計測自動制御学会東北支部　第195回研究集会(2001.6.22)
資料番号　195-5

並列外乱オブザーバを用いたパラメータ同定

Parameter Identification of the System with Coulomb Friction using the Parallel Disturbance Observer

○村山　和裕
○Kazuhiro　MURAYAMA

八戸工業高等専門学校
Hachinohe National College of Technology

キーワード：同定(Identification), 外乱オブザーバ(Disturbance Observer), クーロン摩擦(Coulomb Friction),

連絡先：〒039-1192　青森県八戸市田面木字上野平16-1　八戸工業高等専門学校　機械工学科
Tel：0178-27-7270, Fax：0178-27-7275, E-mail：murayama-m@hachinohe-ct.ac.jp

1. はじめに

外乱オブザーバ(1)を用いた外乱補償法は産業界でも広く用いられつつあるが，非線形摩擦の影響が大きい場合，速度反転時に急変する摩擦の推定の遅れが，制御偏差に顕著に表れてしまうという問題点があった．このため，外乱オブザーバに推定遅れ補償器を併設したり(2)，外乱オブザーバに速度符号関数を内在させてクーロン摩擦オブザーバ化する(3)などの対策が検討されてきた．これらはいずれも，制御則をさほど複雑化することなく推定遅れの解消を図ったものであるが，バンバン制御のようにあらかじめ補償量の設定をする必要がないことを特徴としている．しかし，これらの方法では，摩擦以外の外乱が併せて作用する場合に補償量の過不足を生じてしまう．

そこで筆者らは，マシニングセンタのz軸など摩擦の他に定常外乱が作用する系にも対応した補償法として，並列外乱オブザーバを用いた非線形摩擦補償法を提案してきた(4)．提案の補償法は，外乱オブザーバの基本形と速度符号関数内在形とを並列に配置したもので，その出力がやがて定常外乱とクーロン摩擦に収束していく構造となっている．収束後は，推定値を用いて補償することにより，反転時の制御偏差を大幅に抑制することが可能となる．

ただし，提案の並列形に限らず，以上述べてきた外乱オブザーバをベースとした非線形摩擦補償法は，いずれも慣性項が正確に同定されていなければ有効に機能しない．これは，慣性項のノミナル値が実際と異なっている場合に，外乱オブザーバがモデル化誤差の影響を補償すべく動作してしまうため，その出力がクーロン摩擦に一致しなくなることに起因する．

しかし，クーロン摩擦の影響が顕著に表れる系では，その非線形性ゆえに，最小二乗法をそのまま適用しても良い結果が得られないため，パラメータの同定には工夫を要する．このため，これまでに様々な同定法が提案されてきたが，それらの多くが，同定のために多くの試行回数が必要であること，複雑な計算が多いこと，安定性に欠けることなどの問題点を有していることが指摘されている(5)．また，その他にも，同定精度や同定信号の制約などの面で改善の余地を残している．

そこで本報告では，並列外乱オブザーバを用いた同定法を提案する．提案の方法は，摩擦の他に定常外乱が作用する系を対象にしたもので，並列外乱オブザーバと逐次最小二乗法を併用していることを特徴としている．

本報告では，提案の同定法の原理について述べるとともに，実験によりその有効性を検証した結果について報告する．

2. 解析モデル

本報告で扱う直流モータをアクチュエータとしたサーボ系の運動方程式は次式で表される．

$$J\dot{\omega} = K_t I - T_{dis} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(1)}$$

ここで，J は慣性モーメント，ω は角速度，K_t はモータのトルク定数，I はモータ電流，T_{dis} は外乱トルクである．外乱トルク T_{dis} を電流次元に換算し，これを I_{dis} で表すことにすれば，

$$J\dot{\omega} = K_t\left(I - I_{dis}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(2)}$$

となる．また，本報告では，電流次元外乱 I_{dis} を，非線形摩擦，粘性抵抗及び定常外乱の 3 つに分けて考える．角速度 $\omega \neq 0$ のときは，クーロン摩擦を考慮して，

$$I_{dis} = I_c \cdot sign(\omega) + D\omega + I_{disos} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(3)}$$

ここで，I_c はクーロン摩擦の大きさ，D は粘性抵抗係数，I_{disos} は定常外乱，定常符号関数 $sign(x)$ は次式に従う．

$$\left.\begin{array}{ll} sign(x) = 1 & (x > 0) \\ sign(x) = 0 & (x = 0) \\ sign(x) = -1 & (x < 0) \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(4)}$$

