

CADシステムを用いた制御系の設計

A design of control system using the CAD system

○梁 相根*, 大久保 重範**

○Yang SangKeun*, Sigenori Okubo**

山形大学

Yamagata University

キーワード： CAD(Computer Aided Design), モデル追従形制御(MFSC), CG(Computer Graphics), 仮想現実 (Virtual Reality)

連絡先： 〒992 山形県米沢市城南4-3-16 山形大学工学部 機械システム工学科 大久保研究室
梁相根, Tel.: (0238)26-3246, Fax.: (0238)26-3246, E-mail: yang@mipultra.yz.yamagata-u.ac.jp

1. はじめに

CAD(Computer Aided Design)システムはコンピュータおよび関連する情報機器の有効、かつ適切な利用を基本とし、ニーズを満たす機能や性能をもつ製品を合理的に設定された評価の基準に基づいて設計するシステムである。また、コンピュータグラフィックスは実世界の製品を3次元モデリング化し、解析・シミュレーションすることにより、その機構の動きをアニメーション化できる。

反面、様々な制御理論による制御技術の応用は難解なままになっている。そこで、制御されている機械の3Dモデリングや解析を行い、仮想空間での実時間において、その動きを表現することにより、制御系の設計を容易し、統合化CAD/CAMシステムの開発を目指す。

2. CADシステム

CADシステムを用いたデザインエンジニアリングは設計作業から拡張したCAD/CAM/CAEシステムを有効に活用することである。要求される機能をもつ構造体を幾何学的に表現するCADから構造体の物理的な実現可能性を解析し、検討するCAEシステムの導入、さらに、物をつくるための統合化生産システム設計であるCIMへ至っている。

機械設計の場合、その設計が適切なものであるかどうかを各種解析・シミュレーションを行って判断する必要がある。解析には有限要素法を使い構造体を多数の要素に分割する方法がある。本研究では、設計形状とともに解析結果を併せてビジュアル的に表示し、設計作業での確かな判断ができるようにする。

