

ウェーブレット部分画像再構成 (WPR) 法の提案

Wavelets Local Image Reconstruction (WPR) Method

○ 杜 海清, 田山 典男, 中嶋 賢市郎, 栗田宏明

Haiqing Du, Norio Tayama, Kenichiro Nakajima, Hiroaki Kurita

岩手大学

Iwate University

キーワード: 画像再構成 (Image Reconstruction), CT (Computed Tomography),
標本化モデル (Sampling Model), ウェーブレット (Wavelet)

連絡先: 〒020-8551 岩手県盛岡市上田 3-3-5 岩手大学工学部電気電子工学科 田山研究室
田山 典男 TEL/FAX: (019)621-6382, E-mail: tayama@pipe.elc.iwate-u.ac.jp

1. まえがき

近年, 産業分野の流れ工程等において, 不可視な対象物体の内部を再現し画像化して非破壊検査を行いたいという要求が高まっている. 本論文では, ウェーブレットによる標本化モデルと一様透過性の投影スキャン方式と特異値分解を導入し, 極少数方向の投影から高速に画像再構成する VLSI 向きのアルゴリズムを提案している.

X線 CT は, 人体内部を再現することで, 医療分野に診断革命をもたらした^{1,2)}. 医療分野では, 高品質な画像再構成が要求されるので, 商用 CT で専ら用いられる FBP 原理では, 400 ~ 1000 の多数方向の投影データが用いられており, 装置が大掛かりで高価である.

一方, 産業分野³⁾では, ベルトコンベア上の各種電子部品や自動車モールド部品等を瞬時に安価に内部を再現して非破壊検査を行いたいと言う要求が多い. 装置を安価にするには, 投影方向の数を極少数に減らすことが有効である. しかしながら, 極少数に減らすと, 画像が著しく劣化してしまう. また, 原子炉等のように装置取付上の構造的制限から, X線投影を 5 ~ 11 の極少数方向に制限することが求められ

ている. しかし FBP 原理では, これらの要求にすることが困難である. これまでに, 投影方向を少数制限する先駆的な研究がなされている^{4~8)}. しかし, 投影方向を極少数まで削ることが難しく, 上記のベルトコンベア上で部品内部を画像再構成要求に, 対処することは難しい.

このような背景の下で, 筆者らは, 投影方向を減らす視点から, 対象空間に標本化モデルを設定し特異値分解法と組み合わせるという再構成手法を検討してきた^{9~13)}.

本論文では, 極少数方向の投影から大型画像を高速に再構成する方法を探索して, 再構成を一様な計算構造で実行する VLSI 向きアルゴリズムを究める. ウェーブレットを用いる標本化モデルを導入して, X線ビームを一様に透過させる投影スキャン方式を設定し, 特異値分解により一般逆行列を導出して, VLSI 向きの局所再構成アルゴリズムを提案するものである^{14~16)}.

本論文では, まず, Shannon の標本化関数の代わりにウェーブレットにより標本化定理を満たすウェーブレット標本化関数を導出する. 連立線形方程式を立て特異値分解を行って一般逆行列を導出し, ウ

ウェーブレット画像再構成の手順を示す．次に一様透過性をもつ2次元X線投影スキャン方式を提案し，計算構造が一様になる局所再構成の概念を示して，多重ウェーブレットによる局所再構成の方法を提案する．計算機によるシミュレーション実験結果として，再構成の画像や誤差，時間を示し，本画像再構成アルゴリズムの有効性を明かにする．

2. ウェーブレットによる画像再構成

2.1 ウェーブレットによる標本化関数の導出

筆者らは，対象物体に対して，Shannon の標本化関数 Sinc を用いて標本化定理の成立する標本化モデル物体を使用して来た．しかし，Shannon の標本化関数 Sinc は，座標軸上で局在化しておらず，無限の広い領域まで影響している．実際に適用する場合には，有限の領域で近似を行うことになり，画像再構成の計算に誤差が生じる．もしも領域を狭めることができるならば，さらに投影ビームの数を減らせるので，再構成の計算量を削減でき，画像再構成の計算時間を大幅短縮できる可能性がある．しかし，Shannon の標本化関数 Sinc を使用する場合には，領域を狭めると，画像再構成の計算誤差が極端に大きくなってしまふという問題があった．