一方，角速度 $\omega = 0$ の静止時は，静摩擦の大きさの最大値を I_s とすれば，

$$\begin{array}{ll} I_{dis} = I & \left(I_s \geq \left|I - I_{disos}\right|\right) \\ I_{dis} = I_s \cdot sign\left(I - I_{disos}\right) + I_{disos} & \left(I_s < \left|I - I_{disos}\right|\right) \end{array}$$

3. 並列外乱オブザーバ

3·1 構造　図 1 に，並列外乱オブザーバ[4]のブロック図を示す．外乱オブザーバの基本形[1]と速度符号関数内在形[3]とを並列に配置し，それぞれのオブザーバの出力 $\hat{I}_{dis1}$，$\hat{I}_{dis2}$ を電流指令値 I^{ref} に加算することにより外乱の補償を行う構造になっている．ただし，各々のオブザーバの外乱推定には，他方のオブザーバの出力を直接的には用いていない．すなわち，

$$\hat{I}_{dis1} = \frac{1}{1+\tau_1 s}\left(I^{ref} + \hat{I}_{dis1} - \frac{J_n}{K_{tn}}s\omega\right) \cdots\cdots\cdots \text{(6)}$$

$$\hat{I}_{dis2} = sign\left(\omega^*\right)\left\{\frac{1}{1+\tau_2 s}\right.$$
$$\left.\times\left[sign\left(\omega^*\right)\cdot\left(I^{ref} + \hat{I}_{dis2} - \frac{J_n}{K_{tn}}s\omega\right)\right]\right\} \quad \text{(7)}$$

ここで，τ_1，τ_2 はオブザーバの時定数であり，添え字 n はノミナル値を表す．また，$sign\left(\omega^*\right)$

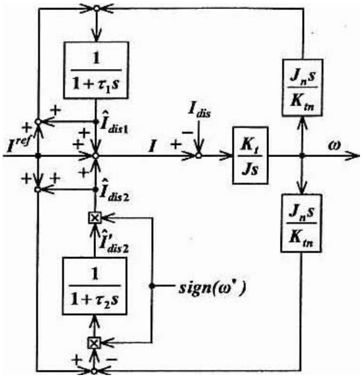

図 1　並列外乱オブザーバのブロック図

は式(3)中の $sign(\omega)$ に対応したものなので，本来 ω^* を ω とすべきであるが，そうすると，始動時など $\omega = 0$ の状態で外乱が推定されなくなってしまう．このため，角速度目標値 $\omega^{cmd} \neq 0$ のときは $\omega^* = \omega^{cmd}$ とし，$\omega^{cmd} = 0$ のときは，$\omega^{cmd} = 0$ となる直前の ω^{cmd} を ω^* に用いる．

ところで，外乱オブザーバは，ノミナルモデルに追従するように，モデル化誤差の影響を補償する分までを外乱に含めて推定する．いま，慣性比 β を，

で定義すれば，外乱オブザーバの基本形の出力を表す

$$\hat{I}_{dis} = \frac{1}{1+\tau s}\left(I^{ref} + \hat{I}_{dis} - \frac{J_n}{K_{tn}}s\omega\right) \cdots\cdots\cdots \text{(9)}$$

に式(2)を代入することにより，

$$\hat{I}_{dis} = \frac{1}{1+\tau s}\left[(\beta - 1)\frac{J_n}{K_{tn}}s\omega + I_{dis}\right] \cdots\cdots\cdots \text{(10)}$$

従って，このモデル化誤差分まで含めた外乱 I_{disn} は，

$$I_{disn} = (\beta - 1)\frac{J_n}{K_{tn}}s\omega + I_{dis} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(11)}$$

ここで，式(6)，(7)に式(2)を代入すれば，この I_{disn} を用いて，

$$\hat{I}_{dis1} = \frac{1}{1+\tau_1 s}\left(I_{disn} - \hat{I}_{dis2}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(12)}$$

$$\hat{I}_{dis2} = sign\left(\omega^*\right)\left\{\frac{1}{1+\tau_2 s}\left[sign\left(\omega^*\right)\cdot\left(I_{disn} - \hat{I}_{dis1}\right)\right]\right\}$$
$$\cdots \text{(13)}$$

この両式から，各々のオブザーバは，他方のオブザーバで補償しきれていない分を外乱と

見なし，これを推定して補償するようになっていることがわかる．

また，速度符号が一定の区間内という条件のもとに式(6)，(7)を連立させれば，

$$I_{dis1}+I_{dis2}=\frac{1}{1+\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2}s}\left(I^{ref}+\hat{I}_{dis1}+\hat{I}_{dis2}-\frac{J_n}{K_{tn}}s\omega\right) \cdots (14)$$

