計測自動制御学会東北支部 第194回研究集会 (2001.6.1)
資料番号 194-3

遺伝的アルゴリズムの動的問題に対する適用

Application of Genetic Algorithm to Dynamic Problem

○中谷直司*，吉田等明**，三浦守***

○Naoshi Nakaya*, Hitoaki Yoshida**, Mamoru Miura***

*岩手大学工学部情報システム工学科, **岩手大学情報処理センター,
***はこだて未来大学システム情報科学部情報アーキテクチャ学科

*Department of Computer and Information Sciences, Iwate University,
**Computer Center, Iwate University,
***Department of Media Architecture, Future University-Hakodate

キーワード： 遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm)，巡回セールスマン問題 (traveling salesman problem)，動的巡回セールスマン問題 (dynamic traveling salesman problem)，動的問題 (dynamic problem)

連絡先： 〒020-8551 盛岡市上田4–3–5 岩手大学 工学部 情報システム工学科
中谷直司，Tel.: (019)621-6470，Fax.: (019)624-4078，E-mail: nakaya@cis.iwate-u.ac.jp

1. まえがき

物理現象をとらえる際に，伝統的自然科学では，系の状態を時間によらない平衡状態として近似したり，完全に解決できるものと仮定して取り扱っている．しかし，あらゆる現象は実際には，時間によって複雑に変化する動的状態を取っている．このような動的な系の状態を最適化する問題は，通常のアルゴリズムでは取り扱いが困難である．

一方，遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm : GA）は自然界における生物の進化に着想を得た最適解探索手法の一つであり，その特徴として統計的性格を持ち，広範囲にわたる解の探索が可能なことがあげられる．このような特徴から，動的な系の状態を最適化する問題に，GAを適用することは有効であると考えられる．

当研究室では，動的な状態として量子論的不確定状態を仮定し，非固有状態の系を，巡回セールスマン問題において都市が動的に変化するモデルで表現し，これを動的巡回セールスマン問題と名付けた．我々はこれまでに，この動的巡回セールスマン問題に対してGAを適用し検討した結果，比較的容易に解を求めることが可能であることを明らかにしている[1)]．また，動的巡回セールスマン問題において，真に動的な要素は都市の座標であることに着目し，バケットを用いた都市名の再定義法を提案することで最適解探索能力の改善を実現している[2)]．

本研究では，この以前提案したバケットを用いた都市名の再定義法と，他の都市名の再定義法，および都市名の再定義をしない場合とでの探索能力の比較検討を行った．比較項目としては，厳密解法で得た最適解との誤差，計算時間，そして動的都市の出現確率分布に対する分解能力を対象と

した．計算機実験の結果，再定義しない場合に比べてわずかな計算機時間の増加だけで，探索能力の改善および，動的都市の出現確率分布に対する分解能力の向上という結果を得た．

2. 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム[3, 4]は，生物進化の原理に着想を得たアルゴリズムであり，確率的探索・最適化の一手法である．GAは，まず探索点として多数の個体(初期集団)を生成する．それら個体は配列として表現される染色体を持ち，配列の各要素（遺伝子座）には個体としての特質(遺伝子)が全て記録されている．次に各個体に対し解としての正しさの度合い（適応度）を求める．そして，個体集団の中から適応度に応じて個体対を選択し，それらの遺伝子を互いに交換させることで新たな個体を生成する．この操作は染色体を表す配列を任意の点で交叉させることで実現する．最後に交叉の結果得られた個体に，ある確率で突然変異を起こし遺伝子の一部をランダムに変化させる．以上の操作を一世代とし，数世代にわたって繰り返すことにより，優れた特質の個体を発見することが可能となる．

