

ニューラルネットワークを使った制御系の設計

Controler Designing with Neural Network

○木原直人*, 大久保重紀**, 及川一美†, 高橋達也‡

○Naoto Kihara*, Sigenori Okubo**, Kazuyosi Oikawa†, Tatuya Takahashi ‡

山形大学

Yamagata University

キーワード： バックプロパゲーション (Back propagation), ニューラルネットワーク (Neural network),
非線形系 (Nonlinear system),

連絡先： 〒992 山形県米沢市城南4-3-16 山形大学 理工学研究科 機械システム工学専攻 大久保研究室
木原直人, Tel.: (0238)22-2342

1. 緒論

非線形である制御対象に対し、バックプロパゲーションによるニューラルネットワークをオンラインで適応的に学習させることを考える。評価関数を状態変数の2次形式で与えこれを最小にするように教師信号なしで学習を行う。さらにアルゴリズムを連続時間に変換し、その有効性を検証する。

図1のような非線形に対して3層ニューラルネットワークを使い、系を安定にする制御系を設計する。

ここで、重みと各層の入出力関係はつぎのように与えられる。

$$U(t) = W(t)x(t) + \theta(t) \quad (1)$$

$$H(t) = \text{diag}[f]U(t) \quad (2)$$

$$S(t) = V(t)H(t) + \gamma(t) \quad (3)$$

$$u(t) = \text{diag}[f]S(t) \quad (4)$$

2. NNの構成

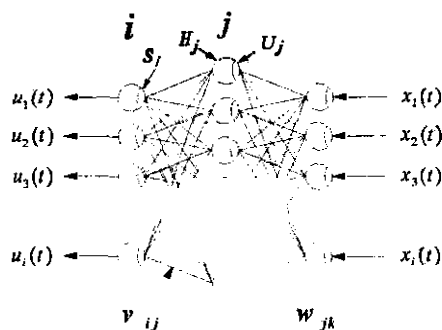


図1 NNの構造

ニューロンの入出力特性を、(5)式のようなシグモイド関数とする。また、その微分形は(6)式のようなになる。

$$f(x) = L \tanh\left(\frac{x}{u_o}\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{Lu_o} (L^2 - f(x)^2)$$

$u(t)$

図2 NNシステム構成

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) + d(t) \quad (7)$$

$h > 0$ を微小にとれば、(7)式は次のようになる。

$$x(t+h) = x(t) + \int_t^{t+h} \{F(x(\tau), u(\tau)) + d(\tau)\} d\tau \quad (8)$$

平均値の定理より、($0 < \theta_a < 1$)

$$x(t+h) = x(t) + hF(x(t+\theta_a h), u(t+\theta_a h)) + hd(t+\theta_a h) \quad (9)$$

評価関数を(10)式のようにおき、 $E(t)$ を最小にする制御則を求める。ただし、 $Q = Q^T > 0$ とする。

$$E(t+h) = \frac{1}{2} x^T(t+h) Q x(t+h) \quad (10)$$

各重み、オフセットの更新量は、最急降下法を用いて次のように表わせる。 $(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ は学習係数

$$\begin{aligned} \Delta W(t) &= W(t+h) - W(t) \\ &= -\alpha_1 \left(\frac{\partial E(t)}{\partial W(t)} \right) \\ &= -\alpha_1 \left(\frac{\partial E(t+h)}{\partial x(t+h)} \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial x^T(t+h)}{\partial u(t+\theta_a h)} \frac{\partial u^T(t+\theta_a h)}{\partial u(t)} \frac{\partial u^T(t)}{\partial S(t)} \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial S^T(t)}{\partial H(t)} \frac{\partial H^T(t)}{\partial U(t)} \frac{\partial U^T(t)}{\partial W(t)} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta V(t) &= -\alpha_2 \left(\frac{\partial E(t)}{\partial V(t)} \right) \\ &= -\alpha_2 \left(\frac{\partial E(t+h)}{\partial x(t+h)} \frac{\partial x^T(t+h)}{\partial u(t+\theta_a h)} \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial u^T(t+\theta_a h)}{\partial u(t)} \frac{\partial u^T(t)}{\partial S(t)} \frac{\partial S^T(t)}{\partial V(t)} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

$$\Delta \theta(t) = -\beta_1 \left(\frac{\partial E(t)}{\partial \theta(t)} \right) \quad (13)$$

$$\Delta \gamma(t) = -\beta_2 \left(\frac{\partial E(t)}{\partial \gamma(t)} \right) \quad (14)$$