本文の視点として，筆者らは，影響領域を局在化する新たな標本化関数を見出すならば，領域を狭めても，画像再構成の誤差が増えずに，投影ビームの数を減らせるので，計算時間が大幅短縮でき画像再構成の高速化を図ることが期待できるだろうと考えた．このような考えから，影響領域を局在化する関数としてウェーブレット理論¹⁸⁾を画像再構成へ導入することにした．

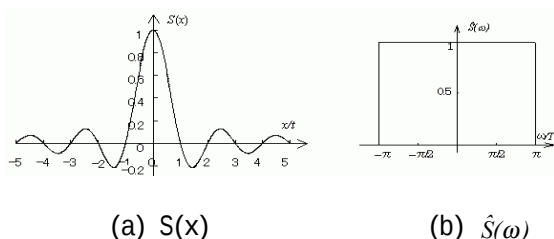


図1 Shannon 標本化関数 $S(x)$ とそのフーリエ変換 $\hat{S}(\omega)$

Fig.1 Shannon sampling function $S(x)$ and its Fourier transform $\hat{S}(\omega)$

Shannon の標本化関数 Sinc が図1(a)のように長い尾を引くのは，そのフーリエ変換のグラフが図1(b)

のように角張っており連続関数でないことに起因するのであろう．その角を丸めるならば，座標軸上での局在性が良くなるであろうと推量される．筆者らは，このような観点から，スケーリング関数のフーリエ変換が角張らないで連続な関数となる Meyer ウェーブレット¹⁹⁾を用いることにした．

Meyer ウェーブレットでは，スケーリング関数のフーリエ変換 $\hat{\phi}(\omega)$ が，次の性質を持つと定義されている．

() $\hat{\phi}(\omega)$ は無限回微分可能である．

$$\hat{\phi}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 2\pi/3 \\ \cos[\frac{\pi}{2} \cdot v(\frac{3}{2\pi}|\omega| - 1)], & 2\pi/3 \leq |\omega| \leq 4\pi/3 \\ 0, & |\omega| \geq 4\pi/3 \end{cases} \quad (1)$$

ただし， v は次式を満たす平滑関数である．

$$v(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases} \quad v(x) + v(1-x) = 1$$

またウェーブレットのフーリエ変換 $\hat{\psi}(\omega)$ は，式(2)で表現される．

$$\hat{\psi}(\omega) = \begin{cases} e^{i\omega^2} \cdot \sin[\frac{\pi}{2} v(\frac{3}{2\pi}|\omega| - 1)], & \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3} \\ e^{i\omega^2} \cdot \cos[\frac{\pi}{2} v(\frac{3}{4\pi}|\omega| - 1)], & \frac{4\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{8\pi}{3} \\ 0, & |\omega| \geq \frac{8\pi}{3} \end{cases} \quad (2)$$

スケーリング関数のフーリエ変換 $\hat{\phi}(\omega)$ は，図2(b)に示すように，角がなく滑らかになり，局在性が良い．フーリエ逆変換を行って求めたスケーリング関数 $\phi(x)$ の形状は，図2(a)のように，すぐ減衰して，局在性が大変良いことが分かる．ここで， $T = \omega_m/\pi$ である． ω_m は最大角周波数とする．

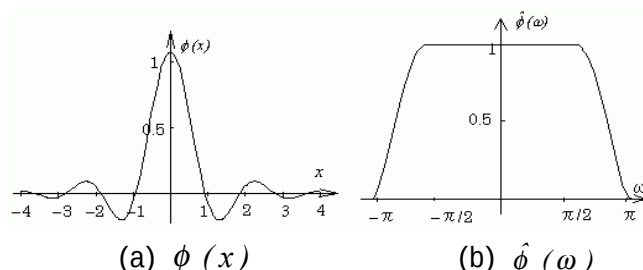


図2 Meyer スケーリング関数 $\phi(x)$ とそのフーリエ変換 $\hat{\phi}(\omega)$

Fig.2 Meyer scaling $\phi(x)$ and its Fourier transform $\hat{\phi}(\omega)$

このウェーブレットのスケーリング関数を元にして、標本化定理を満たす標本化関数を求める方法については、既に知られている[20]．多重解像度解析空間において、有限角周波数の任意信号 $g(x)$ は、スケーリング関数 $\phi(x)$ を用いて一意に表現できる．スケーリング関数 $\phi(x)$ のフーリエ変換を $\hat{\phi}(\omega)$ として、離散フーリエ変換を $\hat{\phi}^*(\omega)$ とすると、標本化定理を満たすウェーブレット標本化関数のフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$ が次式で求められる．

$$\hat{W}(\omega) = \frac{\hat{\phi}(\omega)}{\hat{\phi}^*(\omega)} \quad (3)$$

そこで、上式よりフーリエ逆変換を行って、ウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を次式で算出できる．

$$W(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{\phi}(\omega)}{\hat{\phi}^*(\omega)} \cdot e^{j\omega x} d\omega \quad (4)$$