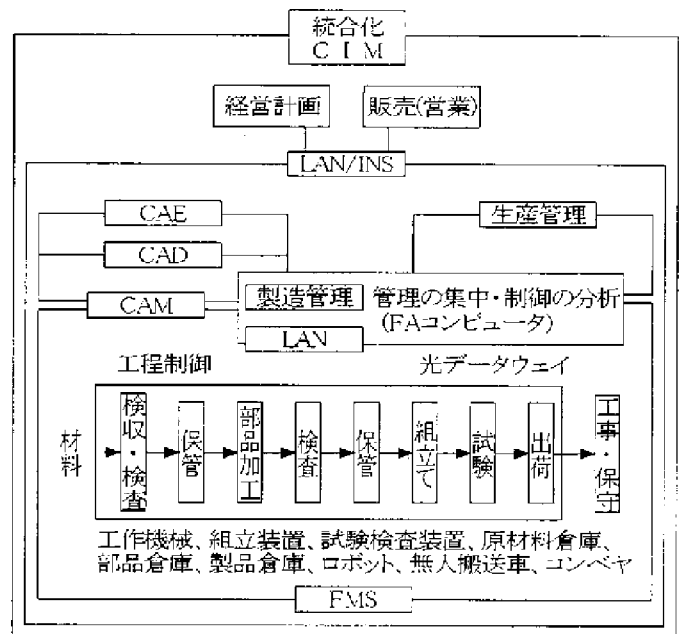


Fig. 1 CIMの構造

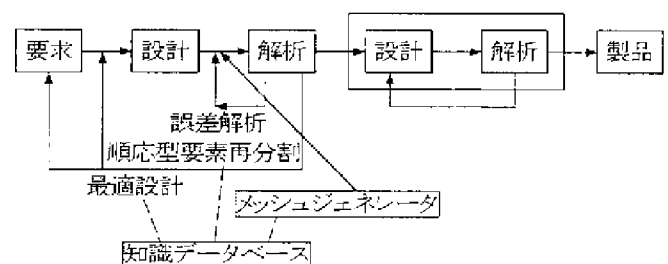


Fig. 2 統合解析システム

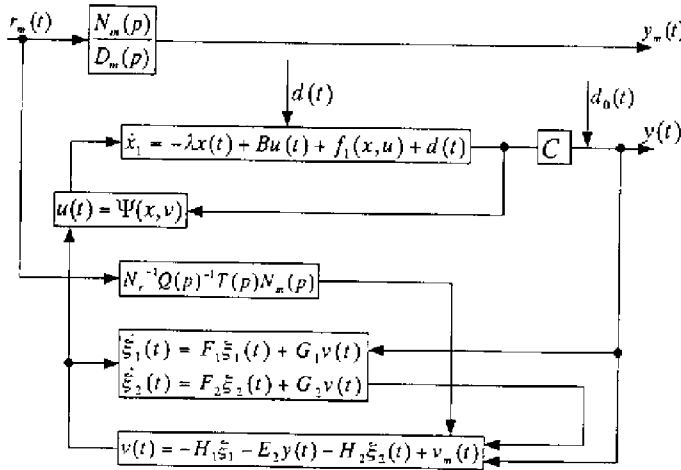


Fig. 3 Block diagram of MFCS

3. モデル追従形制御

モデル追従形制御(MFSC)は、出力を目標信号(モデル入力)に追従させる制御系である。本稿では、一般的な非線形系に対するモデル追従形制御系の設計法を考察する。内部状態の有界性は、制御則を構成するのに必要な状態変数フィルタを含めた全状態方程式を求め、これの2次形式の微分を調べることにより示される。ここで、全状態が有界となる条件をまとめるとつぎのようになる。

- 非線形関数の内積条件
- $\frac{\partial}{\partial u(t)} C^T f(x(t), u(t)) = 0$ の $C^T f(x(t), u(t))$ が $x(t)$ のみの関数となる条件 ($C(C^T)^T = 0$)
- $|\frac{\partial}{\partial u(t)} C f(x(t), u(t))| \neq 0$ が成立する。

本設計で扱う制御対象は式(1),(2)で表される非線形系である。

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + d(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + d_0(t) \quad (2)$$

$$x(t) \in R^n, u(t) \in R^l, f(x(t), u(t)) \in R^n$$

$$d(t) \in R^n, y(t) \in R^l, d_0(t) \in R^l$$

定数 $\lambda > 0$ を使い、 $f_1(x(t), u(t))$ を式(3)のようにおき、制御対象を以下のように書き換える。

$$f_1(x(t), u(t)) = f(x(t), u(t)) + \lambda x(t) - Bu(t) \quad (3)$$

$$\dot{x}(t) = -\lambda x(t) + Bu(t) + f_1(x(t), u(t)) + d(t) \quad (4)$$

ここで、 $B \in R^{n \times l}$ は列フルランクである。外乱の特性多項式を $D_d(p)$ とすれば式(5),(6)を満たす。 $D_d(p)$ は既知確定スカラー多項式である。また、 $d(t)$ は有界な外乱であり $d_0(t)$ 及び $\dot{d}_0(t)$ も有界である。

$$D_d(p)d(t) = 0 \quad (5)$$

$$D_d(p)d_0(p) = 0 \quad (6)$$

$$D_m(p)y_m = N_m(p)r_m(t) \quad (7)$$

ここで $D_m(p)$ は次式で表す。

$$D_m(p) = \text{diag}[D_{m_k}(p)], \partial D_{m_k}(p) = n_{m_k} \quad (8)$$

$N_m(p)$ は一般多項式であり、次数は $\partial_{r_k}\{N_m(p)\} = \partial \sigma_{m_k}$ である。出力誤差は次式で与える。

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (9)$$

次に、制御対象の入出力関係は次式のようにになる。

$$(p + \lambda)y(t) = CBu(t) + Cf_1(x(t), u(t)) + Cd(t) + (p + \lambda)d_0(t) \quad (10)$$