ここで、(11)式の両辺の極限をとると、更新値 $\dot{W}(t)$ が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{W(t+h) - W(t)}{h} \\ &= -\frac{\alpha_1}{u_0^2 L^2} \text{diag}[L^2 - H^2(t)] V^T(t) \\ &\quad \times \text{diag}[L^2 - u^2(t)] \frac{\partial F^T(x(t), u(t))}{\partial u(t)} \\ &\quad \times Q x(t) x^T(t) \quad (15) \end{aligned}$$

同様に、 $\dot{V}(t)$ 、 $\dot{\theta}(t)$ 、 $\dot{\gamma}(t)$ を求める。

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\frac{\alpha_2}{u_0 L} \text{diag}[L^2 - u^2(t)] \\ &\quad \frac{\partial F^T(x(t), u(t))}{\partial u(t)} Q x(t) H^T(t) \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) &= -\frac{\beta_1}{u_0^2 L^2} \text{diag}[L^2 - H^2(t)] V^T(t) \\ &\quad \times \text{diag}[L^2 - u^2(t)] \frac{\partial F^T(x(t), u(t))}{\partial u(t)} \\ &\quad \times Q x(t) \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}(t) &= -\frac{\beta_2}{u_0 L} \text{diag}[L^2 - u^2(t)] \\ &\quad \frac{\partial F^T(x(t), u(t))}{\partial u(t)} Q x(t) \quad (18) \end{aligned}$$

3. 単倒立振り子への適用

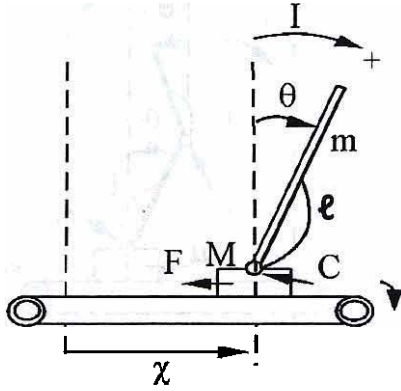


図3 単倒立振り子モデル

各パラメータを以下のように示す。

表1	各種パラメータ1
$M[kg]$	台車の質量
$m[kg]$	振り子の質量
$l[m]$	振り子の重心までの距離
$F[kg/s]$	台車の等価摩擦係数
$C[kg\,m/s]$	軸の粘性摩擦係数
$G[Nm/V]$	トルク／電圧変換係数
$g[m/s^2]$	重力加速度
$J[kgm^2]$	振り子の慣性モーメント

倒立振り子の運動方程式は式(19)のようになるので、

$$(M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta + F\dot{x} - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = Gu$$

$$ml\ddot{\theta}\cos\theta + (J+ml^2)\ddot{\theta} + C\dot{\theta} - mgl\sin\theta = 0 \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (20)$$

式(20)のように $x_1 = x$ 、 $x_2 = \theta$ 、 $x_3 = \dot{x}$ 、 $x_4 = \dot{\theta}$ とおくと、倒立振り子の状態方程式は式(21)～式(24)となる。 $d = (M+m)(J+ml^2) - (ml\cos x_2)^2$ とすると、

$$\dot{x}_1(t) = x_3(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_4(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = (J+ml^2)(Gu - Fx_3(t) + mlx_4(t)^2\sin x_2(t))/d$$

$$+ (-ml\cos x_2(t))(-Cx_4(t) + mgl\sin x_2(t))/d \quad (23)$$

$$\dot{x}_4(t) = (-ml\cos x_2(t))(Gu - Fx_3(t) + mlx_4(t)^2\sin x_2(t))/d$$

$$+ (M+m)(-Cx_4(t) + mgl\sin x_2(t))/d \quad (24)$$

システムをまとめると

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3(t) \\ x_4(t) \\ F_1(x_1(t), u_1(t)) + d_1(t) \\ F_2(x_2(t), u_2(t)) + d_2(t) \\ F_3(x_3(t), u_3(t)) + d_3(t) \\ F_4(x_4(t), u_4(t)) + d_4(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

また、 $\frac{\partial F(x(t), u(t))}{\partial u(t)}$ は式(6.55)となる。

$$\frac{\partial F(x(t), u(t))}{\partial u(t)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G(J+ml^2)/d \\ G(-ml\cos x_2)/d \end{bmatrix} \quad (26)$$

