

直接適応ファジィ制御器によるスライディングモード制御系の構成

Design of Sliding Mode Control Systems using Direct Adaptive Fuzzy Controller

○清水 亮, 金子正人, 大内隆夫

○Ryo Shimizu, Masato Kaneko, Takao Ohuchi

日本大学

Nihon University

キーワード: モデル規範型 (Model Reference Type), ファジィ制御 (Fuzzy Control), 適応制御 (Adaptive Control), スライディングモード制御 (Sliding Mode Control),

連絡先: 〒 963-8642 郡山市田村町徳定字中河原 1 日本大学 工学部 情報工学科 藤本研究室
清水 亮, Tel.: (024)956-8830, Fax.: (024)956-8830, E-mail: rshimizu@cs.ce.nihon-u.ac.jp

1. はじめに

適応ファジィ制御器には、従来の適応制御では利用できなかったオペレータからの制御知識を、言語情報として組み込めるという利点がある。また、厳密な数学的モデルを必要とせずに、高度に不安定なシステムや非線形なシステムを制御することができる。

スライディングモード制御には、優れたロバスト性があり、未知パラメータや未知外乱を有する系に容易に適用できる。希望の特性を切換面として設計すれば、システムは等価的に希望の特性に拘束され適応していく。0

この研究では、ファジィ論理システムによって直接制御量を決定する、直接適応ファジィ制御器を設計し、さらにそれを用いたスライディングモード制御の構成方法を示す。また、両者の制御の特徴を比較する。

2. ファジィ論理システム

ファジィ制御では、IF-THENルールで

記述された知識に従ってファジィ推論を実行し、操作を決定する。ファジィ関係を表現する際のファジィ集合は、メンバシップ関数 μ を用いて定義される。

第二型適応ファジィ制御器では、式 (1) のファジィ論理システムを使用する。

$$\mu_{i'}(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{y}^j \left[\prod_{l=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_l - \bar{x}_l^j}{\sigma_l^j} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{j=1}^M \left[\prod_{l=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_l - \bar{x}_l^j}{\sigma_l^j} \right)^2 \right) \right]} \quad (2)$$

式 (1) において、 $\bar{y}^j, \bar{x}_l^j, \sigma_l^j$ は調整パラメータを表す。なお、式 (1) は式 (2) のメンバシップ関数を用いて構成されている。

3. 第二型直接適応ファジィ制御

3.1 プラント

制御対象となるプラントは式(3)に定義される。

$$x^{(n)} = f(x) + bu, \quad y = x \quad (3)$$

fは未知関数、bは正の未知定数、yはプラントの出力である。

uは制御入力であり、モデルプラント y_m との誤差を0に収束させるように制御する。

3.2 制御入力

誤差を0へと収束させるために、誤差方程式(4)を定義する。

$$e^{(n)} = y_m^{(n)} - y^{(n)} = -k^T e \quad (4)$$

制御入力uは、ファジィコントロール u_c とスーパバイザコントロール u_s の和で、式(5)のように構成される。

$$u = u_c(x|\theta) + u_s(x) \quad (5)$$

ファジィコントロールは、実際に誤差を0へと収束させる制御を行う。それに対しスーパバイザコントロールは、あらかじめ設定しておいた最大エラー値を越えた場合、強制的に範囲内に戻す制御を行う。

式(5)を用いて、式(3)のプラントは式(6)のように書き直すことができる。

$$x^{(n)} = f(x) + b[u_c(x|\theta) + u_s(x)] \quad (6)$$

関数fと定数bが解っている場合、式(7)に示した制御により誤差を0へと収束させることができる。

$$u^* = \frac{1}{b} [-f(x) + y_m^{(n)} + k^T e] \quad (7)$$

ここで Λ_c と b_c を式(8)のように定義すると、式(4)、(6)、(7)から誤差方程式(9)が得られる。

$$\Lambda_c = \begin{matrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & -k_n & -k_{n-1} & \dots & \dots & -k_1 \end{matrix} \quad b_c = \quad (8)$$

$$\dot{e} = \Lambda_c e + b_c [u^* - u_c(x|\theta) - u_s(x)] \quad (9)$$

式(10)を満たす正定対称行列Pを用いて、リアプノフ関数(11)を定義する。

$$\Lambda_c^T P + P \Lambda_c = -Q \quad (Q > 0) \quad (10)$$

$$V_c = \frac{1}{2} e^T P e \quad (11)$$

式(9)、(10)を用いて式(11)を微分すると、式(12)が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c [u^* - u_c(x|\theta) - u_s(x)] \\ &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e + |e^T P b_c| (|u^*| + |u_c|) - e^T P b_c u_s \end{aligned}$$