$D(p)$, N_r , $w(t)$ を以下のようにおいて式(10)を式(14)で表す。

$$D(p) = (p + \lambda)I \quad (11)$$

$$N_r = CB \quad (12)$$

$$w(t) = Cd(t) + (p + \lambda)d_0(t) \quad (13)$$

$$D(p)y(t) = N_r u(t) + Cf_1(x(t), u(t)) + w(t) \quad (14)$$

対角で安定な多項式行列 $T(p)$ を式(15)で与える。

$$T(p) = \text{diag}(T_k(p)), \partial T_k(p) = \rho_k \quad (15)$$

ここで $\partial D_d(p) = n_d$ とする場合、 $\rho_k = n_d - n_{m_k} + 1 \geq 0$ を満たすものとする。この $T(p)$ を使い、式(16)より $S(p)$ を求める。

$$S(p) = T(p)D_m(p) - D(p)D_d(p) \quad (16)$$

$$S(p) = \text{diag}(S_k(p)), \partial S_k(p) = n_d \quad (17)$$

つぎに、制御入力を求める計算を行うと、制御入力を構成する伝達関数がプロパー(proper)になるように式(18)のような安定な対角行列 $Q(p)$ を使い $T(p)D_m(p)e(t) = 0$ を計算する。 $v(t)$ という変数も置く。

$$Q(p) = \text{diag}(Q_k(p)), \partial Q_k(p) = n_d \quad (18)$$

$$u(t) + N_r^{-1}Cf_1(x(t), u(t))$$

$$+ Q(p)^{-1}[D_d(p) - Q(p)]u(t)$$

$$+ Q(p)^{-1}(D_d(p) - Q(p))N_r^{-1}Cf_1(x(t), u(t))$$

$$+ Q(p)^{-1}S(p)N_r^{-1}y(t)$$

$$- N_r^{-1}Q(p)^{-1}T(p)N_m(p)r_m(t) = 0 \quad (19)$$

$$v(t) = u(t) + N_r^{-1}Cf_1(x(t), u(t)) \quad (20)$$

$$v(t) = u(t) + N_r^{-1}C[f(x(t), u(t)) + \lambda x(t) - Bu(t)] \quad (21)$$

$$= N_r^{-1}Cf(x(t), u(t)) + N_r^{-1}\lambda Cx(t) \quad (22)$$

これより、 $N_r v(t) - \lambda Cx(t) = Cf(x(t), u(t))$ となり、 $u(t)$ を求めなければならない。この関係から以下の条件が成立しなければならない。

$$\left| \frac{\partial}{\partial u(t)} C f(x(t), u(t)) \right| \neq 0 \quad (23)$$

$v(t)$ は前述の多項式を利用し以下のように記述できる。

$$v(t) = -Q(p)^{-1}[D_d(p) - Q(p)]v(t) - Q(p)^{-1}S(p)N_r^{-1}y(t) + v_m(t) \quad (24)$$

$u(t)$ を構成する伝達関数がプロパーになるように、モデルの次数に対しては次の条件が満たされているものとする。

$$n_{m_k} - \sigma \geq 1 \quad (25)$$

ここで、式(20)より、制御入力 $u(t)$ は $u(t) = \psi(x(t), v(t))$ は式(20)を $u(t)$ について解いた逆関数である。状態空間表示を使って $v(t)$ を表せば式(26)になる。