3. 動的巡回セールスマン問題

巡回セールスマン問題[5]（Traveling Salesman Problem：TSP）とは与えられた複数の都市すべてを各都市をそれぞれ一回ずつ訪問し元の都市に戻るという条件のもとで巡回する際の，最小経路長を与える巡回路を求めるというものである．したがって，TSPは次のように定義される．都市数をNとし，都市には1からNまでの番号がつけられているものとする．また，都市i，j間の距離を$d_{ij}(=d_{ji})$とする．都市の訪問順序を（$1\cdots N$）の置換（$t_1\cdots t_N$）で表わしたとき，式（1）を最小にする訪問順序を求める．ただし，$t_{N+1}=t_1$とする

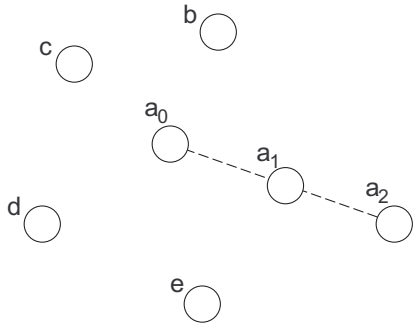

Fig. 1　動的巡回セールスマン問題

$$d_{total}=\sum_{i=1}^{N} d_{t_i,t_{i+1}} \tag{1}$$

量子力学では，同時に確定できる物理量の値が時間的・空間的に変化しない状態のことを固有状態と呼ぶ．固有状態では，物理量はある固有値として観測されるが，この状態は通常ではほとんどない．固有状態とならないときは，物理量の観測値はランダムになるのではなく期待値として求められる．例えば，多数の電子がスリットを通ってスクリーン上に達したとき，スクリーン上で観測される電子は，ある一点にだけ集中するのではなく，また，スクリーン上全体にランダムに観測されるわけでもない．電子はある一定の範囲内で統計的に観測される．観測値を$a_m(m=0,1,2,\cdots)$のいずれかとし，その出現確率を$|c_m|^2$とすると，期待値$\overline{a}$は式（2）のようにに表される．

$$\overline{a}=|c_0|^2a_0+|c_1|^2a_1+|c_2|^2a_2+\cdots \tag{2}$$

この不確定性をもつ状態を，TSPで表現すると図1のようになる．ただし，この図は“都市a”1都市だけが不確定性状態をとっている場合を表している．本研究では，このようにTSPにおいていくつかの都市が不確定性状態をとり，動的に都市の位置が変化するものを動的巡回セールスマン問題（Dynamic Traveling Salesman Problem：DTSP）と呼ぶことにする．

4. GAを用いたDTSPの解法

4.1 サブツアー交換交叉

GAを用いてTSPを解くにあたっては，都市の訪問順序を染色体とすることが一般的である．その場合，染色体が順列であるという条件を満足させるために，コーディングか遺伝子操作に何らかの工夫が必要となり，多くの手法が提案されている[3, 6]．そして，それらの手法を探索能力で比較した場合，巡回路に含まれる枝や部分巡回路に着目した交叉を用いた方が，有効であることは知られている．そこで本研究では，2点交叉の一種で，形質の遺伝を重視した交叉方法であるサブツアー交換交叉を用いた．サブツアーとは，TSPにおいて，いくつかの都市がまとまって配置されている地域がある場合，その比較的独立した部分の巡回路のことである．サブツアー交換交叉とは，このサブツアーをなるべく破壊せずに遺伝させる交叉方法である．図2にサブツアー交換交叉による個体の生成の様子を示す．交換されるサブツアーに含まれる都市集合が一致するときに限って交叉するので，親1（P1）と親2（P2）では，交叉のための切断箇所は異なる場合もある．親1のサブツアー {c,f,g,e} と親2のサブツアー {f,c,e,g} はツアーとして異なるが，集合としては共に {c,e,f,g} であり，交叉の条件を満たしている．生成される子は，交叉の対象となるサブツアーのみ，右回りと左回りの巡回路を遺伝するので，4通り（C1,C2,C3,C4）生成される．また，本研究では，2つの親に共通するサブツアーがいくつかある場合には，含まれる都市の数が最も多いサブツアーのみを交換対象とした．