ウェーブレット標本化関数のフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$ を図3(b)に、ウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を図3(a)に示した．このウェーブレット標本化関数 $W(x)$ の形状は、図1(a)のShannon 標本化関数 $S(x)$ に比べると、局在性が大変良くなっており、2つの山と谷ではほぼ零に減衰することが分かる．標本化定理の条件は、角周波数の帯域幅については $-\pi < \omega/T < +\pi$ となり良くなったが、角張りがなくなったので、近似的に満たすことが分かる．以下ではこのウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を用いて、標本化定理を近似的に満たすウェーブレット標本化モデル物体を設定し、特異値分解に基づく画像再構成の手順を示す．

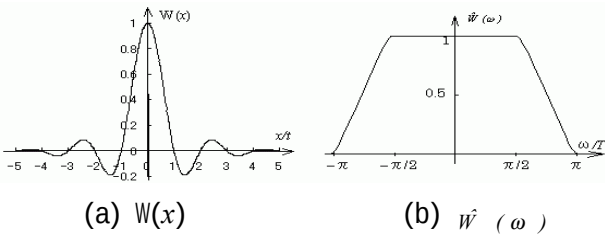


図3 ウェーブレット標本化関数 $W(x)$ とそのフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$

Fig.3 Wavelet sampling function $W(x)$ and its Fourier transform $\hat{W}(\omega)$

2.2 ウェーブレット画像再構成の手順

まず対象物体空間において、遮断空間角周波数が ω_m の標本化定理が成立する2次元標本化モデルを

導入する．この対象連続空間では、任意点の濃度値 $f(x,y)$ は、間隔 $t = \pi/\omega_m$ 以下で標本化される標本点濃度値 $f(x_k, y_j)$ と、前述のウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を用いて表現できる．そこで、透過線上の各点での濃度値 $f(x,y)$ を透過線に沿って線積分した値は、投影値 p に等しいので式(5)が成立する．ここで $x=kt$, $y=jt$ で、 $k, j = -\infty, \dots, +\infty$ である．透過線の対象空間侵入点から脱出点までの長さを L とし、侵入点から投影線上のある点までの長さを l とする．

$$\begin{aligned} p &= \int_0^L f(x,y) dl \\ &= \int_0^L \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(x_k, y_j) \cdot W(x-x_k) \cdot W(y-y_j) dl \\ &\approx \int_0^L \sum_{k=1}^u \sum_{j=1}^u f(x_k, y_j) \cdot W(x-x_k) \cdot W(y-y_j) dl \\ &= \sum_{k=1}^u \sum_{j=1}^u f(x_k, y_j) \cdot G_{kj} \end{aligned} \quad (5)$$

透過線について、その単位方向ベクトルを (a_x, a_y) とし、対象空間への侵入点を (b_x, b_y) 、脱出点を (o_x, o_y) とすると、 G_{kj} は次式となる．

$$G_{kj} = \int_0^L W(b_x + a_x l - x_k) \cdot W(b_y + a_y l - y_j) dl \quad (6)$$

この G_{kj} の物理的意味は、透過線上の濃度値の線積分値に対して、各標本点での濃度値がどの程度の影響を与えるかを表している．そこで G_{kj} を“透過線積分影響係数”と呼ぶ．

透過線毎に方程式(5)を立て、これらの連立線形方程式を行列の形で表すと、次式となる．

$$p = C \cdot f + e \quad (7)$$

ここで $p=(p_m)$ と $e=(e_m)$ は、各々投影値と誤差の M 次元列ベクトルである． $f=(f_n)$ は、標本点濃度値の N 次元列ベクトルである． $C=(C_{mn})$ は、 $M \times N$ 行列であり、 m 行 n 列の要素が透過線積分影響係数 C_{mn} である．長方形行列 C は、標本化方法及び透過線のビーム形状や方向数、間隔の投影方法で定まり、標本化や投影方法をモデル表現しているので、“標本化投影モデル行列”と呼ぶ． $M \times N$ 長方形行列 C を、次式のように $M \times M$ 直交行列 U と $M \times N$ 対角行列 Λ と $N \times N$ 直交行列 V の転置行列 $\tilde{V}$ に分解することを特異値分解という．なお、 Λ の対角要素を特異値という．