$$v(t) = -H_1 \xi_1(t) - \{E_2 y(t) + H_2 \xi_2(t)\} + v_m(t) \quad (26)$$

$\xi_1(t), \xi_2(t)$ は状態変数フィルタである。

$$\dot{\xi}_1(t) = F_1 \xi_1(t) + G_1 v(t) \quad (27)$$

$$\dot{\xi}_2(t) = F_2 \xi_2(t) + G_2 y(t) \quad (28)$$

多項式行列とシステム行列の間には次の関係がある。

$$H_1(pI - F_1)^{-1} G_1 = Q(p)^{-1} [D_d(p) - Q(p)] \quad (29)$$

$$E_2 + H_2(pI - F_2)^{-1} G_2 = Q(p)^{-1} S(p) N_r^{-1} \quad (30)$$

ここで $|pI - F_i| = |Q(p)|$ ($i = 1, 2$) である。さらに外部信号 $v_m(t)$ は式(31)で与えられる。

$$v_m(t) = N_r^{-1} Q(p)^{-1} T(p) N_m(p) r_m(t) \quad (31)$$

以上のことより、内部状態が有界であればモデル追従形制御系が実現できる。

4. 倒立振子の制御

倒立振子の模式図をFig.4に示す。ラグランジュ法により運動方程式を求めると次式のようなになる。

$$\begin{aligned} (M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos\theta + F\dot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin\theta &= Gu \\ ml \cos\theta \ddot{x} + (J+mL^2)\ddot{\theta} + C\dot{\theta} - mgl \sin\theta &= 0 \end{aligned} \quad (32)$$

F は台車系の等価摩擦係数、 C は軸の粘性摩擦係数、 G は電圧/トルク変換係数とする。なお、 M は台車の等価質量、 m は振り子の質量である。また、 J は振り子の重心周りの慣性モーメントである。定数 $\lambda = 5$ として、状態変数は次のように置く。

$$x = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{s1} \\ x_{s2} \\ x_{s3} \\ x_{s4} \end{bmatrix} \quad (33)$$

ここで、 $f(x, u)$ を次のように置く。

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} \quad (34)$$

これより、

$$L_1 = x_{s3} \quad (35)$$

$$L_2 = x_{s4} \quad (36)$$

$$L_3 = \left\{ \frac{1}{(M+m)ml^2 + J(M+m) - (ml)^2 \cos^2 x_{s2}} \right\} \times \{-F(J+ml^2)x_{s3} + (J+ml^2)ml \sin x_{s2} x_{s4}^2 + (J+ml^2)Gu_{s1} + mlC \cos x_{s2} x_{s4} - (ml)^2 \sin x_{s2} \cos x_{s2}\} \quad (37)$$

$$L_4 = \left\{ \frac{1}{(M+m)ml^2 + J(M+m) - (ml)^2 \cos^2 x_{s2}} \right\} \times \{Fml \cos x_{s2} x_{s3} - (ml)^2 \cos x_{s2} \sin x_{s2} x_{s4}^2 - mlG \cos x_{s2} u_{s1} - (M+m)Cx_{s4} + (M+m)mlg \sin x_{s2}\} \quad (38)$$

この結果より、 $f_1(x, u)$ は次式のようなになる。

$$f_1(x, u) = \begin{bmatrix} L_1 + 5x_{s1} \\ L_2 + 5x_{s2} - u_{s1} \\ L_3 + 5x_{s3} \\ L_4 - 5x_{s4} \end{bmatrix} \quad (39)$$

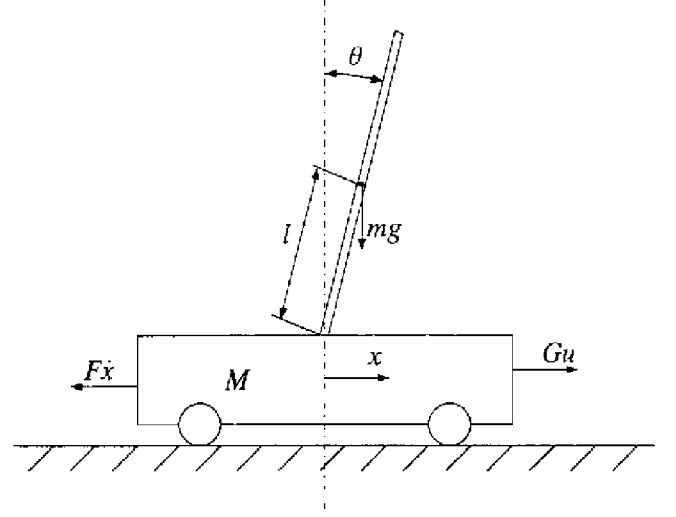


Fig. 4 Inverted pendulum

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -625 & -500 & 150 & -20 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$C_m = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \quad (42)$$

となる。 N_r を求めると、

$$N_r = CB = [0 \ 1 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$= 1 \quad (44)$$