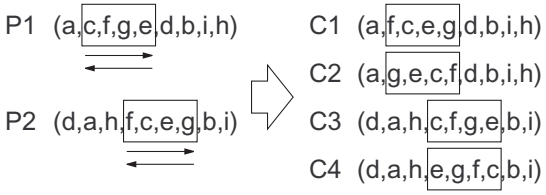

Fig. 2 サブツアー交換交叉の例

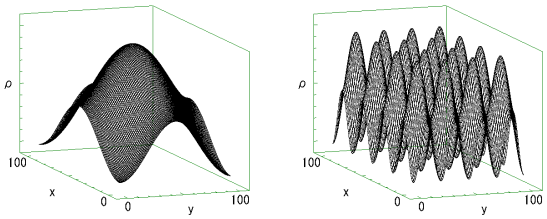

Fig. 3-a Type 1

Fig. 3-d Type 4

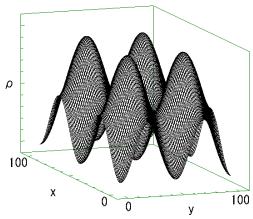

Fig. 3-b Type 2

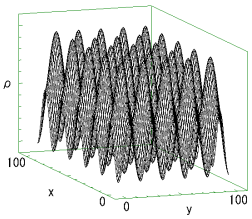

Fig. 3-e Type 5

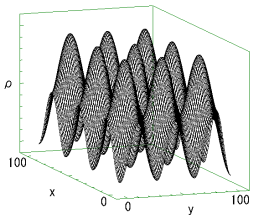

Fig. 3-c Type 3

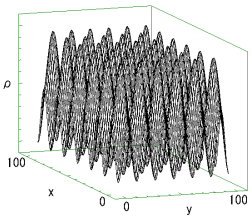

Fig. 3-f Type 6

Fig. 3 出現確率

4.2 DTSPの条件

本研究では，DTSPにおける各都市の座標を100×100のメッシュの交点をとるものとする．そして，動的ではない位置の固定された都市の座標，および動的な都市の座標は共にメッシュの交点に対しある出現確率を設けるものとし，確率分布としては図3に示すような6つのタイプ(xおよびy軸方向のピークの数が1〜6個)を用いる．なお，動的都市数については1都市動的なものから，全都市動的なものまでを対象とする．

4.3 誤差率

実験結果の評価には，GAで求めた最短巡回路と厳密解法で求めた最適巡回路との誤差率（relative

error ： ERRel）を用いる．誤差率は次式で定義する．

$$ERRel = 100 \times \frac{C_{length} - O_{length}}{O_{length}} \qquad (3)$$

ここで，C_{length}はGAで求めた最短巡回路の長さ，O_{length}は厳密解法で求めた最適巡回路の長さとする．

4.4 計算機実験

GAの諸設計については，次のように定める．

初期集団の生成： 決められた個体数の染色体M個をランダムに生成する．

適応度の評価： 適応度fは経路長をd_{total}，Nを都市数として，次式で定義する．

$$f = \frac{N}{(d_{total})^2} \qquad (4)$$

選択： 淘汰圧をp_sとして，M個の個体から$p_s M$個の個体を適応度比例戦略により選択し，その中から重複した個体は除く．よって，次世代に残る個体は，最大で$p_s M$個となる．

交叉： ランダムに選択した2個体に対し，サブツアー交換交叉を用いる．サブツアー交換交叉は，交叉を行うことにより新たに4個体を生じるため，選択により$p_s M$個以下に減少した個体数が，M個を超えない範囲で，この操作を繰り返す．

突然変異： 突然変異率p_mで選ばれた個体の，ランダムに選ばれた2つの遺伝子座の遺伝子を交換する．

具体的な実験パラメータについては経験的に，表1のように定め，動的都市はGAの1世代ごとに移動するとした．また，対象とするDTSP自体が動的であることを考慮して，同一パラメータあたり100回の実験を行い，その平均をもって結果とした．