従って，速度符号一定区間内での外乱補償動特性は，式(9)の外乱オブザーバの基本形において，

$$\tau=\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2}$$

とした場合と等価となる．

本報告ではこれ以降，2 つのオブザーバの時定数 τ_1，τ_2 を等しいものとして解析を進めていくが，この場合，この式で定義された τ を用いて，

$$\tau_1=\tau_2=2\tau \cdots (16)$$

3・2 収束特性　並列形の収束特性について解析を行う．まず，速度符号が一定の区間内で，式(13)は，

$$\hat{I}_{dis2}=\frac{1}{1+\tau_2 s}\left(I_{disn}-\hat{I}_{dis1}\right) \cdots (17)$$

となるので，式(12)とこの式を変形した上で，式(16)を代入することにより，

$$2\tau s\hat{I}_{dis1}=2\tau s\hat{I}_{dis2}=I_{disn}-\hat{I}_{dis1}-\hat{I}_{dis2} \cdots (18)$$

次に，簡単のため，以下のように仮定する．

(a) クーロン摩擦の大きさ I_c と静摩擦の大きさの最大値 I_s は等しい．

(b) モデル化誤差分まで含めた外乱 I_{disn} のうち，クーロン摩擦以外の成分の変化速度は，オブザーバの推定速度に比べて十分遅い．また，目標速度反転間隔は，オブザーバの時定数に比べて十分長い．

(c) 目標速度の符号の切り替えは瞬時に行われる．また，切り替えの前後で目標加速度は連続する．

(d) 速度符号が一定の区間内では，目標値に良好に追従する．

ここで，始動後 k 回目の目標速度の反転時刻の直前と直後の状態をそれぞれ k_-，k_+ と表すことにすれば，仮定より以下の式が成立する．

$$I_{disn}(k_-)=\hat{I}_{dis1}(k_-)+\hat{I}_{dis2}(k_-) \cdots (19)$$

$$\dot{\omega}^{cmd}(k_+)=\dot{\omega}^{cmd}(k_-) \cdots (20)$$

$$\omega^{cmd}(k_-)=\omega(k_-) \cdots (21)$$

また，目標速度反転前後の外乱 I_{disn} は，速度微小のため粘性抵抗が無視できるので，

$$I_{disn}(k_-)=(\beta-1)\frac{J_n}{K_{tn}}\dot{\omega}(k_-)+I_c\cdot sign\left[\omega^{cmd}(k_-)\right]+I_{disos}$$

$$I_{disn}(k_+)=(\beta-1)\frac{J_n}{K_{tn}}\dot{\omega}(k_-)+I_c\cdot sign\left[\omega^{cmd}(k_+)\right]+I_{disos}$$

ここで，反転時に零速度期間を伴う場合，反転直後の外乱 $I_{disn}(k_+)$ は，式(11)中の I_{dis} に式(5)を代入する形で表されねばならない．しかしここでは，$I_{disn}(k_+)$ を反転直前の加速度を維持するのに必要となる補償量と位置づけて以下の議論を進めるため，第 2 式のように表す．第 2 式で $\dot{\omega}(k_+)$ のかわりに $\dot{\omega}(k_-)$ を用いているのも同様の主旨からである．

さて，並列形では，

$$\hat{I}_{dis1}(k_+)=\hat{I}_{dis1}(k_-),\quad \hat{I}_{dis2}(k_+)=-\hat{I}_{dis2}(k_-) \cdots (23)$$

となるので，反転直後の外乱補償誤差 $\varepsilon(k_+)$ は，

$$\varepsilon(k_+)=I_{disn}(k_+)-\hat{I}_{dis1}(k_+)-\hat{I}_{dis2}(k_+)=2\hat{I}_{dis2}(k_-)+2I_c\cdot sign\left[\omega^{cmd}(k_+)\right] \cdots (24)$$

さらに，k 回目の目標速度反転直後からの外乱及びその推定値の変化分をそれぞれ ΔI_{disn}，$\Delta\hat{I}_{dis1}$，$\Delta\hat{I}_{dis2}$ とすれば，

$$\begin{aligned}I_{disn}&=I_{disn}(k_+)+\Delta I_{disn}\\ \hat{I}_{dis1}&=\hat{I}_{dis1}(k_+)+\Delta\hat{I}_{dis1}\\ \hat{I}_{dis2}&=\hat{I}_{dis2}(k_+)+\Delta\hat{I}_{dis2}\end{aligned} \cdots (25)$$