また、多項式行列 $T(p), D_m(p), D(p), Q(p)$ を次のように置く。

$$T(p) = p + 5 \quad (45)$$

$$D_m(p) = (p + 5)^4 \quad (46)$$

$$D(p) = (p + 5) \quad (47)$$

$$Q(p) = (p + 6)^4 \quad (48)$$

既知確定スカラー多項式 $D_d(p)$ を次式とする。

$$D_d(p) = p^4 \quad (49)$$

以上より、 $S(p)$ を求める。

$$S(p) = T(p)D_m(p) - D(p)D_d(p) = (p+5)(p+5)^4 - (p+5)p^4 \quad (50)$$

$$= 20p^4 + 250p^3 + 1250p^2 + 3125p + 3125 \quad (51)$$

次に、多項式行列とシステム行列の関係から数値を求める。

$$H_1(pI - F_1)^{-1} G_1 = Q(p)^{-1} [D_d(p) - Q(p)] = \frac{-24p^3 - 216p^2 - 864p - 1296}{(p+6)^4} \quad (52)$$

$$H_1 = [-1296 \ -864 \ -216 \ -24] \quad (53)$$

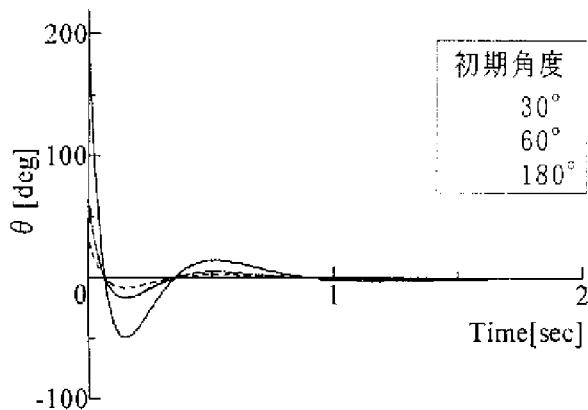


Fig. 5 Response of θ : Inverted pendulum

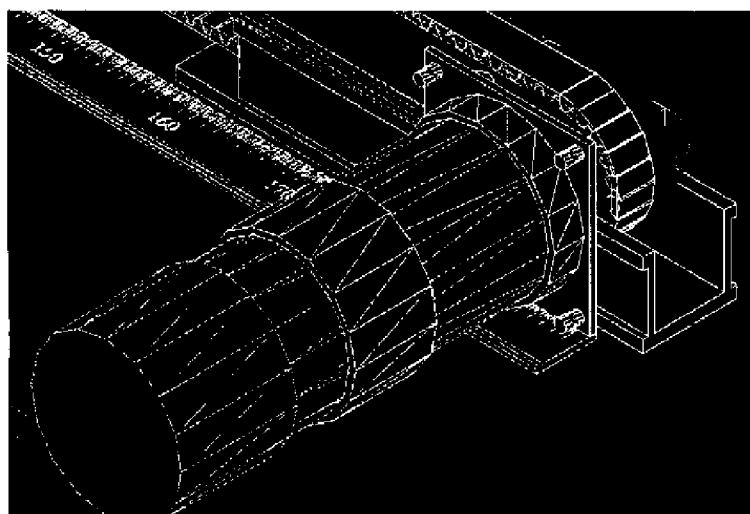


Fig. 6 ワイヤフレームモデル

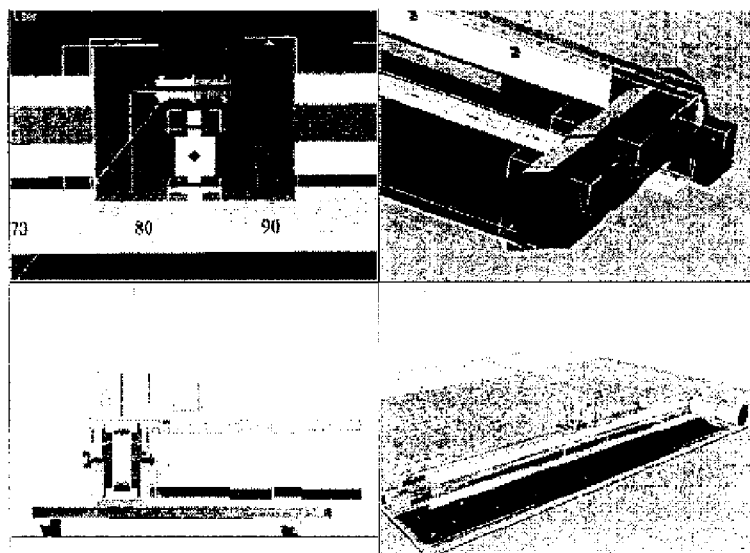


Fig. 7 シェーディングモデル

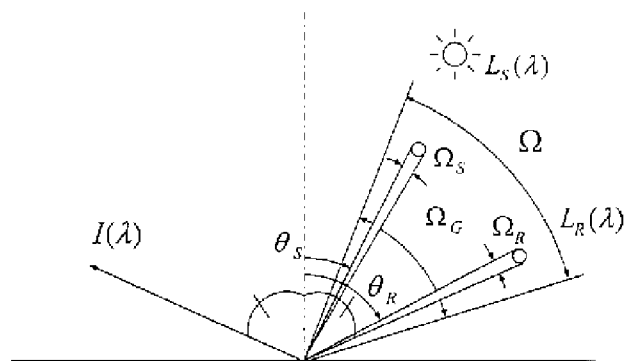


Fig. 8 入射領域の分割

5. 3次元モデリング

CGで扱う図形はXYZの3次元データで、物体を回転させて側面や裏面を表示することができる。Fig.6はワイヤフレームモデルの見えないところを消した陰線処理を行ったおのである。また、Fig.7はワイヤフレームモデルを物体の中身が詰まったソリッドモデルに変換しシェーディングしたモデルである。

6. レンダリング

コンピュータグラフィックスによるレンダリング技術を応用することにより、物理モデルとしてのクレイモデルを作る前に、グラフィックス上で形状評価、色評価を行うことができる。

- 測光量を取り入れた反射モデル式