$$C = U \cdot \Lambda \cdot \tilde{V} \quad (8)$$

式(7)において、再構成の誤差二乗和 ($\|e\|^2$) を最小にする解 f を求める再構成の問題は、種々の一般

逆行列のうち Moore-Penrose 型行列 [21] を求める問題として定式化できる．従って求める濃度値ベクトル f は，次式で表わされる．

C がフルランクの時には，

$$f = V\Lambda^{-1}\tilde{U}p = C^{-1}p \quad (9)$$

C がランク落ちしている時には，

この時には最小二乗解が一意とは限らないので，濃

$$f = V\Lambda^{+}\tilde{U}p = C^{+}p \quad (10)$$

度値ノルム f が最小のものを選んでおり，従って f は最小二乗最小ノルム解と呼ばれる．ここで Λ^{+} は， Λ の転置行列の対角要素を逆数に置き替えたものである． Λ^{+} は， Λ の転置行列の対角要素を逆数に置き替え，さらにランク落ちの起こった対角要素を 0 にしたものである．

これらの一般逆行列 C^{-1} や C^{+} は，定数行列なので，予め計算し記憶して置くことができる．従って， $N \times M$ 定数行列に M 次元投影値ベクトル p を掛けるだけで，再構成の誤差が最小な濃度値ベクトル f を求めることができる．なお， C^{-1} や C^{+} の行列要素には，零や零に近い値が多く含まれるので，行列掛算を積和形式に直すと，更に高速化できる．

以下に，画像再構成の手順をまとめて示す．

- () 標本化方法と投影方法が決まれば，ウェーブレット標本化関数を用いて標本化投影モデル行列 C を作成する．
- () 行列 C を特異値分解して，一般逆行列の C^{-1} や C^{+} を算出する．行列掛算を積和形式に直して零を省略する．
- () 投影値が計測された時に，積和計算して再構成する．こうして，画像再構成できることが明らかになった．

2.3 ウェーブレット画像再構成の実験

上記の画像再構成アルゴリズムを検証するために，計算機によるシミュレーション実験を行った．図 4(a) に示す 128×128 サイズの画像を原画像とする．投影方向として等角度に 11 方向を選び，投影データを作成した．商用 CT では FBP 原理が使用されており，図 4(b) には，その基本である Shepp-Logan フィルタの再構成アルゴリズムで計算された画像を示す．通常は投影方向が 400～1000 で使用されるが，11 に減らすと，このように劣化する．次に，標本化関数の違いとして，Shannon 関数を用いて再構成した画像を図 5(a) に，ウェーブレット関数を用いて再構成

した画像を図 5(b) に示した．図 6 は，標本化関数の影響領域のサイズを変えながら，原画像に対する再構成画像の正規化誤差分散を計算したものである．Shannon 関数では，再構成の誤差を小さくするためには，影響領域を大幅に広げねばならないことが分かる．一方，ウェーブレット関数では，狭い領域でも誤差が急に小さくなることが分かり，局所的な再構成の可能性を示唆している．再構成された画像は，どちらも図 4(b) より良いが，あまり良い画像ではない．これは，未知数である画素値の数が多すぎて，特異値分解の限界を越えたことに起因しており，ランク落ちが多くなったためである．



(a) Original image (b) Reconstruction image by FBP principle

図 4 原画像と FBP 原理による再構成画像

Fig.4 Original image(128×128) and reconstruction image(128×128) by FBP principle



(a) Image using Shannon sampling function (b) Image using wavelet sampling function