Table 1　実験パラメータ

個体数	M	100
世代数	T	200
淘汰圧	p_s	0.6
突然変異率	p_m	0.05

4.5 実験結果

図4に都市数9，出現確率Type 1の実験結果を示す．この図からも明らかなように，GAによる探索能力は動的都市数の増加と共に悪化しており，動的都市数7以上においては探索により解は改善されず，むしろ改悪される結果となっている．これは探索対象である問題の変化に，GAの解空間が追従できないことに原因があると考えられる．すなわち，動的都市が少数の場合は問題の変化がわずかであるため，GAの解集団が全体として保持している解空間内に，変化後の新たな解が含まれている可能性が高いのに対し，動的都市が多数の場合は変化後の新たな解が，GAの持つ解空間内に含まれている可能性が低く，その結果として探索に失敗しているものと考えられる．

また，探索が十分に収束している101〜200世代の結果を見ると，誤差率は動的都市数の増加に伴い直線的に増加するのではなく，ある値に飽和する曲線を描くことがわかる．これは都市が動的になることで変化する都市間距離の数と比例している．すなわち全都市が9都市の場合で考えると，1都市が動的な場合，都市の位置が変化することで変化する都市間距離は，動的な都市以外の8都市との8つであり，それ以外の都市間距離は変化しない．同様に2都市が動的な場合，動的な都市以外の7都市との7つの都市間距離の変化が増えることになるので，8+7=15となる．したがって，動的都市数をN_dとすると，変化する都市間距離数S_dは

$$S_d = \sum_{i=1}^{N_d} N - i \qquad (5)$$

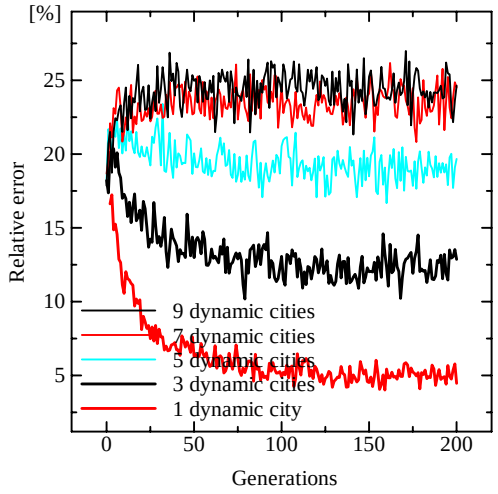

Fig. 4　動的都市数と誤差率 （都市数 9，出現確率 Type 1，都市名の再定義 なし）

となり，この関係が探索結果に反映されていると思われる．

5.　都市名の再定義

5.1　TSPにおける都市名

4.5節で示したように，GAによる探索能力は動的都市数の増加と共に悪化し，ときには解は改悪される．ここで例として，図5-aのような都市配置を考える．このときの最適巡回路は(a, b, c, d, e)の順になる．ここで，図5-bのように動的都市（3都市）が移動し，図5-cの都市配置になったとすると，この場合の最適巡回路は(c, a, b, d, e)となる．すなわち，都市の移動前は最適巡回路(a, b, c, d, e)の探索を行っていたGAは，移動後は最適巡回路(c, a, b, d, e)の探索を行う必要が生じる．このとき，移動後の最適巡回路に適応する適当な解が解空間に無ければ，それまでの探索を有効に利用することができず，むしろ解空間が移動前の解の近傍に収束している分だけ探索は困難になる．

しかし，TSPにおいて与えられる問題条件は，各都市の座標，もしくは各都市間の距離であって，都市の名称は便宜的に決めたものにすぎない．したがって，移動後の都市配置を図5-cのような都市名で認識する必要は無く，図5-dに示すように都市名を再定義し，この都市名で探索を続行しても問題は生じない．そして，このように都市名を再定義することができれば，探索対象となる巡回路は(a, b, c, d, e)となり，都市が移動する前の探索結果を有効に利用することが可能となる．