以上の関係式に基づいて式(18)を解くと，

$$\Delta\hat{I}_{dis1}=\Delta\hat{I}_{dis2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+\tau s}\left[\varepsilon(k_+)+\Delta I_{disn}\right] \cdots (26)$$

ここで，$\hat{I}_{dis2}$ の大きさを $\hat{I}'_{dis2}$ と表すことにすれば，

$$\hat{I}_{dis2}(k+1_-)=sign\left[\omega^{cmd}(k+1_-)\right]\cdot\hat{I}'_{dis2}(k+1_-) \cdots (27)$$

これに，式(24)～(26)を代入して整理すれば，の漸化式が得られる．

$$\hat{I}'_{dis2}(k+1_-)=I_c+\frac{1}{2}\Delta I_{disn}(k)\cdot sign\left[\omega^{cmd}(k_+)\right] \cdots (28)$$

ここで，

$$\Delta I_{disn}(k)=I_{disn}(k+1_-)-I_{disn}(k_+)=(\beta-1)\frac{J_n}{K_{tn}}\left[\dot{\omega}(k+1_-)-\dot{\omega}(k_-)\right] \cdots (29)$$

であり，2 つのオブザーバの初期出力を 0 とすれば，1 回目の反転直前の値 $\hat{I}'_{dis2}(1_-)$ は，

$$\hat{I}'_{dis2}(1_-)=\frac{1}{2}I_c+\frac{1}{2}\left[I_{disos}+\Delta I_{diso}(0)\right]\times sign\left[\omega^{cmd}(1_-)\right] \cdots (30)$$

従って，$k\geq 2$ の範囲で，

$$\hat{I}'_{dis2}(k_-)=I_c+\frac{\beta-1}{2}\cdot\frac{J_n}{K_{tn}}\left[\dot{\omega}(k_-)-\dot{\omega}(k-1_-)\right]$$
$$\times sign\left[\omega^{cmd}(k_-)\right] \cdots (31)$$

また，これ式を，式(19)，(22)，(24)に代入すれば，

$$\hat{I}_{dis1}(k_-)=I_{disos}+\frac{\beta-1}{2}\cdot\frac{J_n}{K_{tn}}\left[\dot{\omega}(k_-)+\dot{\omega}(k-1_-)\right] \quad (32)$$

$$\varepsilon(k_+)=(\beta-1)\frac{J_n}{K_{tn}}\left[\dot{\omega}(k_-)-\dot{\omega}(k-1_-)\right] \cdots\cdots \quad (33)$$

以上より，モデル化誤差がない場合($\beta=1$)，始動後 2 回目の反転直前には $\hat{I}_{dis1}$ は I_{disos} に，$\hat{I}'_{dis2}$ は I_c にそれぞれ収束するので，2 回目の反転以降，反転直後の外乱補償誤差 $\varepsilon(_+)$ は 0 となることがわかる．しかし，モデル化誤差を伴う場合は，反転の直前において，$\hat{I}'_{dis2}$ は I_c に一致しなくなる．このため，速度反転時の補償に過不足を生じてしまう．

4. 並列外乱オブザーバを用いた同定法

4･1 逐次最小二乗法　本報告では，同定に逐次最小二乗法を用いる．同定モデルが，ノイズ w を用いて，

$$y(N)=\boldsymbol{\theta}^T z(N)+w(N) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (34)$$

で表される場合，逐次最小二乗法のアルゴリズムは，

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(N)=\hat{\boldsymbol{\theta}}(N-1)+\boldsymbol{P}(N)z(N)\left[y(N)-z(N)^T\hat{\boldsymbol{\theta}}(N-1)\right] \cdots \quad (35)$$

$$\boldsymbol{P}(N)=\boldsymbol{P}(N-1)-\frac{\boldsymbol{P}(N-1)z(N)z(N)^T\boldsymbol{P}(N-1)}{1+z(N)^T\boldsymbol{P}(N-1)z(N)} \quad (36)$$

$$\boldsymbol{P}(0)=\gamma\boldsymbol{I} \quad (\gamma>0) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (37)$$

4･2 同定原理及び方法　k 回目の目標速度反転直後からの外乱の変化分である ΔI_{disn} は，

$$\Delta I_{disn}=(\beta-1)\frac{J_n}{K_{tn}}\left[\dot{\omega}-\dot{\omega}(k_-)\right]+D\omega \cdots\cdots \quad (38)$$