図 5 Sinc 標本化関数とウェーブレット標本化関数による再構成画像

Fig.5 Reconstruction image(128×128) using sampling function

3. ウェーブレットによる局所画像再構成

前章のウェーブレット標本化モデルでは，影響領域が局在化することから，局所的な再構成の可能性

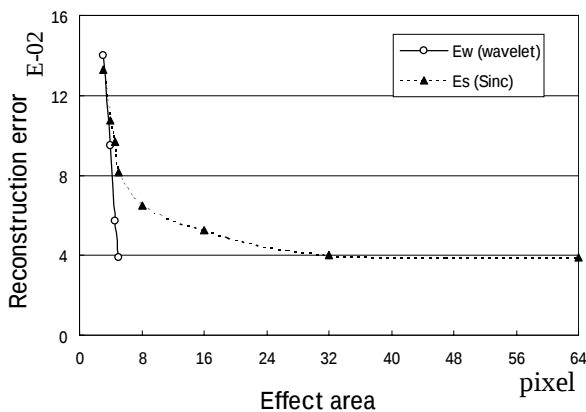


図6 ウェーブレット標本化関数と Sinc 標本化関数の各々による影響領域サイズと再構成の誤差

Fig.6 Relationship between reconstruction error and effect area size

E_w - reconstruction errors with $W(x)$

E_s - reconstruction errors with $S(x)$

を示唆していた．そこで本章では，画像の各画素での再構成計算が一樣構造になる方法と，多重ウェーブレットモデルを導入することにより，特異値分解によって局所的に画素値を再構成する超並列計算構造を導き出して，実験的に局所的な再構成が可能であることを究める．

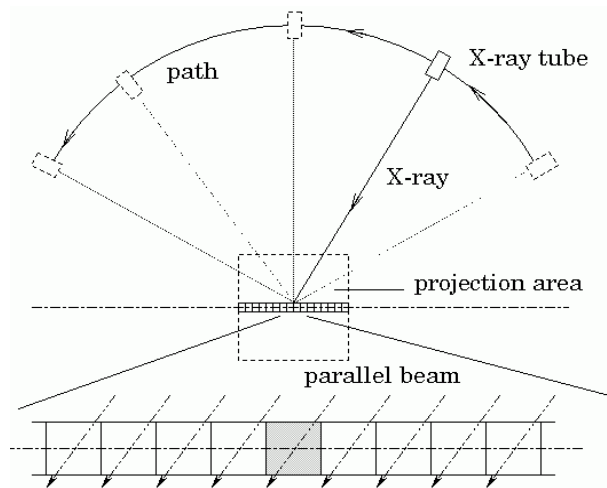


図7 円弧スキャンによる X 線投影の位置関係

Fig.7 Geometry of X-ray projection using a circular arc scanner

3.1 一樣透過性をもつ 2 次元投影スキャン方式

図7に示すように，X線源を円弧状に移動させながら，平行ビームを対象物体に照射し，固定のライ

ンセンサーで投影データを計測する投影スキャン方式を提案する．

このような“円弧スキャン方式”を用いる場合には，次に述べるように一樣透過性の性質が保持されることになる．X線源からラインセンサーの各素子へ向かう平行ビームについて，各ビームの透過状態を考える．画素のサイズを，ラインセンサーの素子間隔とする．このような画素モデルを考えると，ラインセンサーに平行な画像の水平な層では，各画素において，その画素領域を透過するビームは必ず1本となる．各水平層毎に，どの画素においても，この一樣透過の性質が保持されている．

投影の方向が変わっても，一樣透過の性質は保持される．複数の方向から順に透過する場合には，画素領域に入射した全てのビームに関わる透過状態を考えると，画像の各水平層毎に，各画素領域において，全く同じ透過状態になっていることが分かる．そこで以下ではこの性質を“層毎の一樣透過性”と呼ぶ．

3.2 VLSI 向きの一樣な計算構造

2.2で述べたように，画像再構成における画素値の計算方法は，その画素を中心とした再構成の影響領域を透過するビームに関して，ビームの投影値とそのビームに関する再構成係数(定数)の積和演算を行うものである．

従って，一樣透過性が保持されているならば，各層では，どの画素においても，各ビームに関する透過状態が同じなので，対応する各ビームに関する再構成係数値も同じになるはずである．つまり，各層毎にどの画素においても，一連の各ビームに関する再構成係数値の並びが，同じになるということである．従って一組の再構成係数値の並びだけで，その層の全画素値が計算できることになる．計算構造が簡潔な一樣構造になることが分かった．

画像全体についても，層毎に計算構造が同じなので，層毎に再構成係数値並びを供給すれば良いことが分かる．この計算構造の基本単位は，積和演算である．従って，並列処理やパイプライン処理による構成が容易である．また画素値を計算する時に使用するビーム値についても，大部分の再構成影響領域が重なっているのので，共有することができ，計測したビーム値情報を，何度も効果的に使用できる計算構造になっていることが分かる．

このように，一樣透過性を保持する投影スキャン方式では，再構成の計算構造が一樣な繰返し構造になるので，VLSIにより超並列計算構造を実現することが比較的容易であるという特色を持つことが明ら