- 材質感のリアルな表現

により、写真なみの現実感があるレンダリングモデルの有効性を確認する。

物体表面の反射を表す式は、

$$I(\lambda) = \epsilon(\lambda) + \frac{1}{\pi} \int_{\Omega} \beta(\lambda) L(\lambda) \cos \theta d\omega \quad (W \cdot sr^{-1} \cdot nm^{-1} \cdot m^{-2}) \quad (54)$$

ここで、 $I(\lambda)$, $\epsilon(\lambda)$, $L(\lambda)$ はそれぞれ $(W \cdot sr^{-1} \cdot nm^{-1} \cdot m^{-2})$ の単位をもつ放射輝度である。測色可能な分光立体角反射率 $R(\lambda)$ を用いて、 $\epsilon(\lambda)$ を省略し、入射光 $L(\lambda)$ を正反射光、直射日光、それ以外の光に分離した形に書き直すと、

$$\Omega = \Omega_R + \Omega_S + \Omega_G \quad (55)$$

- Ω_R : 正反射方向の領域の立体角
- Ω_S : 主光源方向の領域の立体角
- Ω_G : 上記以外の領域の立体角

になり、反射光 $I(\lambda)$ は

$$I(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_R + \Omega_S + \Omega_G} \beta(\lambda) L(\lambda) \cos \theta d\omega = f(\lambda) L_R(\lambda) + \frac{1}{\pi} \beta_S(\lambda) L_S(\lambda) \cos \theta_S \cdot \Delta\omega_S + G(\lambda) \quad (56)$$

ただし、

$$f(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{L_R(\lambda)} = \beta_R(\lambda) \cos \theta_R d\omega_R \quad (57)$$

$$G(\lambda) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\Omega_G} \beta(\lambda) \cos \theta d\omega \quad (58)$$

