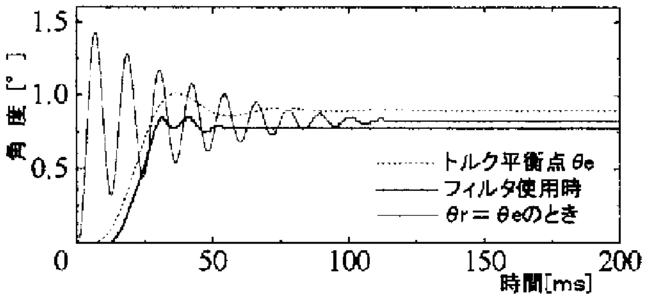


(c)慣性負荷 332×10^{-7}[kg・m^{2}]
のときのステップ応答

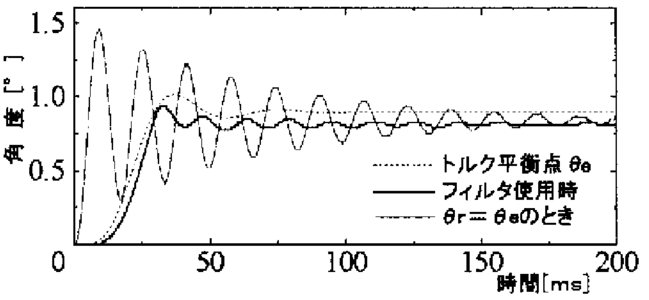
図7．バタワースフィルタを用いた場合の
ステップ応答(N=2)



(a)無負荷のときのステップ応答

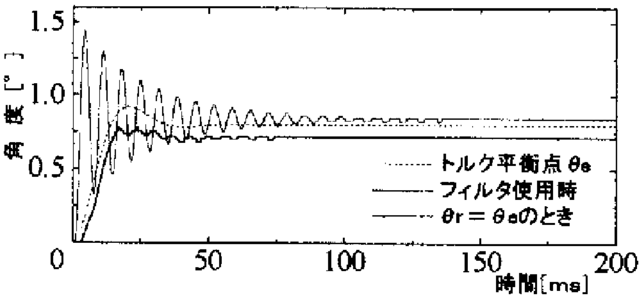


(b)慣性負荷 160×10^{-7}[kg・m^{2}]
のときのステップ応答

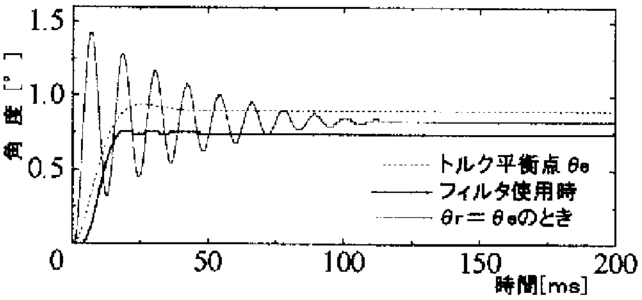


(c)慣性負荷 332×10^{-7}[kg・m^{2}]
のときのステップ応答

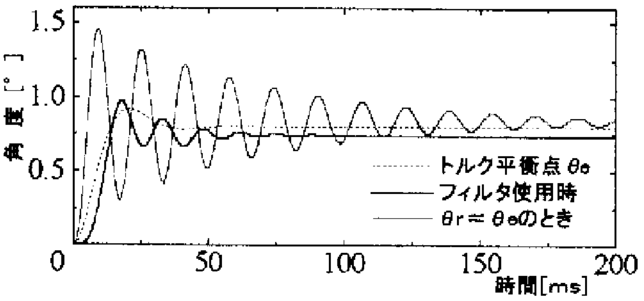
図8．バタワースフィルタを用いた場合の
ステップ応答(N=5)