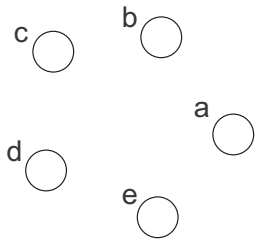

Fig. 5-a　移動前の都市配置

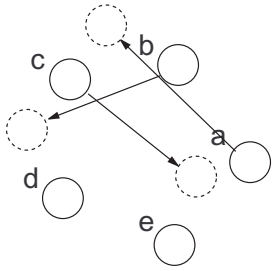

Fig. 5-b　都市の移動

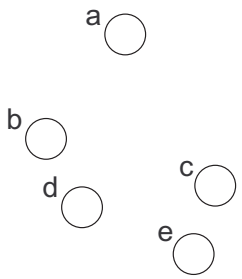

Fig. 5-c　移動後の都市配置

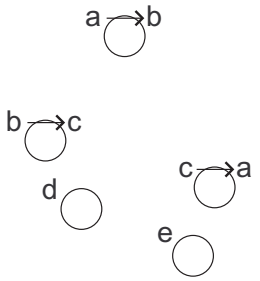

Fig. 5-d　都市名の再定義

Fig. 5　都市名の再定義の例

5.2　バケットを用いた都市名の再定義法

5.1節で述べたように，TSPでは都市名は便宜的なものに過ぎず，またDTSPにおいて都市名の再定義は，GAを用いた探索に有効に機能すると考えられる．そこで本節では，“バケットを用いた都市名の再定義法”を提案する．都市名の再定義法として，まず考えられるのは，移動前後で距離が最も近い都市が同一名称となるように都市名を再定義することである．しかし，この方法は移動前後で各都市間の距離を算出せねばならないため処理が重く，また，都市数をNとすると，そのオーダーはN^2となる．都市名の再定義は有効ではあるが必ずしも最善とはならないことを考慮すると，再定義のための処理時間は短い方が望ましい．そこで本研究では，より処理が軽く，実効性も期待されるバケットを用いた都市名の再定義法を次のように提案する．

1) 都市を単位正方形内にスケーリングする．

2) 単位正方形をB^2個の小さな正方形（バケット）に分割し，各都市を含むバケットを特定する．

3) 決められたバケットの順序で各都市名を再定義する．このとき，同一バケットに含まれる都市の順序は再定義前の順序を用いる．

この方法は都市数をNとすると，Nのオーダーで実現できる．

5.3　計算機実験

提案手法の有効性を確認するため，計算機実験を行った．DTSPおよびGAの諸条件は4.章の実験で用いたものを使い，これに加え都市を移動するたびに，都市名の再定義処理を行う．再定義法は5.2節で述べた提案手法と，比較対象として移動前後で距離が最も近い都市が同一名称となるように都市名を再定義する再定義法（以下ではこれを最近接法と呼ぶこととする）とについて実験を行った．

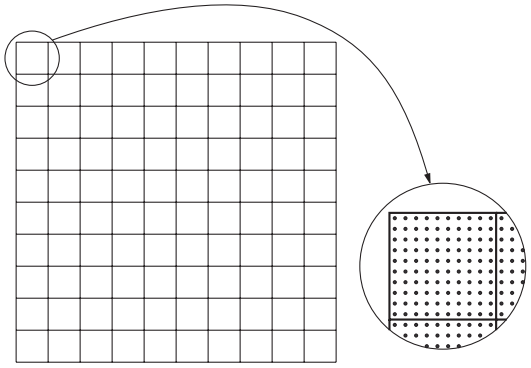

Fig. 6　バケットの設定

提案手法において，都市名の再定義に用いるバケット数を本実験では$B = 10$，すなわち10^2個とした．都市の座標は100×100のメッシュ座標としたので，1つのバケットには図6のように10×10の座標が含まれることになる．決められたバケットの順序としては今回，図7に示す2つのケースを用意した．なお，Case 1の順序は行方向のバケット順序は連続するが，列方向のバケット順序に大きな差が生じるという問題がある．そこで，Case 2では隣り合うバケット順序に大きな差を生じないよう考慮して順序を決定した．