で表されるから，この式と式(33)を式(26)に代入すれば，

$$2\Delta I_{dis1} \qquad \left\{(\beta-1)\frac{J_n}{K_{tn}}\left[\dot{\omega}-\dot{\omega}(k-1_-)\right]+D\omega\right\} \cdots\cdots \quad (39)$$

従って，

$$y(N)=2\Delta\hat{I}_{dis1}(N)=2\left[\hat{I}_{dis1}(N)-\hat{I}_{dis1}(k_+)\right]$$
$$\hat{\theta}(N)=\left[\hat{\beta}(N)-1 \quad \hat{D}(N)\right]^T, \quad \hat{\theta}(0)=\left[0 \quad 0\right]^T$$
$$z(N)=\frac{1}{1+\tau s}\left[\frac{J_n}{K_{tn}}\left[\dot{\omega}(N)-\dot{\omega}(k-1_-)\right] \quad \omega(N)\right]^T \cdots\cdots \quad (40)$$

として逐次最小二乗法を適用すれば，クーロン摩擦 I_c や定常外乱 I_{disos} の影響を排除して，慣性比 β 及び粘性抵抗係数 D の同定を行うことが可能となる．

ただし，式(38)は始動後 2 回目の速度反転までは成立しないので，同定は 2 回目の反転直後に開始する．従って，同定信号となる目標速度軌道は，少なくとも 2 回の速度反転を伴うものでなければならない．さらに，**3･2** の仮定も満たす必要があるので，実用的には，オブザーバの時定数に比べて十分長い周期を持った正弦波状，あるいは台形状の目標速度軌道を採用することが簡便である．

なお，式(40)には反転直前の加速度の瞬時値である $\dot{\omega}(k-1_-)$ が含まれているため，このままではノイズの影響が顕著に表れてしまう．そこで，式(40)中の $\dot{\omega}(k-1_-)$ のかわりに $\dot{\omega}^{cmd}(k-1_-)$ を用いている．これは，先に述べたような目標軌道を用いれば，反転直前に角加速度目標値 $\dot{\omega}^{cmd}$ が急変することがないので，

$$\dot{\omega}(k-1_-)\cong\dot{\omega}^{cmd}(k-1_-) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (41)$$

が成立することに基づくものである．

5. 実験

5･1 実験装置及び方法　図 2 に実験装置の概略図を示す．駆動用及び外乱発生用の 2 つの直流モータは，ねじり方向の剛性が十分大きい軸継手を介して締結されており，その回転は，タコジェネレータ及びロータリエンコーダにより検出される．

実験では，駆動用モータに速度目標値 ω^{cmd} として振幅 $\pm 24\pi$ rad/s，周波数 1Hz の正弦波状の軌道を与えるとともに，外乱発生用モータにより 0.3A の定常外乱を作用させた．

なお，コントローラには，電流指令値 I^{ref} が次式で表される加速度のフィードフォワード補償つき PI 速度コントローラを用いた．

$$I^{ref}=\frac{J_n}{K_{tn}}\left\{s\omega^{cmd}+\left(K_P+\frac{K_I}{s}\right)\left(\omega^{cmd}-\omega\right)\right\} \cdots (43)$$

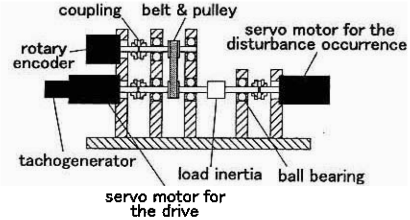

図 2　実験装置

ここで，K_Pは比例ゲイン，K_Iは積分ゲインである．また，並列外乱オブザーバの時定数は$\tau_1=\tau_2=2\tau=7.96$ms とし，以上の制御則をサンプリングタイム1ms で離散化した．同定のサンプリング周期も同様に1ms とした．

5·2 実験結果　本実験装置のパラメータの真値（図面値）は，$J=5.23\times10^{-5}$ kgm^2，$K_t=5.34\times10^{-2}$ Nm/A であるが，$\beta=5$となるように，$J_n=J/5$，$K_{tn}=K_t$とした．この場合の応答を図 3 に示す．オブザーバがモデル化誤差の影響まで補償しようと動作してしまうため，2 回目の反転以降も，反転直前の時点で$\hat{I}_{dis2}$がクーロン摩擦I_cと大きく異なっている．このため，反転直後の補償量の不足から制御偏差$e(=\omega^{cmd}-\omega)$が大きくなっている．