システムが安定するためには、 $\dot{V}_c \leq 0$ でなければならない。

3.3 スーパバイザコントロール

スーパバイザコントロールは、 $|V_c| > \bar{V}$ のとき $\dot{V}_c \leq 0$ となるように決定する。

スーパバイザコントロールとして式(13)を定義する。

$$u_s(x) = I_1^* \operatorname{sgn}(e^T P b_c) [|u_c| + \frac{1}{b_c} (f^L + |y_m^{(n)}| + |k^T e|)] \quad (13)$$

$$I_1^* = 1 : (V_c > \bar{V}) \quad I_1^* = 0 : (V_c \leq \bar{V})$$

$$\operatorname{sgn}(y) = 1 : (y \geq 0) \quad \operatorname{sgn}(y) = -1 : (y < 0)$$

$$|f(x)| \leq f^L(x) \quad 0 \leq b_c \leq b$$

式(13)を用いると、 $I_1^* = 1$ のとき式(14)が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &\leq -\frac{1}{2}e^T Q e + |e^T P b_c| \left[\frac{1}{b} (|f| + |y_m^{(n)}| + |k^T e|) \right. \\ &\quad \left. + |u_c| - |u_r| - \frac{1}{b_c} (|f'| + |y_m^{(n)}| + |k^T e|) \right] \quad (14) \\ &\leq -\frac{1}{2}e^T Q e \leq 0 \end{aligned}$$

$\dot{V}_c \leq 0$ となり、システムは安定する。

スーパバイザコントロールは、システムが安定している ($V_c \leq \bar{V}$) のときは動作せず、システムが不安定 ($V_c > \bar{V}$) などのときは $\dot{V}_c \leq 0$ となるように動作する。

3. 4 ファジィコントロール

最適パラメータベクトル θ^* および最小近似誤差 ω を、式 (15)、(16) に定義する。両式を用いて、式 (9) の誤差方程式は、式 (17) のように書ける。

$$\theta^* \equiv \arg \min_{\theta \in \mathcal{B}_\theta} [\sup_{x \in \mathcal{X}} |u_c(x|\theta) - u^*|] \quad (15)$$

$$\omega \equiv u_c(x|\theta^*) - u^* \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \Lambda_c e + b_c [u_c(x|\theta^*) - u_c(x|\theta)] \\ &\quad - b_c u_s(x) - b_c v \end{aligned} \quad (17)$$

ファジィコントロールとして式 (1) を使用した場合、式 (18) が得られる。

$$u_c(x|\theta^*) - u_c(x|\theta) = \phi^T \frac{\partial u_c}{\partial \theta} + O(|\phi|^2) \quad (18)$$

$$\phi \equiv \theta^* - \theta \quad (19)$$

これにより、式 (17) で示した誤差方程式は、式 (20) のようになる。

$$\dot{e} = \Lambda_c e + b_c \phi^T \frac{\partial u_c}{\partial \theta} - b_c u_s - b_c v \quad (20)$$

$$v \equiv \omega + O(|\phi|^2) \quad (21)$$

リアプノフ関数 (22) を定義し、式 (10) および (20) を用いて微分すると、式 (23) が得られる。

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{b}{2\gamma} \phi^T \phi \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{b}{\gamma} \phi^T \left[\gamma e^T P_n \frac{\partial u_c}{\partial \theta} + \dot{\phi} \right] \\ &\quad - e^T P b_c u_s - e^T P b_c v \end{aligned} \quad (23)$$

P_n は正定対称行列 P の最後の列である。

ここで適応則として式 (24) を使用すれば、式 (25) が得られる。

$$\dot{\theta} = \gamma e^T P_n \frac{\partial u_c}{\partial \theta} \quad (24)$$

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e - e^T P b_c v \quad (25)$$

3. 6 言語情報

直接適応ファジィ制御器は、適応則によってパラメータを調整し、安定な制御が得られる。そして、さらに効率のよい制御を行なうために、言語情報を組み込むことができる。言語情報は、式 (26) の形をとる。

$$\begin{aligned} R_c^{(n)}: & \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^r \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^r \\ & \text{THEN } u \text{ is } C^r \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、 A_i^r, C^r はファジィ集合を表す。