かになった。

3.3 ウェーブレット局所画像再構成の方法

以上のことから，円弧スキャン方式の下では，層毎に一樣透過性を持つことが分かった．またウェーブレット標本化関数の下では，画素値が影響する範囲を局在化できることが分かった．また特異値分解の下では，取扱うビームの数や画素の数が多すぎると，うまく解けず良い画像が得られないことも分かった．

このような背景から，1つの画素に注目してその局所領域で特異値分解を行う“局所再構成”の概念を提案する．それは，1つの画素に注目して，その画素値に影響を及ぼす範囲として局所領域を設定し，その局所領域を透過するビームに関して2.2で述べた方程式を立てて，特異値分解を行ってその画素値を計算するという考え方である．この局所再構成の概念に基づいて，予め各層において再構成影響係数値並びを算出してそれらを記憶しておけば，投影ビーム値を計測した時点で，即時にそれらの積和演算で全画素値を再構成計算できることになる．

尚，各層での再構成影響係数値並びを算出するために特異値分解を行う注目する画素としては，画像の中心線上に位置する画素を想定する．これらの画素について，上述の局所領域を設定して特異値分解を行う．特異値分解の回数は層の数となる．

この局所再構成の実現性について，具体的に検討する．

まず，局所再構成で使用するビームの数について検討してみる．図3より影響する範囲は両側に4程度なので，局所領域としては，中心画素を含めて9画素領域でよい．投影方向は，一例として，ラインセンサーに垂直な軸を中心とし両側に等角度間隔で5方向とすると，全体で11方向となる．投影方法として，前述の円弧スキャン方式を設定すると，1つの画素の局所領域では，11方向から9本のビームが入射するので，99本のビーム透過状態が想定される．つまり特異値分解で使用するビームの数は，たった99本でよいことが分かった．このように局所領域の概念は，扱うビームの数を大幅に削減でき，従って，積和演算による再構成時間を大幅に短縮できるので，大変効果的であることが明らかになった．

次に局所再構成で使用する画素の数について検討する．画像サイズが大きくなると，未知数である画素値の数が増大して，特異値分解でうまく解くことが難しくなる．従って新たな課題として，一般に画素の数が多いため，未知数の数が増大しないように

する工夫が必要になる．

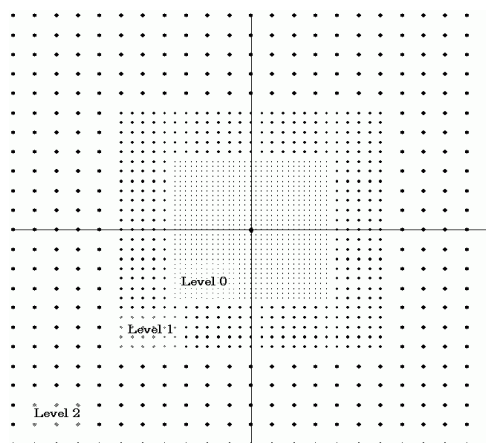


図8 ウェーブレット標本点とX線ビームの位置関係
Fig.8 Geometry of X-ray beams and wavelet sampling points

そこで，筆者らは，多重ウェーブレットモデルと呼ぶ概念を導入し究める．これは，ウェーブレットモデルを近似的な多重ウェーブレットモデルで置き換えることによって未知数の数を増大しないようにし，特異値分解でうまく解けるようにするという考え方である．

ウェーブレットでは，レベルによりウェーブレットのサイズを相似的に拡大できるという特色を持っている．また，そのウェーブレットの位置も任意に移動できる．このレベル j による拡大と，位置移動の性質を用いて，対象画素を中心とする周囲の近くの画素には，サイズが一番小さいレベル 0 のウェーブレットを割当て配置する．段階的に遠くなるにつれサイズの大きなウェーブレットを割当て配置する．割当て配置の一例として，図8にその様子を示した．図では中心からレベル j が，段階的に 0, 1, 2, 3,

と変化しており，ウェーブレットのサイズが 1 倍，2 倍，4 倍，8 倍，と大きくなっている．このようにサイズが異なるウェーブレットを割当て配置する方法を採ると，注目する画素の周囲では正確にモデル表現することができ，しかも，未知数である画素値の数を大幅に削減することができる．この方法は，多数のサイズが異なるウェーブレットを割当て配置するので，“多重ウェーブレットモデル”と呼ぶ．