(a) 無負荷のときのステップ応答

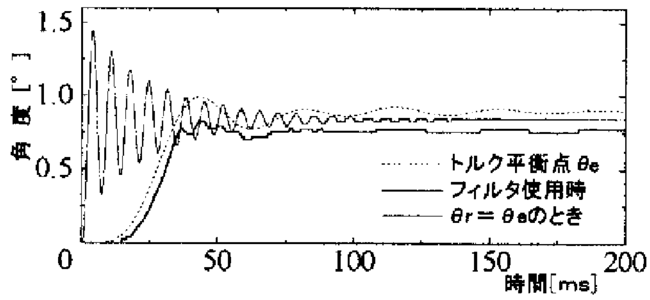


(b) 慣性負荷 160×10^{-7}[kg・m^2]
のときのステップ応答

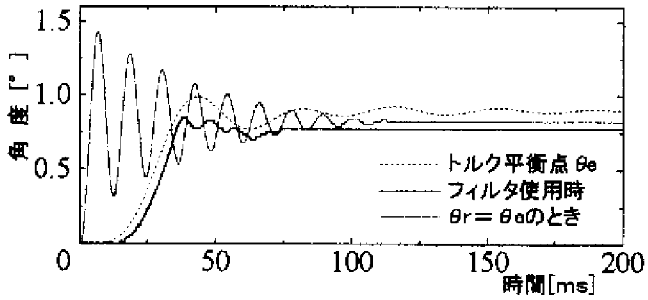


(c) 慣性負荷 332×10^{-7}[kg・m^2]
のときのステップ応答

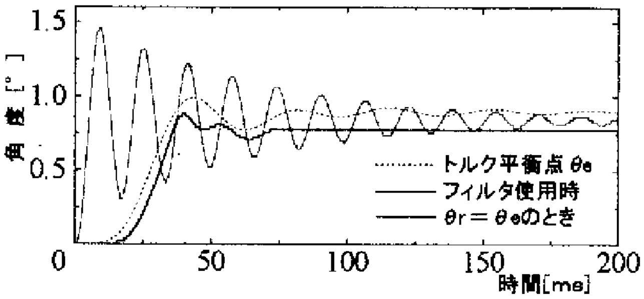
図９．チェビシェフフィルタを用いた場合のステップ応答(リプル 1.0dB, N=2)



(a) 無負荷のときのステップ応答



(b) 慣性負荷 160×10^{-7}[kg・m^2]
のときのステップ応答



(c) 慣性負荷 332×10^{-7}[kg・m^2]
のときのステップ応答

図１０．チェビシェフフィルタを用いた場合のステップ応答(リプル 1.0dB, N=5)

約9.5倍のJ=332×10^{-7}[kg・m^2]の場合が，3つの負荷条件の中ではやや振動的になっていることが分かる．チェビシェフフィルタを用いた場合，フィルタの次数Nが大きいほど回転子の振動を抑制できている．これは，図5の周波数特性を見ると明らかなように，次数Nが大きくなるほどフィルタの遮断特性が急峻になるために，モータの固有周波数及びそれ以上の高周波成分を効果的に遮断できるためであると思われる．

さらに，図7(c)，図8(c)，図9(c)，図10(c)を見ると分かるように，慣性負荷の値が大きいときは，バタワースフィルタよりもチェビシェフフィルタの方がより振動抑制に有効であるが，これは，チェビシェフフィルタの方が遮断特性が急峻であるために，回転子の振動に関わるモータの固有周波数付近及びそれ以上の周波数成分をより効果的に遮断できているためであると思われる．また，チェビシェフフィルタは周波数領域において，通過域にリプルを生じるが，回転子は特に振動的にはならないことから，チェビシェフフィルタの有効性が認められる．

6. おわりに

本研究により低域通過フィルタを用いたモータの周波数特性を考慮した制御系の構成が，ステッピングモータのマイクロステップ駆動特性の改善，特に回転子振動の抑制に効果的である事が示された．

<参考文献>

1)省力と自動化編集部：ステッピングモータ活用マニュアル，3/43，オーム社(1990)
2)田倉　敏靖：実用ステッピングモータ活用ガイド，98/100，総合電子出版社(1987)
3)T.Kenjo and A.Sugawara : Stepping Motors and Their Microprocessor Controls, Second Edition, 93/125, Clarendon Press, Oxford(1994)
4)三浦　武，秋山宜万，谷口敏幸：「H∞制御によるステッピングモータの振動抑制」，電気学会回転機研究会，RM-97-158 (1997)
5)小畑　秀文・幹　康：ＣＡＩディジタル信号処理，104/109，コロナ社(1991)
6)相良　節夫・和田　清・中野　和司：ディジタル制御の基礎，80/109，コロナ社(1992)