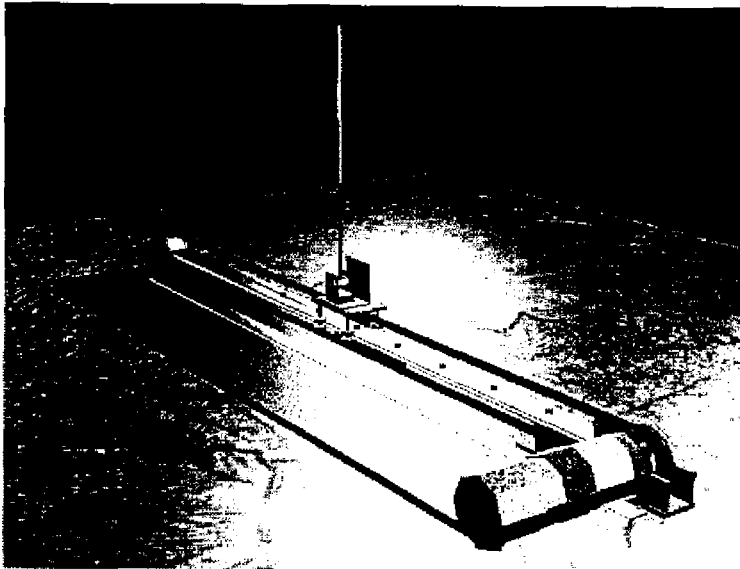


Fig. 9 倒立振子のrender結果

$f(\lambda)$ は波長に依存しないフレネル係数 f に近似することができるので、式(56)は次のようになる。

$$I(\lambda) = f \cdot L_R(\lambda) + \frac{1}{\pi} \beta_S(\lambda) L_S(\lambda) \cos \theta_S \cdot \Delta \omega_S + G(\lambda) \quad (59)$$

$L_R(\lambda)$:正反射方向からの光の分光放射輝度
($W \cdot sr^{-1} \cdot nm^{-1} \cdot m^{-2}$)

$L_S(\lambda)$:主光源の分光放射輝度($W \cdot sr^{-1} \cdot nm^{-1} \cdot m^{-2}$)

θ_R : $L_R(\lambda)$ の入射角(rad) θ_S : $L_S(\lambda)$ の入射角(rad)

$\beta_R(\lambda)$: $L_R(\lambda)$ から $I(\lambda)$ に至る分光放射輝度

$\beta_S(\lambda)$: $L_S(\lambda)$ から $I(\lambda)$ に至る分光放射輝度

$d\omega_R$: $L_R(\lambda)$ の微小立体角(sr)

$\Delta\omega_S$: $L_S(\lambda)$ の立体角(sr)

7. おわりに

本研究は、コンピュータグラフィックスを用いて制御されている機械の3Dモデリングや解析を行い、制御系のシミュレーションや設計が現実に近い状況で進められることを示した。

また、その具体的な例として倒立振子・台車系の動きをアニメーション化することにより、様々な制御理論による応答の違いがシミュレーション可能であり、有効なCAD/CAMを構築することが可能である。

参考文献

- 1) 大久保重範: 外乱を考慮した非線形系のモデル追従制御系の設計、計測自動制御学会論文集、21-8,792/799(1985)
- 2) 大久保重範: 零点の安定配置を使った非線形モデル追従制御系、計測自動制御学会論文集、28-8,939/946(1992)
- 3) 大久保重範: 一般的な非線形モデル追従制御系、第2回制御理論応用シンポジウム前刷、34/40(1994)
- 4) 大久保重範: The Model Following Control System for the General Nonlinear System, Preprint of SICE'94, 527/528(1994)

- 5) 岩田一明: 財団法人 大阪科学技術センターCIM研究会 編集、前川佳徳、田中正夫、大場史憲、乾保之、北嶋弘一、櫻井恵三、コンピュータ設計・製図1,2,3、共立出版株式会社 (1988)
- 6) 恵坂衛、佐田登志夫: 統合化CAD/CAMシステム、株式会社 オーム社
- 7) 藤代一成、海老原熊雄: Maruzen Advanced Technology CAD/CAM、丸善株式会社
- 8) 竹内芳美: 設計・開発・仕様設定・生産設計・実験研究のためのCAD/CAEを中心としたデザインエンジニアリング総覧、フジ・テクノシステム