3.4 ウェーブレット局所画像再構成の実験

図7の円弧スキャン方式により，画像再構成のシミュレーション実験を行った．投影方向として前述

の 11 方向を選び，図 4 (a)の原画像(128 × 128)から投影データを作成した．図 9 (a)は，レベル 0 のウェーブレットモデル

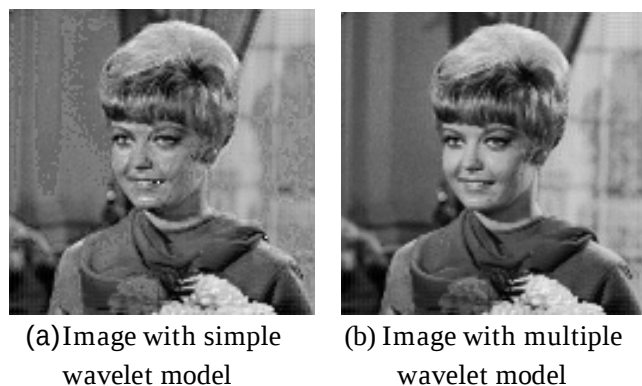


図 9 ウェーブレットモデルと多重ウェーブレットモデルによる局所再構成の画像

Fig.9 Reconstruction images (128 × 128) by wavelet local reconstruction algorithm

を用いて，層毎に特異値分解を行い再構成影響係数値並びを算出して，局所再構成した画像である．比較的良い画像が得られている．図 9 (b)は，図 8 の多重ウェーブレットモデルを用いて，層毎に特異値分解を行い，局所再構成した画像である．誤差が更に少ない充分良い画像が得られた．このように良くなった理由は，図 9 (a)では，未知数が多すぎるので特異値分解でうまく解けなかったが，図 9 (b)では，未知数が大幅に減ったのでうまく解けたためである．再構成時間は，通常のワークステーション（HP 製 C-180）を使用して，いずれも 0.18 秒で極めて短かく大変高速であった．図 1 0は，サイズ 1024 × 1024 の大型画像について，多重ウェーブレットモデルを



図 1 0 ウェーブレット局所再構成による大型画像の再構成

Fig.10 Reconstruction result for big image (1024 × 1024) by the reconstruction algorithm with multiple wavelet model

用いて，局所再構成したものである．誤差も少なく，時間も 3.4 秒で高速であった．表 1 に，上記シミュレーション実験の再構成誤差と時間をまとめて示した．

シミュレーション実験結果の一部を紹介したが，多重ウェーブレットモデルによる局所再構成アルゴリズムは，極少数の投影方向データから，大変高速に，充分良い画像を再構成できることが分かった．

表 1 各再構成アルゴリズムによる誤差と時間

Table 1 Reconstruction errors and reconstruction times by each of the algorithms

再構成方法	[SVD 回数]	画像サイズ	ビーム本数	再構成誤差	再構成時間	再構成画像
FBP 原理	(Shepp-Logan)	128 × 128	3420	129.0E-02	0.49 秒	Fig.4b
Shannon 標本化関数	[1 回]	128 × 128	3360	153.9E-02	7.56 秒	Fig.5a
Wavelet 標本化関数	[1 回]	128 × 128	3360	160.4E-02	0.18 秒	Fig. 5b
Wavelet 標本化関数	[128 回]	128 × 128	3360	38.5E-02	0.18 秒	Fig.9a
多重 Wavelet 標本化関数	[128 回]	128 × 128	3360	4.5E-02	0.18 秒	Fig.9b
多重 Wavelet 標本化関数	[1024 回]	1024 × 1024	26320	10.3E-02	3.40 秒	Fig.10

再構成誤差：正規化誤差分散； 投影方向数：11， 角度：15°~165°

4. むすび

本論文では、従来に比べて極少数方向の投影データから良い画像を高速に再構成するLSI向きの画像再構成アルゴリズムを提案した。対象物体に対して多重ウェーブレット標本化モデルを設定し、X線投影ビームを一様に透過させる円弧スキャン方式を導入して、特異値分解による局所再構成の概念を導出し、その理論的な可能性を計算機シミュレーションにより明示した。

本画像再構成アルゴリズムの特色をまとめると、

- (1) 例えば、たった 11 方向の投影データからサイズが 1024×1024 の大型画像を、通常のワークステーションにより 3.4 秒で高速に再構成することができた。
- (2) 再構成画像としては、特異値分解により最小二乗最小ノルム解が得られるので良好である。遮断空間周波数よりも高い成分の急峻な変化を含む場合には、変化が均されて誤差二乗和が最小なモデル画像が再構成される。
- (3) 画像の各画素値を再構成する計算構造が一様になり、層毎にどの画素でも積和演算パラメータが同じになる。従って、画素毎に独立な超並列計算構造となり、繰返し構造の VLSI が開発可能であり、リアルタイムな画像再構成システムを手頃な価格で構成できる可能性がある。
- (4) X線の投影方向を極少数に制限できるので、ベルトコンベア上において、動いている電子部品内部を瞬時に画像再構成して非破壊検査が行える可能性がある。また加速器や原子炉のような装置上の制約から極少数方向の投影しか許されない場合にも、対応できる可能性がある。