今回行うNNの特徴として制御対象を線形化せずに非線形のまま用いることが出来る事が挙げられる。以下のような条件でシミュレーションをおこなった。

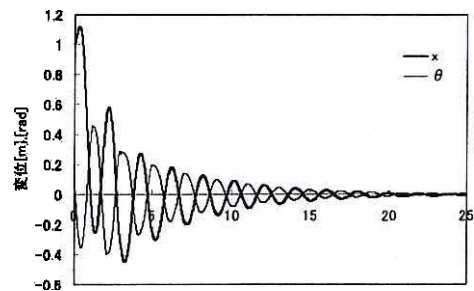


図4 NN出力応答1

初期位置 $x = 1.0$ [m]
 初期角度 $\theta = 5.0$ [deg]
 外乱なし

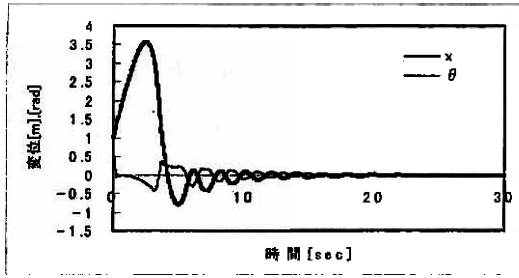


図5 NN出力応答2

初期位置 $x = 1.0$ [m]
 初期角度 $\theta = 36.0$ [deg]
 外乱なし

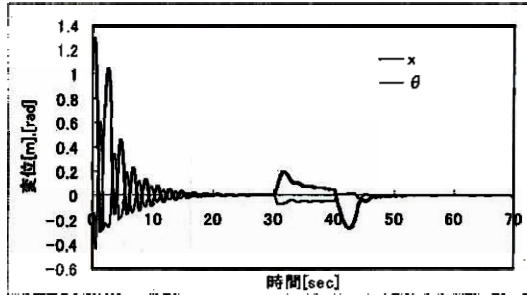


図6 NN出力応答3

初期位置 $x = 1.0$ [m]
 初期角度 $\theta = 15.0$ [deg]
 外乱あり $d_3(t) = 0.5$ 10秒間

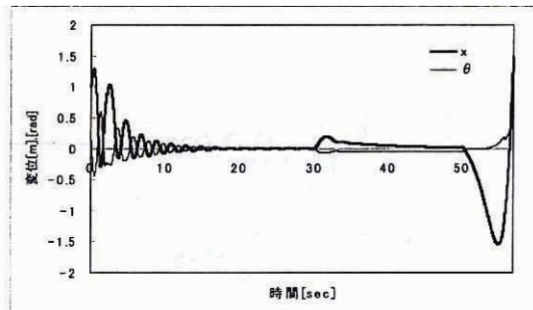


図7 NN出力応答4

初期位置 $x = 1.0$ [m]
 初期角度 $\theta = 15.0$ [deg]
 外乱あり $d_3(t) = 0.5$ 20秒間

4. 直列型二重倒立振子への適用

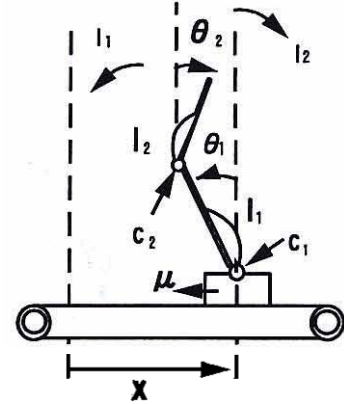


図8 直列型二重倒立振子モデル

表2	各種パラメータ2
$M[kg]$	台車の質量
$m_1[kg]$	振子1の質量
$m_2[kg]$	振子2の質量
$G[Nm/V]$	トルク/電圧変換係数
$F[kg/s]$	台車の等価摩擦係数
$C_1[kg\ m/s]$	軸の粘性摩擦係数
$C_2[kg\ m/s]$	軸の粘性摩擦係数
$l_1[m]$	振子1の重心までの距離
$l_2[m]$	振子2の重心までの距離
$g[m/s^2]$	重力加速度
$I_1[kgm^2]$	振子1慣性モーメント
$I_2[kgm^2]$	振子2慣性モーメント

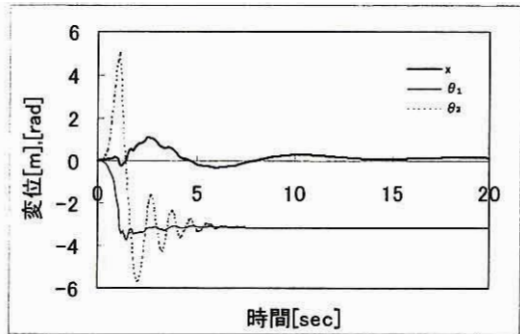
倒立振子の状態方程式は(27)～(29)式となる。

$$\begin{aligned} (M + m_1 + m_2)\ddot{x} + (m_1 + 2m_2)l_1 \cos\theta_1 \ddot{\theta}_1 \\ + m_2 l_2 \cos\theta_2 \ddot{\theta}_2 - (m_1 + 2m_2)l_1 \sin\theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ - m_2 l_2 \sin\theta_2 \dot{\theta}_2^2 + \mu \dot{x} = Gu \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} (m_1 + 2m_2)l_1 \cos\theta_1 \ddot{x} + \{(m_1 + 4m_2)l_1^2 + I_1\} \ddot{\theta}_1 \\ + 2m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_2 - 2m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2^2 \\ + (c_1 + c_2) \dot{\theta}_1 - c_2 \dot{\theta}_2 - (m_1 + 2m_2)g l_1 \sin\theta_1 = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} m_2 l_2 \cos\theta_2 \ddot{x} + 2m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_1 \\ + (m_2 l_2^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 + 2m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1^2 \\ - m_2 g l_2 \sin\theta_2 + c_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