5.4　実験結果

5.4.1　誤差率

図8に都市数9，出現確率Type 1，都市名の再定義は最近接法の実験結果を示す．都市名の再定義を行わなかった図4に比べ，全体にわずかに誤差率の減少が見られるが，動的都市数7以上では改悪されるという点では変化はなく，都市名の再定義は有効に機能しているとは言い難い．

図9に都市数9，出現確率Type 1，都市名の再定義は提案手法で順序はCase 1の実験結果を示す．GAによる探索能力は向上し，解が改悪されるこ

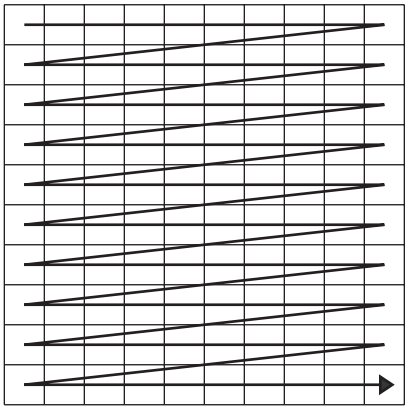

Fig. 7-a　都市名の再定義順序（Case 1）

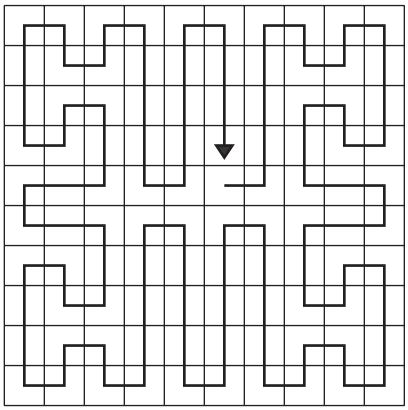

Fig. 7-b　都市名の再定義順序（Case 2）

Fig. 7　都市名の再定義順序

ともなくなり都市名の再定義の効果が確認できる．

次に，図10に都市数9，出現確率Type 1，都市名の再定義は提案手法で順序はCase 2の実験結果を示す．この場合は，図10の順序Case 1の結果よりも，さらに探索能力に向上が見られる．これはCase 2を設定する際に，隣り合うバケット順序に大きな差を生じないようしたことにより，都市名再定義時の同一名都市の移動距離をCase 1の時よりも短くすることができているためと思われる．また，順序Case 1の時も同様だが，一見するとグラフでは動的都市数が増加しても，誤差率は増加していないようにも見える．しかしこれは，既に4.5節で述べたように，動的都市数の増加と誤差率の増加は直線的ではなく飽和曲線を描くことに加え，探索能力が向上し，都市数の増加に対する誤