今後の課題は、具体的検討を進めて投影スキャン装置を構成し再構成を確認して評価することである。

本アルゴリズムは、極少数方向投影から画像再構成が可能であり、手頃な価格で高速性が求められる分野でも対応できる可能性があり、不可視な対象物体をリアルタイムで画像化する簡易装置の実現可能性が期待される。

参考文献

- 1) 尾上守夫：“医用画像処理”，朝倉書店（1982）。
- 2) H.Hiriyannaiah：“X-ray Computed Tomography for Medical Imaging”，IEEE Signal Processing, Vol.114, No.2, pp.42-59 (1997)
- 3) 江尻正員：“画像処理産業応用総覧”，ジ・テクノシステム（1995）
- 4) 高木，鳥脇，田村：“画像処理アルゴリズムの最新動向”，O.plus.E, pp.2-32（1983）
- 5) 仁木，神原，高橋：“少数投影からの画像再構成法について”，信学論(D)，Vol.J68-D, No.2, pp.201-202(1985)。
- 6) 小林，山口：“数理計画法による少数投影からの断層像再構成”，信学論(D)，Vol.J68-D, No.12, pp.2056-2063（1985）。
- 7) 工藤，斎藤：“少数方向投影からのCT画像再構成”，信学論(D)，Vol.J71-D, No.7, pp.1335-1337（1988）。
- 8) 田山，孫，太田原：“3次元デジタル物体に対する投影画像からの再構成”，信学論(D)，Vol.J72-D-，No.7, pp.1095-1102（1989）。
- 9) 田山，楊：“緩やかな3次元濃度分布に対する投影からのパターン計測”，計測自動制御学会論文集，Vol.27, No.7, pp.741-748（1991）。
- 10) 田山，船岡：“緩やかな2次元濃度分布に対する特異値分解による可視化計測”，可視化情報学会誌，Vol.14, No.52, pp.21-27（1994）。
- 11) 田山：“緩やかな濃度分布に対する最小二乗法による非破壊検査”，非破壊検査，Vol.43, No.7, pp.435-443（1994）。
- 12) 田山，斎藤，氏家，渡邊：“3方向又は4方向投影からの加速器ビーム断面強度分布を高速に画像化する一手法と仕組”，画像電子学会誌，Vol.24, No.2, pp.145-152（1995）
- 13) 田山，加藤，大坊，長谷川，杜，栗田：“傾斜スキャンによるX線投影データ取込みと3次元画像再構成の実験”，画像電子学会誌，Vol.28, No.2, pp.152-160（1999）。
- 14) H.Du, N.Tayama, M.Daibo, T.Hasegawa and K.Seki：“A Computed Imaging System Using Wavelets Sampling Model”，Proc. MVA'98, pp.115-118（1998）。
- 15) H.Du, N.Tayama and T.Watanabe：“Image Reconstruction Method on Wavelets Sampling Model”，Proc. ICARV'98(Singapore), TP3.1, pp.1009-1012（1998）。
- 16) N.Tayama, H.Du, M.Daibo, H.Kurita, K.Seki et al.：“Development of Computed 3D Imaging System from a Few Projections”，Proc. IASTED SIP'99, pp.119-123（1999）。
- 17) 田山典男，他：FMR原理による産業用3次元CT装置の開発試験研究，通産省中小企業創造基盤技術研究プロジェクト研究果報告書，Vol.1,2,3, pp.1-864（1997-1999）。
- 18) I.Daubechies，“The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis”，IEEE Trans. Inf. Theory, vol.38, pp.961-1005（1990）
- 19) Y.Meyer：“Wavelets: Algorithms and Applications”，SIAM, Philadelphia（1993）。
- 20) G.G.Walter，“A sampling theorem for wavelet subspaces”，IEEE Trans. Inf. Theory vol.38, pp.881-884（1992）。
- 21) A.Albert：“Regression and the Moore-Penrose Pseudo Inverse”，Academic Press, New York（1972）。