次に、 $x_1 = x$ 、 $x_2 = \theta_1$ 、 $x_3 = \theta_2$ 、 $x_4 = \dot{x}$ 、 $x_5 = \dot{\theta}_1$ 、 $x_6 = \dot{\theta}_2$ と置く。(27)~(29)式を単純に変形してやることで $x_1 \sim x_6$ までの更新値 $\hat{x}_1 \sim \hat{x}_6$ が求まる。



初期位置 $x = 0, \theta_1 = 0, \theta_2 = 0$

図9 NN出力応答5

この度用いたNNのシステムは、すでに単倒立振子への適用からも有効であると考えられる。しかし二重倒立振子では図4からもわかるように0への収束に至らなかった。これは、評価関数内のQの値の取り方によると考えられる。Qは、基本的に正定するように定めるが、その値により学習が途中で停止し状態の変化に対応できない。それを避けるのは状態変数が多ければ多いほど難しい。学習係数 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, 応答関数の L, u_0 により、改善を計ることも可能だが、その値を決めるにはある程度、経験をつんでその経験則の中で値を調整する事になる。Qも同様である。GAなどによる最適化や、評価関数を換えることでの改善が図れるのかも視野に入れて考える必要があるが、今回対処法としてNNによるコントロールと並行的に線形FBによるコントロールを加えることでNNの学習の促進を狙いとした制御を行った。ここでは、FBは「疋田の方法」による。

次の様なシステムを提示する

$$x(t)$$

図10 NN-FBブロック線図

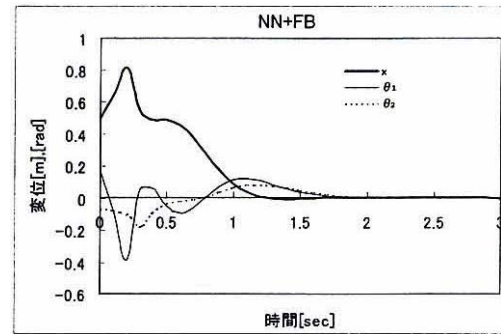


図11 NN-FB出力応答

初期位置 $x = 1.0$ [m]
 初期角度 $\theta_1 = 9.8$ [deg]
 初期角度 $\theta_2 = -4.0$ [deg]
 外乱なし

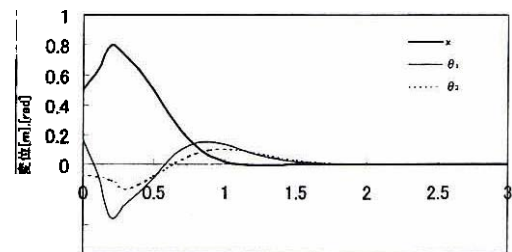


図12 FB出力応答

初期位置 $x = 0.5$ [m]
 初期角度 $\theta_1 = 9.8$ [deg]
 初期角度 $\theta_2 = -4.0$ [deg]
 外乱なし

5. 結論

- 1) 本研究ではNNを用いた一般的な非線形系の連続時間制御と、FBと並列型の制御を示し、単倒立振子および二重倒立振子での有効性を示した。
- 2) 連続的な外乱中では、定常誤差が残り学習が完了しない場合その後の動作不安を起こす恐れがある外乱中の学習動作の解析が必要である。
- 3) NN単独のとき、状態数が多い場合、学習係数、評価関数などの調整は困難だが今後、GAなどを用いての最適化などの検討をする。
- 4) 並列型では、線形部分をFBに任せ非線形の強い部分でNNで制御することで高速化と性能の向上を図ることを今後の目的とする。また、NN部の出力がどのように影響しているのか解析が必要。

6. 参考文献

- 1) 中野、飯沼、ニューロンネットグループ、桐谷：入門と実習 ニューロコンピューター、株式会社技術評論社(1989)
- 2) 船橋誠壽：ニューロコンピューティング入門、オーム社(1992)
- 3) 上坂吉則：ニューロコンピューティングの数学的基礎(1993)
- 4) 杉坂正典：入門システム理論と制御(1997)
- 5) J.ハーツ、A.クロー、R.Gパルマ 著 笹川辰弥、呉 勇 訳：ニューラルコンピューター 統計物理学からのアプローチ