3. 5 第二型直接適応ファジィ制御器の構成

式 (1) のファジィ論理システムを用い、ファジィコントロールとして式 (27) を定義する。また、スーパバイザコントロールとして、式 (13) を用いる。

$$u_c(x|\theta) = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{y}^i \left[\prod_{r=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_r - \bar{x}_r^i}{\sigma_r^i} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{i=1}^M \left[\prod_{r=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_r - \bar{x}_r^i}{\sigma_r^i} \right)^2 \right) \right]}$$

適応則式 (24) の計算には、以下の関係式を用いる。

$$\frac{\partial u_c}{\partial x_i} \frac{b^i}{\sum_{i=1}^M b^i} \quad (28)$$

$$\frac{\partial u_c}{\partial x_i} \frac{\bar{y}^i - u_{c,i}^2}{\sum_{i=1}^M b^i} \quad (29)$$

$$\frac{\partial u_c}{\partial \sigma_i'} \frac{\bar{y}^i - u_{c,i} b}{\sum_{i=1}^M b^i} \quad (\sigma_i') \quad (30)$$

$$\left(\frac{\bar{x}_i}{\bar{r}} \right)^2 \quad (31)$$

4. スライディングモード制御系の構成

誤差方程式 (9) をもとに、式 (32) を定義する。なお、 $h(x,t)$ は集中的な不確かさであり、連続正関数 ρ によって限定されるものとする。

$$\dot{\underline{e}} = \Lambda_c \underline{e} + B[u_M + h(x,t)] \quad (32)$$

$$h(x,t) = \bar{u}^* - u_c - u_s \quad (33)$$

$$\|h(x,t)\| \leq \rho(x,t) \quad (34)$$

式 (35) を満たす正定対称行列 P_c により、切換超平面は、式 (36) のように与えられる。

$$\Lambda_c^T P_c + P_c \Lambda_c = -Q_c \quad (Q_c > 0) \quad (35)$$

$$\sigma_c = S_c \underline{e} = 0 \quad (36)$$

$$S_c = B^T P_c \quad (37)$$

このときのスライディングモード制御入力 $u_{s,i}$ は、式 (39) の等価制御入力と、式 (40) の非線形制御入力の和で、式 (38) のように表される。

$$u_M = u_{eq} + u_M$$

$$u_{eq} = -(S_c B)^{-1} S_c \Lambda_c \underline{e}$$

$$u_M = \begin{cases} \frac{\sigma_c}{\|\sigma_c\|} \bar{\rho}_c & S_c \underline{e} \neq 0 \\ 0 & S_c \underline{e} = 0 \end{cases} \quad (40)$$

$\bar{\rho}_c$ は関数であり、式 (41) のように選ぶ。

$$\bar{\rho}_c > \rho(x,t) \quad (41)$$

5. シミュレーション

5.1 諸設定

プログラムによる制御シミュレーションを行ない、直接適応ファジィ制御とスライディングモード制御の比較を行なう。

制御対象となるプラントを式 (42) に定義する。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12 \cos(t) + u(t) \\ x_1(0) &= x_2(0) = 2.0 \end{aligned} \quad (42)$$

式 (42) は、制御入力 $u \equiv 0$ とした場合、図1に示すようなカオス的システムとなる。

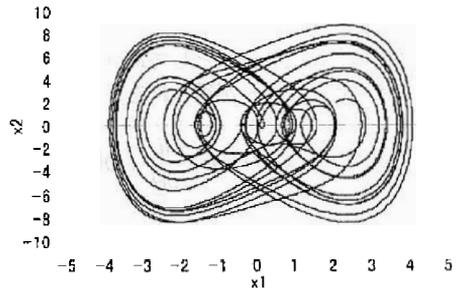


図1. カオス的システムの軌道

制御目標となるモデルプラントは、式 (43) とする。

$$\begin{aligned} \dot{y}_{m1} &= y_{m2} \\ \dot{y}_{m2} &= -5.0y_{m1} - 4.5y_{m2} + 6.0 \sin(t) \\ y_{m1}(0) &= y_{m2}(0) = 0.0 \end{aligned} \quad (43)$$