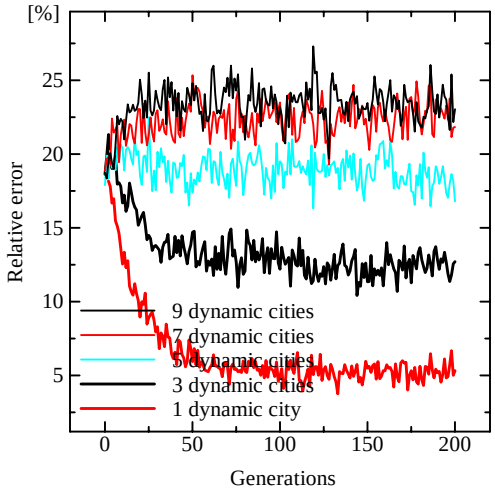

Fig. 8　動的都市数と誤差率 （都市数 9，出現確率 Type 1，都市名の再定義 最近接法）

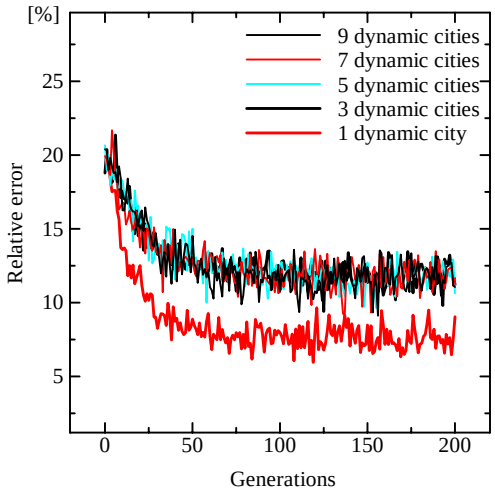

Fig. 9　動的都市数と誤差率 （都市数 9，出現確率 Type 1，都市名の再定義 Case 1）

差率の増加が全体に小さくなっていることにより，動的都市数が多い場合ではグラフでは判別できないほどに誤差率の増加が小さくなっているためである．

5.4.2　計算機時間

表2にHP C160（PA-RISC 8000 160MHz, 10.4 SPECint95, 16.3 SPECfp95）上で，都市数9の問題に対し各手法を実行した時の計算機時間を示す．なお，時間は100回の実験の合計時間である．この

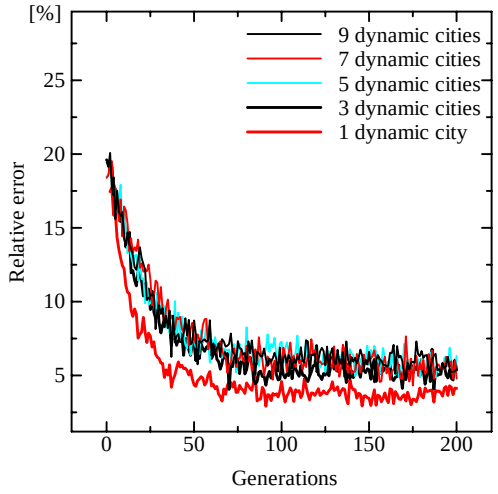

Fig. 10　動的都市数と誤差率 （都市数 9，出現確率 Type 1，都市名の再定義 Case 2）

Table 2　CPU Time

都市名の再定義	CPU time (s)	Ratio
なし	53.8	1.00
最近接法	58.3	1.08
提案手法	54.9	1.02
分枝限定法	322.9	6.00

とき，最も短い都市名の再定義を行わない場合の時間を基準とすると，最近接法は8%の増加，提案手法は2%の増加となり，この段階ではその差はわずかである．ただし，これは都市数9の場合であり，提案手法は$O(N)$，最近接法は$O(N^2)$であることを考慮すると，都市数が増加した場合は提案手法のほうが有利になると思われる．

5.4.3　出現確率分布に対する分解能力

表3に，都市数9で全都市が動的な場合の，出現確率分布ごとの厳密解法で求めた最適巡回路長の平均と不偏標準偏差を示す．なお，後でGAで求めた101〜200世代のデータとの比較を行うため，データ数などはGAのものと合わせてある．ここで，出現確率ごとでその母平均に有意な差があるかどうかを検定するため，Tukeyの方法による多重比較

Table 3　厳密解法で求めた最適巡回路長

確率分布	平均	不偏標準偏差
Type 1	234	3.63
Type 2	258	2.79
Type 3	268	2.97
Type 4	270	3.22
Type 5	272	3.27
Type 6	273	3.37