図 4 は，図 3 と同一の条件において，4 章で述べた方法で同定を行った結果の一例である．表 1 は，計 5 回行った同定実験の結果をまとめたものだが，慣性比の推定値$\hat{\beta}$は，慣性比βの真値に対して±1 %程度以内に収束しており，良好な推定が行われていることがわかる．

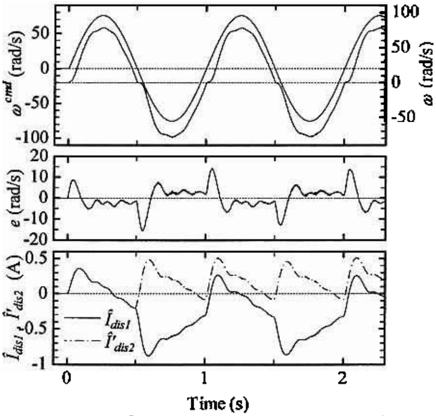

図 3　モデル化誤差がある場合の応答（$\beta=5$）

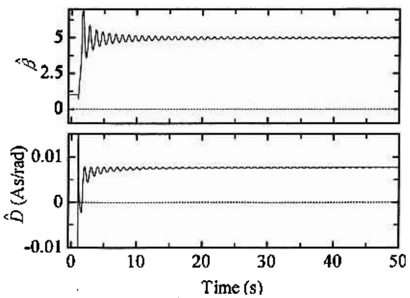

図 4　同定の様子（$\beta=5$）

表 1　同定実験の結果

	$\hat{\beta}$	$\hat{D}$ As/rad
1 回目	4.97	0.00769
2 回目	5.04	0.00804
3 回目	5.02	0.00796
4 回目	5.04	0.00792
5 回目	4.96	0.00765
平均値	5.01	0.00785
真値	5.00	———

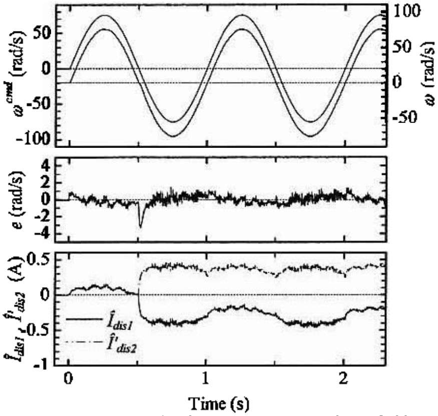

図 5　慣性比の推定値を用いた場合の応答

図 5 は，同定実験で得られた慣性比の推定値$\hat{\beta}$の平均値を用いた場合の応答である．2 回目の反転直前には，オブザーバ出力$\hat{I}_{dis1}$及び$\hat{I}_{dis2}$が，定常外乱I_{disos}とクーロン摩擦I_cにほぼ一致している．このため，2 回目の反転以降，制御偏差がほとんど見られなくなっており，摩擦補償が有効に行われていることがわかる．

6. おわりに

本報告では，並列外乱オブザーバと最小二乗法を併用した慣性項の同定法を提案するとともに，実験によりその有効性を明らかにした．ただし，運転条件が推定値の収束に及ぼす影響については未検討であり，今後の課題としたい．また，これまでに提案されてきた同定法との計算量や精度上の比較についても，

今後検討を進めていきたい.

最後に，実験装置の製作にご協力いただいた八戸高専実習工場技術専門職員佐々木康夫氏，同機械工学科卒業生(現長岡技術科学大学)坂下明子さんに深謝の意を表します.

文　献

(1) 大西，外乱オブザーバによるロバスト・モーションコントロール，日本ロボット学会誌，11-4(1993)，486-493.

(2) 粟屋・加藤・三宅・伊藤，外乱オブザーバを利用した非線形摩擦のトルクバイアス補償法，機論，C，57-534(1991)，371-376.

(3) 岩崎・鬼頭・松井，外乱オブザーバによる電動サーボ系の非線形摩擦補償，電気学会論文誌，D，117-4(1997)，456-462.

(4) 村山・坂下，並列外乱オブザーバを用いた非線形摩擦補償，八戸高専紀要，35(2000)，19-25.

(5) 鶴田・二見・中村・村上，粘性摩擦，クーロン摩擦および一定外乱トルクの影響を排除したイナーシャ同定方式，精密工学会誌，66-10(2000)，1564-1567.