モデルプラントの軌道を、図2に示す。

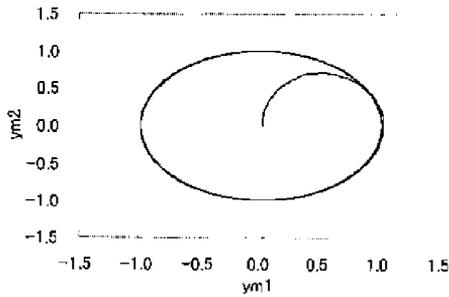


図2. モデルプラントの軌道

制御に必要な定数及び関数は、以下のように定義する。

$$k_1 = 4.5, \quad k_2 = 5.0$$

$$\gamma = 2.0$$

$$Q = Q_c = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$b_c = B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$b_f = 1.0$$

$$f^{(i)} = 12 + |x_1|^3$$

$$\bar{\rho}_c = 80, \quad \delta = 0.06$$

$$t = 0 \sim 21$$

5. 2 スライディングモード制御入力

前述の設定において、切換面、等価制御入力および非線形制御入力は、以下ようになる。

$$\sigma_c = 2e_1 + e_2 \quad (44)$$

$$u_{eq} = 5e_1 + 2.5e_2 \quad (45)$$

$$u_{nl} = \begin{cases} -\frac{\sigma_c}{\|\sigma_c\| + \delta} \bar{\rho}_c & \sigma_c \cdot \underline{e} \neq 0 \\ 0 & \sigma_c \cdot \underline{e} = 0 \end{cases} \quad (46)$$

式(46)では、チャタリング防止のため δ 項を追加している。

5. 3 言語情報

少数のパラメータで安定した制御を行なうため、以下の言語情報を用いる。

R_c^1 : IF x_1 is near(-4) and x_2 is near5
THEN u_c is near(-78)

R_c^2 : IF x_1 is near(-4) and x_2 is near(-5)
THEN u_c is near(-34)