Table 4　最適巡回路長の多重比較結果

Type	2	3	4	5	6
1	**	**	**	**	**
2		**	**	**	**
3			**	**	**
4				**	**
5					*

を行った．その結果を表4に示す．なお，**は有意水準0.01で有意差あり，*は有意水準0.05で有意差あり，-は有意差なしを示す．

この結果から手法の探索能力が十分ならば，得られた最短巡回路長の平均の違いから出現確率分布の違いを知ることができると考えられる．そこで，GAにおいて探索が十分に収束していると思われる101〜200世代のデータをもとに，各手法ごとにTukeyの多重比較を行った．その結果を表5〜8に示す．

まず，表5に示す再定義なしの場合は，Type 4とそれ以上，すなわちピーク数が4つ以上になると有意差なしとなり，十分な出現確率分布に対する分解能力は得られていない．次に，最近接法（表6）の場合は，再定義なしの場合に比べ若干の改善が見られるが，それでもType 4と5（ピーク数4と5），Type 5と6（ピーク数5と6）の場合，すなわちピーク数が多く，かつピーク数の差が1のときは有意差なしとなっている．提案手法で順序にCase 1を使った場合の比較結果を表7に示すが，ここではType

Table 5　再定義なしの多重比較結果

Type	2	3	4	5	6
1	**	**	**	**	**
2		**	**	**	**
3			**	**	**
4				-	-
5					-

Table 6　最近接法の多重比較結果

Type	2	3	4	5	6
1	**	**	**	**	**
2		**	**	**	**
3			**	**	**
4				-	**
5					-

Table 7　提案手法の多重比較結果（Case 1）

Type	2	3	4	5	6
1	**	**	**	**	**
2		**	**	**	**
3			*	**	**
4				**	**
5					-

Table 8　提案手法の多重比較結果（Case 2）

Type	2	3	4	5	6
1	**	**	**	**	**
2		**	**	**	**
3			**	**	**
4				**	**
5					-

5と6以外は有意差ありと判定されている．Type 5と6の有意差は厳密解法で求めた最適巡回路長においても，1%で有意差ありとはならず5%で有意差ありと判定されていることから，実質的にはかなりの分解能力だと思われる．また，提案手法で順序にCase 2を使った場合の比較結果を表8に示すが，この場合でもType 5と6以外は有意差ありと判定され，出現確率分布に対する高い分解能力を有していると考えられる．

6.　むすび

本研究では，通常のアルゴリズムでは取り扱いが困難な動的な状態を，巡回セールスマン問題で表現した動的巡回セールスマン問題（DTSP）に対し，遺伝的アルゴリズム（GA）の適用を試みた．

しかし単純にGAを適用すると，動的都市数が多い場合には探索は困難となる．そこで，探索能力の向上を目的に，バケットを用いた都市名の再定義法を提案するとともに，その有効性を確認するため，再定義せずにGAを用いた場合や，移動前後で距離が最も近い都市が同一名称となるように都市名を再定義する場合と比較した計算機実験を行った．その結果，再定義なしに比べてわずかな計算機時間の増加だけで，探索能力の改善および，動的都市の出現確率分布に対する分解能力の向上という結果を得た．

今後は，巡回セールスマン問題全体の都市数や動的都市数を増加させた場合の，提案手法の有効性について検討を行う予定である．

参考文献

1) 吉田等明，和賀光悦，恒川佳隆，三浦守: GAを用いた動的巡回セールスマン問題へのアプローチ，計測自動制御学会東北支部 第167研究集会資料，167–1 (1997)
2) 中谷直司，吉田等明，三浦守: 動的巡回セールスマン問題への遺伝的アプローチ，計測自動制御学会東北支部 第187研究集会資料，187–2 (2000)
3) 北野宏明: 遺伝的アルゴリズム, 産業図書 (1993)
4) Lawrence, D.: Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold (1991)
5) 山本 芳嗣，久保 幹雄: 巡回セールスマン問題への招待，朝倉書店(1997)
6) 玉置　久，喜多　一，岩本貴司，三宮信夫: 遺伝アルゴリズム－１, ２, ３，システム制御情報学会誌，Vol.39，No.6,8,10，295/302,400/407,431/438 (1995)