R_c^3 : IF x_1 is near4 and x_2 is near5
THEN u_c is near10

R_c^4 : IF x_1 is near4 and x_2 is near(-5)
THEN u_c is near54

5. 4 直接適応ファジィ制御器による制御

直接適応ファジィ制御器による制御結果を、図3～7に示す。

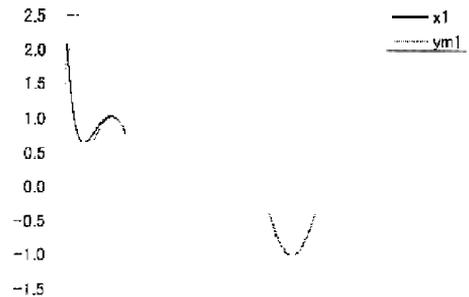


図3. 直接適応ファジィ制御器によって制御された x_1 の動作

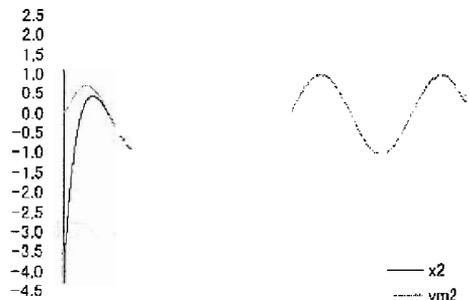


図4. 直接適応ファジィ制御器によって制御された x_2 の動作

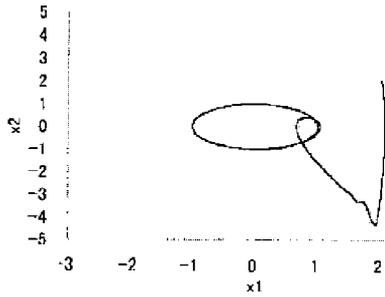


図5. 直接適応ファジィ制御器によって制御されたシステムの軌道

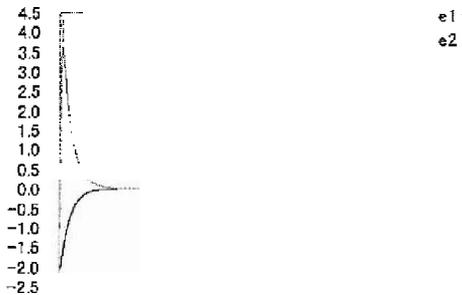


図6. 直接適応ファジィ制御器によって制御されたシステムの誤差

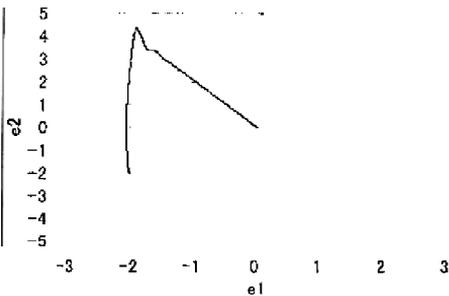


図7. 直接適応ファジィ制御器によって制御されたシステムの誤差軌道

ファジィ制御によって、システムの軌道はモデルプラントの軌道に追従し、誤差は 0 に収束する。また、誤差の軌道は不完全ながら傾き -2 の直線を描いている。

5. 5 スライディングモード制御

スライディングモードの制御結果を、図8～12に示す。

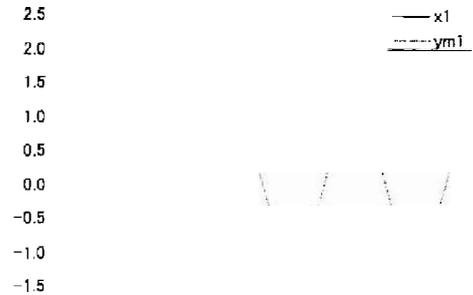


図8. スライディングモードで制御された x_1 の動作

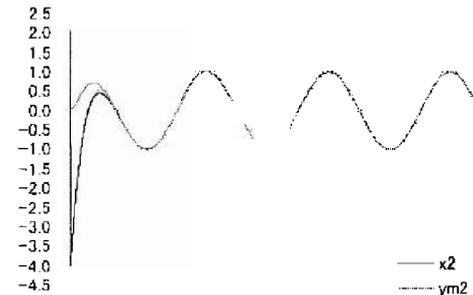


図9. スライディングモードで制御された x_2 の動作

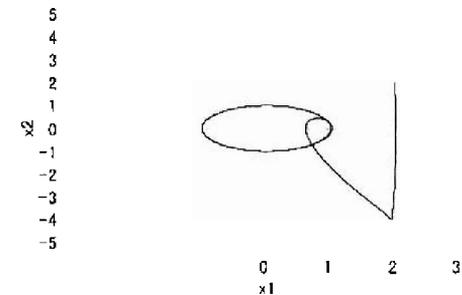


図10. スライディングモードで制御されたシステムの軌道

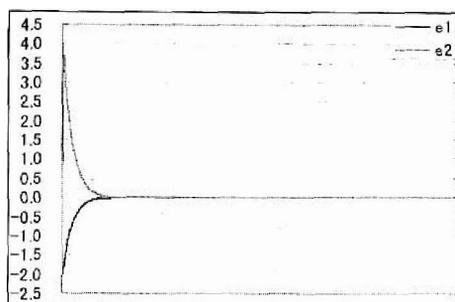


図11. スライディングモードで制御されたシステムの誤差

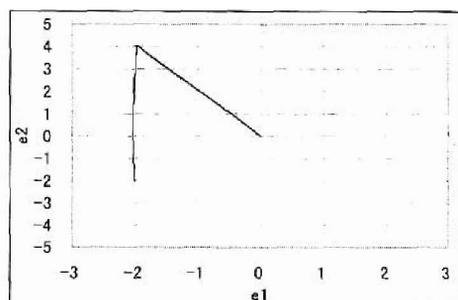


図12. スライディングモードで制御されたシステムの誤差軌道

スライディングモード制御でも、システムの軌道はモデルプラントに追従し、誤差は0に収束する。このときの誤差軌道は、傾き-2の切換線に到達し、切換線上を移動して0に向かう。

6. まとめ

本研究では、まず直接適応ファジィ制御器の設計方法を示し、さらにそれを用いてスライディングモード制御系を構成した。また、シミュレーションにより、両者の制御を比較した。

式(44)～(46)のように構成したスライディングモードは、傾き-2の切換線を持ち、図12に示したとおり、誤差軌道は切換線上を移動して0に達する。

一方、直接適応ファジィ制御のみを用いた場

合でも、図7から、誤差軌道は傾き-2の直線上を移動するように0に到達している。

両者の制御結果を比較すれば、直接適応ファジィ制御は若干の不安定性を残しているが、スライディングモードと等価の制御ができることが解かる。

今後、直接適応ファジィ制御が単体でスライディングモード制御と同じふるまいをする仕組みについて詳しく検討し、同制御における切換線の設定方法を示したい。

参考文献

- 1) wang : Adaptive Fuzzy Control, 140/154, Prentice Hall International Editions (1994)
- 2) 野波、田 : スライディングモード制御, 114/118, コロナ社 (1994)